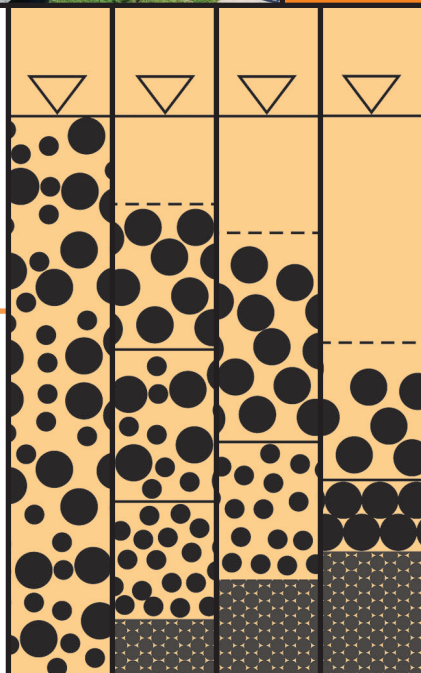
Ryszard Błażejewski

ŚRODOWISKO

# SEDYMENTACJA CZĄSTEK CIAŁA STAŁEGO

## Podstawy teorii z przykładami zastosowań



PWN

Ryszard Błażejewski

# SEDYMENTACJA CZĄSTEK CIAŁA STAŁEGO

## Podstawy teorii z przykładami zastosowań

Ryszard Błażejewski

# SEDYMENTACJA CZĄSTEK CIAŁA STAŁEGO

## Podstawy teorii z przykładami zastosowań

ŚRODOWISKO

PWN

Projekt okładki i stron tytułowych *Joanna Sobieraj*

Ilustracja na okładce *Kekyalyaynen/Shutterstock*

Recenzenci prof. dr hab. inż. Włodzimierz P. Kowalski
dr hab. Piotr Szymczak

Wydawca *Izabela Ewa Mika*

Redaktor prowadzący *Irena Puchalska*

Redaktor *Maria Kasperska*

Produkcja *Mariola Grzywacka*

Łamanie *Ewa Szelatyńska, ScanSystem.pl*

Wydanie publikacji dofinansowane przez Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu

Książka, którą nabyłeś, jest dziełem twórcy i wydawcy. Prosimy, abyś przestrzegał praw, jakie im przysługują. Jej zawartość możesz udostępnić nieodpłatnie osobom bliskim lub osobiście znanym. Ale nie publikuj jej w internecie. Jeśli cytujesz jej fragmenty, nie zmieniaj ich treści i koniecznie zaznacz, czyje to dzieło. A kopiując jej część, rób to jedynie na użytek osobisty.

Szanujmy cudzą własność i prawo
Więcej na www.legalnakultura.pl
*Polska Izba Książki*

Copyright © by Wydawnictwo Naukowe PWN SA
Warszawa 2015

ISBN: 978-83-01-18147-5

Wydanie pierwsze

Wydawnictwo Naukowe PWN SA
infolinia 801 33 33 88
tel. 22 69 54 321, faks 22 69 54 288
e-mail: pwn@pwn.com.pl, www.pwn.pl

Druk i oprawa: OSDW Azymut Sp z o. o.

# Spis treści

**Przedmowa** ..... VII
**Ważniejsze oznaczenia** ..... IX

**1. Wstęp** ..... 1

**2. Opadanie pojedynczej cząstki ciała stałego w płynie** ..... 5
2.1. Charakterystyka cząstek stałych ..... 5
2.2. Swobodne opadanie pojedynczej cząstki ..... 7
2.2.1. Opadanie cząstki kulistej ..... 7
2.2.2. Opadanie pojedynczych cząstek niekulistych o regularnych kształtach ..... 23
2.2.3. Opadanie pojedynczych cząstek o nieregularnych kształtach ..... 29
2.3. Opadanie sztywnej kuli w ruchu nieustalonym ..... 30
2.4. Opadanie pojedynczej cząstki w płynie ograniczonym ścianami ..... 32
2.4.1. Kula w cylindrze ..... 32
2.4.2. Walec w cylindrze ..... 38
2.4.3. Kula między równoległymi płytami ..... 39
2.5. Sedymentacja w polu sił odśrodkowych ..... 42

**3. Swobodne opadanie kilku cząstek** ..... 45
3.1. Wprowadzenie ..... 45
3.2. Opadanie dwóch cząstek kulistych ..... 45
3.3. Opadanie trzech cząstek kulistych ..... 52
3.4. Opadanie aglomeratów cząstek ..... 54
3.4.1. Charakterystyka aglomeratów ..... 54
3.4.2. Właściwości sedymentacyjne pojedynczych aglomeratów ..... 60

**4. Rodzaje zawiesin i ich właściwości** ..... 69
4.1. Definicja i rodzaje zawiesin ..... 69
4.2. Właściwości zawiesin ..... 70
4.2.1. Udziały faz w zawiesinie ..... 70
4.2.2. Gęstość zawiesiny ..... 72
4.2.3. Lepkość zawiesin ..... 73
4.3. Rodzaje sedymentacji zawiesin ..... 85

**5. Opadanie cząstek ziarnistych w zawiesinie** ... 87

5.1. Sedymentacja zawiesin monodyspersyjnych w nieograniczonej przestrzeni ... 87
5.1.1. Zawiesiny z przypadkowym rozmieszczeniem cząstek ... 87
5.1.2. Modele sedymentacji zawiesiny jako regularnego układu kul ... 98
5.2. Ruch pojedynczych dużych cząstek w zawiesinie ... 102
5.3. Sedymentacja zawiesin polidyspersyjnych w nieograniczonej przestrzeni ... 103
5.4. Sedymentacja zawiesiny monodyspersyjnej w naczyniu o pionowych ściankach ... 104
5.4.1. Sedymentacja okresowa ... 104
5.4.2. Sedymentacja ciągła ... 112
5.5. Sedymentacja zawiesin polidyspersyjnych w naczyniu o pionowych ściankach ... 115
5.6. Model osadnika prostopadłościennego o przepływie poziomym ... 118
5.7. Sedymentacja zawiesin w nachylonych naczyniach i przewodach ... 122
5.8. Sedymentacja zawiesin w naczyniu stożkowym ... 127
5.9. Sedymentacja zawiesiny w polu sił odśrodkowych ... 129

**6. Opadanie cząstek kłaczkowatych w zawiesinie** ... 132

6.1. Koagulacja i flokulacja ... 132
6.2. Opadanie kłaczków w zawiesinie ... 136
6.3. Jednowymiarowe modele osadników wtórnych o pracy ciągłej ... 141
6.3.1. Model granicznej gęstości strumienia osadu ... 141
6.3.2. Modele kinetyczne ... 144

**Literatura** ... 150

**Skorowidz** ... 162

# Przedmowa

Książka jest adresowana do studentów kierunków: inżynieria środowiska oraz inżynieria chemiczna i procesowa, a także do doktorantów i wszystkich zainteresowanych zjawiskiem sedymentacji, czyli opadaniem cząstek ciała stałego w cieczy lub gazie.

Niniejsza praca jest próbą wypełnienia pewnej luki w polskim piśmiennictwie. Moim celem było przedstawienie elementarnej wiedzy na temat zjawiska sedymentacji cząstek ciała stałego w płynach – głównie w cieczach newtonowskich, i pokazanie niektórych istotnych zastosowań omawianych zjawisk fizycznych. Z uwagi na złożoność przepływów z wymianą ciepła z otoczeniem dodatkowo ograniczyłem zakres materiału do przepływów adiabatycznych. Z tego samego powodu książka traktuje głównie o jednowymiarowych przepływach dwufazowych i tylko w niewielkim stopniu odnosi się do zagadnień hydrotransportu zawiesin w rurociągach i teorii hydrocyklonów.

Materiał książki podzieliłem na pięć rozdziałów (nie licząc Wstępu) tak, aby prześledzić zjawiska sedymentacji i podać ich przybliżony opis matematyczny – zaczynając od najprostszych przypadków (ruch pojedynczej cząstki kulistej opadającej bardzo powoli w nieograniczonym płynie), a kończąc na najbardziej skomplikowanych (ruch cząstek ciała stałego o różnych wymiarach i kształtach w gęstych zawiesinach, opadających stosunkowo szybko w naczyniach lub zbiornikach).

Matematyczny opis sedymentacji bywa bardzo skomplikowany i wymaga specjalistycznego przygotowania, dlatego też wykorzystałem stosunkowo skromny aparat matematyczny, dostępny większości studentów studiów matematyczno-fizycznych i technicznych. Mimo względnej prostoty opisu matematycznego nie jest on miejscami łatwy do zrozumienia i wymaga wysiłku, choćby przy rozwiązywaniu przykładowych zadań, których tok obliczeń i wyniki Czytelnik może sprawdzić po próbie rozwiązania własnym sposobem.

Składam podziękowania osobom, które pomogły w przygotowaniu tej monografii: pani mgr Elżbiecie Zeyland za szybkie dostarczanie niezbędnej literatury, panu dr. Klausowi Rickertowi za umożliwienie korzystania ze zbiorów biblioteki Uniwersytetu Leibniza w Hanowerze, panu dr. inż. Janowi Borowskiemu za użyczenie literatury i dyskusje o sedymentacji i innych przepływach dwufazowych, a panu mgr. Grzegorzowi Jaszczakowi za wykonanie części rysunków.

Za umożliwienie kontaktów ze środowiskiem warszawskich fizyków zajmujących się sedymentacją i wnikliwą recenzję dziękuję panu dr. hab. Piotrowi Szymczakowi z Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego. Panu prof. dr. hab. inż. Włodzimierzowi P. Kowalskiemu jestem wdzięczny za ukazanie siły teorii w zastosowaniach praktycznych, a także za życzliwą i konstruktywnie krytyczną recenzję. Dziękuję także pani prof. Marii L. Ekiel-Jeżewskiej za poprawki wniesione do niektórych fragmentów tekstu i zgodę na wykorzystanie dwóch rysunków. Wszelkie uwagi krytyczne i komentarze Czytelników chętnie przyjmę pod adresem rblaz@up.poznan.pl i postaram się na nie odpowiedzieć.

Panie redaktor Izabela Mika i Maria Kasperska pomogły mi skutecznie przezwyciężyć trudności formalne i edytorskie, a dofinansowanie druku okazało się możliwe dzięki pomocy finansowej Wydziału Melioracji i Inżynierii Środowiska Uniwersytetu Przyrodniczego w Poznaniu, za co uprzejmie dziękuję.

Mojej Żonie, Sadżide, dziękuję za wszechstronne wsparcie, a szczególnie za wiarę oraz podtrzymywanie we mnie wiary w możliwość ukończenia tej książki.

Przeźmierowo-Poznań, styczeń 2015 r. Ryszard Błażejewski

# Ważniejsze oznaczenia

| Układ cząstek | Układ płynu | Stężenie objętościowe cząstek | Prędkość poślizgu | Prędkość opadania cząstki lub układu cząstek |
|---|---|---|---|---|
| | | $m^3/m^3$ | m/s | m/s |
| Pojedyncza cząstka | nieograniczony | $\approx 0$ | $w_{s1n}$ | $w_{1n}$ |
| Pojedyncza cząstka | ograniczony | $\phi_1$ | $w_{s1}$ | $w_1$ |
| Chmura cząstek | nieograniczony | $\phi_c$ | $w_{scn}$ | $w_{cn}$ |
| Kłaczek | nieograniczony | $\phi_k$ | $w_{skn}$ | $w_{kn}$ |
| Zawiesina | nieograniczony | $\phi$ | $w_{szn}$ | $w_{zn}$ |
| Zawiesina | ograniczony | $\phi$ | $w_{sz}$ | $w_z$ |

## Pozostałe oznaczenia

$A$ – pole powierzchni przekroju poprzecznego kolumny, $m^2$

$\mathrm{Ar} = g\rho_f(\rho_s - \rho_f)d^3\mu^{-2}$ – liczba Archimedesa

$a = d/2$ – promień cząstki kulistej, m

$a_c$ – promień chmury cząstek, m

$a_k$ – promień kłaczka, m

$a_s$ – promień kuli utworzonej z masy cząstek stałych, stanowiących aglomerat, m

$a_z$ – promień zastępczy kłaczka, połowa średnicy sedymentacyjnej, m

$B$ – współczynnik wirialny

$C_D$ – współczynnik oporu pojedynczej cząstki kulistej

$C_{Dz}$ – współczynnik oporu cząstki kulistej w zawiesinie

Ca – liczba Campa

$c_n$ – koncentracja (liczba cząstek w jednostce objętości), $m^{-3}$

$c_s$ – udział masowy fazy stałej (na jednostkę masy zawiesiny)

| | | |
|---|---|---|
| $D$ | – | średnica wewnętrzna kolumny sedymentacyjnej lub filtracyjnej, m |
| $D_0$ | – | współczynnik dyfuzji, $m^2s^{-1}$ |
| $D_d$ | – | współczynnik dyspersji, $m^2s^{-1}$ |
| $D_{nf}$ | – | wymiar fraktalny przestrzeni $n$-wymiarowej |
| $d$ | – | średnica cząstki, m |
| $d^*$ | – | średnica sedymentologiczna (bezwymiarowa) cząstki |
| $d_o$ | – | zastępcza średnica obwodowa, m |
| $d_p$ | – | zastępcza średnica rzutowa, m |
| $d_V$ | – | zastępcza średnica objętościowa, m |
| $F$ | – | siła, N |
| $G$ | – | gęstość strumienia masy ciała stałego, $kgm^{-2}s^{-1}$ |
| $\mathrm{Ga} = g\rho_f^2 d^3 \mu^{-2}$ | – | liczba Galileusza |
| $g$ | – | przyspieszenie ziemskie, $ms^{-2}$ |
| $J$ | – | gęstość strumienia objętości ciała stałego, $m^3m^{-2}s^{-1}$ |
| $K_1$ | – | poprawka ścienna |
| Kn | – | liczba Knudsena |
| $k_B$ | – | stała Boltzmanna, $1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Nm/K |
| $N$ | – | liczba cząstek |
| $\mathrm{N_A}$ | – | liczba Avogadra, $6{,}022045 \cdot 10^{23}$ $mol^{-1}$ |
| $p$ | – | ciśnienie, Pa |
| $Q$ | – | natężenie przepływu płynu, $m^3s^{-1}$ |
| $q_m$ | – | średnia prędkość mieszaniny, $m^3s^{-1}$ |
| $R$ | – | promień oddziaływania cząstki, odległość od osi obrotu wirówki, m |
| $R_G$ | – | uniwersalna stała gazowa, 8,3144621 $Jmol^{-1}K^{-1}$ |
| $\mathrm{Re} = \rho_f W d/\mu$ | – | liczba Reynoldsa odniesiona do prędkości nabiegania |
| $\mathrm{Re_{d1}} = \rho_f w_{1n} d/\mu$ | – | liczba Reynoldsa odniesiona do prędkości swobodnego opadania |
| $\mathrm{Re}_\alpha = \rho_f w_{sz} d/\mu$ | – | liczba Reynoldsa odniesiona do prędkości poślizgu |
| $r$ | – | promień wodzący we współrzędnych sferycznych, m |
| $r_d$ | – | względna wielkość zanurzonego ciała, np. cząstki testowej |
| $S$ | – | współczynnik sedymentacji, $s^{-1}$ |
| $S_A$ | – | pole powierzchni cząstki, $m^2$ |
| $SF_C$ | – | współczynnik kształtu ziarna wg Coreya |
| Sk | – | liczba Stokesa |
| $T$ | – | temperatura bezwzględna, K |
| $\mathbf{T}(\mathbf{r})$ | – | tensor drugiego rzędu |
| $Tx$ | – | moment obrotowy, Nm |
| $t$ | – | czas, s |
| $u$ | – | prędkość pozioma (wzdłuż osi $x$), $ms^{-1}$ |
| $V$ | – | objętość, $m^3$ |

| | | |
|---|---|---|
| $v$ | – | prędkość wzdłuż osi $y$, $ms^{-1}$ |
| $W = Q/A$ | – | prędkość pozorna, $W$ – prędkość nabiegania z kierunku $z$, $ms^{-1}$ |
| $W_f$ | – | prędkość filtracji (początku fluidyzacji), $ms^{-1}$ |
| $w_f$ | – | prędkość rzeczywista płynu w porach, $ms^{-1}$ |
| $w_{1g}$ | – | graniczna prędkość opadania cząstki w osadniku, $ms^{-1}$ |
| $w_{1n}$ | – | prędkość swobodnego opadania cząstki, $ms^{-1}$ |
| $w_r$ | – | prędkość względna, odniesiona do prędkości $w_{1n}$ |
| $w_{sz}$ | – | prędkość płynu względem prędkości cząstek ciała stałego (prędkość poślizgu), $ms^{-1}$ |
| $w_z$ | – | prędkość opadania skrępowanego, $ms^{-1}$ |
| $w^*$ | – | prędkość bezwymiarowa |
| $X$ | – | stężenie masowe ciała stałego (zawiesiny), $kgm^{-3}$ |
| $\alpha_m$ | – | średnia porowatość powierzchniowa w zawiesinie |
| $\alpha_{\min}$ | – | minimalna porowatość powierzchniowa |
| $\gamma_t$ | – | szybkość ścinania, $s^{-1}$ |
| $\varepsilon$ | – | porowatość objętościowa, wolna objętość |
| $\varepsilon^*$ | – | prędkość dyssypacji energii, $Js^{-1}m^{-3}$ |
| $\mu_f$ | – | współczynnik lepkości dynamicznej płynu, $kgs^{-1}m^{-1}$ |
| $\mu_m$ | – | współczynnik lepkości dynamicznej zawiesiny, $kgs^{-1}m^{-1}$ |
| $\mu_{tur}$ | – | lepkość turbulentna, $Pas = kgs^{-1}m^{-1}$ |
| $\nu_f$ | – | współczynnik lepkości kinematycznej płynu, $m^2s^{-1}$ |
| $\rho_f$ | – | gęstość płynu, $kgm^{-3}$ |
| $\rho_m$ | – | średnia gęstość zawiesiny, $kgm^{-3}$ |
| $\rho_s$ | – | gęstość cząstki sztywnej, $kgm^{-3}$ |
| $\phi = 1 - \varepsilon$ | – | stężenie objętościowe cząstek fazy stałej, ułamek objętościowy |
| $\psi$ | – | współczynnik kształtu ziarna, także funkcja prądu |

# 1

# Wstęp

Termin **sedymentacja** (łac. *sedimentum* – osad) ma przynajmniej dwa znaczenia. Pierwsze znaczenie sedymentacji to opadanie cząstek cięższych niż płyn, w którym są one zanurzone (ang. *settling*), i ich osiadanie na przeszkodzie, np. na dnie (ang. *sedimentation*). Sedymentację cząstek wywołuje najczęściej siła ciężkości, rzadziej – siła odśrodkowa. Drugie znaczenie tytułowego terminu, używane przez geologów, to proces grawitacyjnego osadzania się cząstek niesionych przez wiatr i wodę. W geologii wyróżnia się sedymentację mechaniczną, organogeniczną i chemiczną. **Sedymentacja mechaniczna** polega na osadzaniu się w wodzie okruchów mineralnych i skalnych pod wpływem siły ciężkości; jest to zatem końcowa faza transportu rumowiska. Sedymentacja odnosi się do cząstek różnych rozmiarów: od dużych kamieni w płynącej wodzie do małych cząsteczek podlegających ruchom Browna. **Sedymentacja organogeniczna** to osadzanie się szczątków roślinnych i zwierzęcych, a **sedymentacja chemiczna** to gromadzenie się osadów wytrąconych z roztworów wodnych związków chemicznych, np. kredy ($CaCO_3$) na dnie jeziora. Te rodzaje sedymentacji są przedmiotem badań działu geologii zwanego sedymentologią, czyli nauką o powstawaniu skał osadowych. Klasycznymi dziełami w tej dziedzinie są monografie J.R.L. Allena (1970, 2001). Zagadnienia te są tu jednak poruszane marginalnie, przedmiotem niniejszej monografii jest bowiem sedymentacja jako zjawisko fizyczne; w szczególności – hydromechaniczne, w pierwszym, omówionym wyżej, znaczeniu.

Sedymentacja jest ważnym zjawiskiem w przyrodzie i odgrywa dużą rolę w przemyśle. Jest jednym z podstawowych procesów jednostkowych w inżynierii chemicznej i procesowej. Proces ten ma wiele wspólnych cech z flotacją i fluidyzacją cząstek ciał stałych w płynach. Metody sedymentacyjne w polu sił odśrodkowych wykorzystuje się do identyfikacji makromolekuł i nanocząstek, np. polimerów i biopolimerów. Znany jest w medycynie test sedymentologiczny krwinek czerwonych, polegający na badaniu ich prędkości opadania we własnym osoczu, zwany opadem lub odczynem Biernackiego (OB). Edmund Biernacki, polski lekarz, w 1897 r. przedstawił własną metodę badania prędkości opadania krwinek, wskazującą na obecność w organizmie określonych procesów chorobowych. Sedymentację stosuje się także do separacji cząstek w procesach produkcyjnych i ochronie środowiska (osadniki, piaskowniki, cyklony, wirówki itp.). Zbiorniki wodne tracą corocznie średnio globalnie około 1% pojemności retencyjnych wskutek ich

zamulania rumowiskiem niesionym przez rzeki. Dzięki odpowiedniemu sterowaniu tym procesem istnieje możliwość ograniczenia akumulacji osadów w zbiornikach i zmniejszenia erozji poniżej budowli upustowych. Teorię sedymentacji wykorzystuje się nawet w kosmologii, m.in. do opisu procesów tworzenia się planet z pyłu gwiezdnego. W życiu codziennym stykamy się z sedymentacją, obserwując osiadanie fusów kawy czy herbaty, cząstek pyłu, płatków śniegu czy kropel deszczu w powietrzu itd.

Historycznie proces sedymentacji był wykorzystywany głównie do wzbogacania rud metali przez wymywanie ich z rozkruszonego materiału oraz do płukania złota. Lanie roztopionego ołowiu z wysokiego urwiska było przez setki lat podstawową technologią produkcji śrutu ołowianego w postaci kulek, które tworzyły się podczas opadania, dzięki napięciu powierzchniowemu na granicy metalu i chłodzącego go powietrza. Od 1782 r. budowano w tym celu specjalne wieże śrutowe (ang. *shot tower*); jedna z nich, na Łotwie, pracuje do dziś.

Sedymentacja, mimo iż jest zjawiskiem znanym i stosowanym od tysiącleci, nie jest jednak dobrze rozpoznana i opisana matematycznie. Warto tu zacytować tytuł jednego z opublikowanych ostatnio artykułów naukowych autorstwa wybitnej uczonej Elizabeth Guazzelli (2006): „Sedymentacja drobnych cząstek: jak może tak prosty problem być tak trudny". Główną trudnością jest złożoność tego zjawiska, w szczególności interakcja zarówno między samymi cząstkami, jak i ściankami naczyń, w których się znajdują.

Znaczący wkład do teorii sedymentacji wnieśli uczeni brytyjscy związani z uniwersytetem w Cambridge: Izaak Newton i George G. Stokes. Kamieniami milowymi w rozwoju teorii sedymentacji były prace H. Lamba oraz współpracujących z nim szwedzkich naukowców: C.W. Oseena, H. Faxena i T. Svedberga. Ważną, porządkującą stan wiedzy, rolę odegrały monografie: J. Happela i jego ucznia H. Brennera pt. „Hydrodynamika przepływów o małych liczbach Reynoldsa, ze szczególnym uwzględnieniem zawiesin ziarnistych" (1965), A. Fortiera pt. „Mechanika zawiesin" (1967) oraz G.B. Wallisa pt. „Jednowymiarowe przepływy dwufazowe" (1969). Duże zasługi dla teorii i praktyki sedymentacji położyli także G.K. Batchelor, G.J. Kynch i J.F. Richardson. Fundamentalnym podręcznikiem dla studentów inżynierii chemicznej i procesowej jest tom II pt. *Particle Technology & Separation Processes* (Richardson i in. 2002) sześciotomowej serii Inżynieria Chemiczna (ang. *Chemical Engineering*), wydawanej od 1955 r. pod redakcją J.M. Coulsona i J.F. Richardsona. Znana w świecie jest włoska szkoła sedymentacji, reprezentowana m.in. przez L.G. Gibilaro, P.U. Foscolo i R. di Felice. Znaczące postępy w modelowaniu sedymentacji mikrocząstek – szczególnie w odniesieniu do biopolimerów – osiągnęła szkoła hiszpańska, którą od połowy lat siedemdziesiątych XX w. rozwija J. Garcia de la Torrela Torre i jego współpracownicy. W Stanach Zjednoczonych Ameryki na uwagę zasługują zespoły naukowe kierowane przez A. Acrivosa, J.F. Brady'ego, R.H. Davisa, D. Josepha, A. Prosperettiego i innych. Istotny wkład wniosły także współpracujące ze sobą zespoły badawcze: niemiecki (R. Buerger, W.L. Wendland), chilijski (F. Concha, M. C. Bustos) i szwedzki (S. Diehl, S. Faras).

Wśród polskich fizyków najbardziej zasłużył się na tym polu Marian Smoluchowski, profesor Uniwersytetu Lwowskiego i Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie – uczeń J. Stefana i F.S. Exnera w okresie edukacji wiedeńskiej. Jego dziełami są pionier-

skie teorie koagulacji i flokulacji, a także sedymentacji cząstek koloidalnych. Za zachętą M. Smoluchowskiego W. Rybczyński – niezależnie od J.S. Hadamarda – w artykule opublikowanym w 1911 r. podał rozwiązanie równania Stokesa dla kulistej cząstki ciekłej poruszającej się w ośrodku lepkim, z uwzględnieniem poślizgu.

Duży wkład do teorii sedymentacji wniosły także zespoły naukowe: warszawski w Instytucie Podstawowych Problemów Techniki PAN (wcześniej A. Szaniawski, R. Herczyński, I. Pieńkowska, obecnie – M. Ekiel-Jeżewska, E. Wajnryb) i w Uniwersytecie Warszawskim (B. Cichocki, J. Bławzdziewicz, P. Szymczak i in.), poznański w Uniwersytecie im. Adama Mickiewicza (A. Patkowski, J. Gapiński, E. Banachowicz i in.) oraz krakowski w Akademii Górniczo-Hutniczej (M. Brożek, M. Bargieł-Dekster – współpraca z M.S. Torym, W.P. Kowalski i in.). Teorią aglomeracji cząstek zajmuje się zespół fizyko-chemików olsztyńskich skupiony wokół L. Smoczyńskiego; wiele prac na ten temat z wykorzystaniem analizy fraktalnej cząstek opublikował także L. Gmachowski związany ostatnio z Politechniką Warszawską.

W latach 1971–2013 odbyło się 16 międzynarodowych konferencji na temat transportu i sedymentacji cząstek stałych, zorganizowanych i kierowanych naukowo przez pracowników Wyższej Szkoły Rolniczej, potem Akademii Rolniczej, a obecnie Uniwersytetu Przyrodniczego we Wrocławiu, głównie przez W. Parzonkę i J. Sobotę.

W literaturze światowej można znaleźć przynajmniej kilkanaście ważnych monografii na temat sedymentacji – kilka z nich wymieniono powyżej. Wśród nowszych warto wyróżnić zorientowane technologicznie podręczniki: Holdicha (2002, także dostępna bezpłatnie wersja elektroniczna), pod redakcja Wen-Ching Yanga (2003), Rhodesa (2008) oraz monografię Pekera i Helvaciego (2008). W Polsce powstało niewiele monografii i podręczników poświęconych sedymentacji – są one albo bardzo wąsko specjalistyczne, jak monografia Z. Adamczyka (2006), dotycząca hydrodynamicznych oddziaływań cząstek z powierzchniami granicznymi i osadzania cząstek na tych powierzchniach, albo stanowią rozdziały w monografiach lub podręcznikach dotyczących przepływów wielofazowych, np. w książce Z. Orzechowskigo „Przepływy dwufazowe" (1990), Kocha i Noworyty (1998) lub M. Dziubińskiego i J. Prywera „Mechanika płynów dwufazowych" (2009). Jedną z pierwszych prób monograficznego ujęcia zjawiska sedymentacji i jej przemysłowych zastosowań była „Sedymentacja zawiesin" J. Bandrowskiego, H. Merty i J. Zioły (1995, 2001) związanych z Politechniką Śląską w Gliwicach. Autorzy tej monografii opracowali m.in. kilka oryginalnych metod obliczeń osadników, w szczególności – osadników wielostrumieniowych. Z Politechniki Śląskiej wywodzi się także J. Gańczarczyk, który, pracując na uniwersytecie w Toronto, opublikował (głównie wraz z D.-H. Li i z B. Gorczycą) ważne prace na temat struktury fraktalnej kłaczków i ich właściwości sedymentacyjnych. Na Politechnice Śląskiej działa grupa kierowana przez M. Metzgera, zajmująca się m.in. modelowaniem procesów sedymentacji w osadnikach. J.M. Sawicki w swojej książce „Migracja zanieczyszczeń" (2007) kilka rozdziałów poświęcił teorii ruchu mieszanin dwufazowych i środowiskowym zastosowaniom teorii sedymentacji.

Badania procesów sedymentacji rozwijają się dynamicznie głównie dzięki powszechnemu dostępowi do komputerów o dużych mocach obliczeniowych, szczególnie

tych połączonych w sieci, oraz zastosowaniu nowych technik pomiarowych, np. dyfraktometrii laserowej, cyfrowej anemometrii obrazowej, dopplerowskiej anemometrii ultradźwiękowej, tomografii komputerowej itd. (Poelma 2004, Alabrudziński i in. 2008, Łomotowski i in. 2008).

Eksperymenty symulacyjne pozwalają niekiedy szybciej i taniej uzyskać wyniki, których nie dałoby się otrzymać w laboratorium w rezultacie badań na modelach fizycznych czy też w naturze. Nie mogą one jednak całkowicie zastąpić tych drugich, gdyż to obiekty rzeczywiste ostatecznie weryfikują poprawność modeli matematycznych i sposobów ich kalibracji. Coraz częściej stosuje się modele matematyczne kalibrowane na bieżąco na podstawie wyników pomiarów prowadzonych w warunkach rzeczywistych, dzięki czemu uzyskuje się lepsze prognozy i możliwa jest wcześniejsza korekta przebiegu procesów technologicznych albo naturalnych zjawisk, jak np. zamulanie jezior przepływowych lub sztucznych zbiorników zaporowych. Dla doraźnych celów można przy tym korzystać z sieci neuronowych czy innych rodzajów tzw. sztucznej inteligencji. Jednak pełne zrozumienie zjawisk i procesów technologicznych oraz ich ewentualną kontrolę umożliwia dopiero poznanie podstawowych mechanizmów fizycznych i fizykochemicznych oraz ich opis matematyczny.

W technologii oczyszczania wody i ścieków jednym z większych wyzwań ostatnich kilkunastu lat było opracowanie modelu radialnego osadnika do oddzielania zawiesiny kłaczkowatej od wody, np. kłaczków osadu czynnego od oczyszczonych ścieków, w celu optymalizacji procesu i/lub konstrukcji poszczególnych elementów osadnika (Burt i Ganeshalingam 2005, Ghawi i Krish 2011). Wykorzystuje się przy tym metody numerycznej mechaniki płynów (ang. *computational fluid dynamics*, CFD), implementowane do drogich komercyjnych programów komputerowych, np. CFX, Fluent czy Multiphysics. Tak skomplikowane modele nie są omówione w tej książce, gdyż z założenia ma ona przybliżyć Czytelnikowi podstawy teoretyczne zjawiska sedymentacji. Jednak po opanowaniu stosunkowo prostych, jednowymiarowych modeli osadników, dużo łatwiej jest modelować dwufazowe przepływy dwu- i trójwymiarowe z uwzględnieniem turbulencji, prądów gęstościowych itp., czy choćby świadomie korzystać z takich modeli komputerowych.

# 2

# Opadanie pojedynczej cząstki ciała stałego w płynie

*Thus a ship has to be kept on her course by the helmsman, an elongated airship requires similar attention. A sailing ship will not sail permanently before the wind with the helm lashed, but tend to set itself at right angles to wind. A body sinking in liquid tends to sink with its longest dimension horizontal.*

*Jak statek musi być utrzymywany na kursie przez sternika, tak i sterowiec wymaga podobnej uwagi. Żaglowiec płynący z wiatrem, z przywiązanym sterem, nie będzie płynął ciągle w linii wiatru, lecz będzie dążył do ustawienia się do niej prostopadle. Ciało tonące w cieczy będzie dążyło do ustawienia się dłuższym wymiarem poziomo.*

(*L.M. Milne-Thomson 1957*)

## 2.1. Charakterystyka cząstek stałych

W świecie fizycznym cząstki ciał stałych mają najróżniejsze, często nieregularne, kształty, np. zbliżone do kulistych, lub ostrokrawędziowe ziarna piasku, czy postrzępione, jak kłaczki osadów.

Cząstki można podzielić ogólnie na **ziarniste** (ang. *granular particles* lub *grains*) i **kłaczkowate** (ang. *flocs* lub *flocks*). Najłatwiej jest opisać geometrię cząstek o regularnych kształtach, np. sześcianu lub kuli. Wystarczy podać jeden wymiar, tj. długość boku $b$ lub promień $a$. Jednak przy opływie ciał płynem ważne jest pole powierzchni rzutu czołowego (na płaszczyznę prostopadłą do kierunku wektora prędkości nabiegania strumienia lub kierunku opadania ciała w nieruchomym – w pewnym oddaleniu – płynie). Pole to dla sześcianu zawiera się w granicach od $b^2$ do $1{,}41b^2$, a dla kuli zawsze jest równe $\pi a^2$. Wynika stąd, że kula jest obiektem o najprostszej geometrii i dlatego tak chętnie używana jest w sedymentologii jako bryła odniesienia. W badaniach używa się często kulek szklanych (ballotini) o gęstości zbliżonej do gęstości krzemionki, stanowiącej budulec m.in. piasku i żwiru.

W wielu obliczeniach wygodne jest stosowanie średnicy bezwymiarowej, zwanej **średnicą sedymentologiczną** (ang. *sedimentological diameter* – parametr wprowa-