Jan Machowski, Zbigniew Lubośny

STABILNOŚĆ SYSTEMU ELEKTROENERGETYCZNEGO

Wydawnictwo WNT

STABILNOŚĆ SYSTEMU ELEKTROENERGETYCZNEGO

Jan Machowski, Zbigniew Lubośny

STABILNOŚĆ SYSTEMU ELEKTROENERGETYCZNEGO

Wydawnictwo WNT

Autorzy:

prof. dr hab. inż. Jan Machowski (Politechnika Warszawska)
rozdz. 1; 2; 3; 4; 5 bez (5.4, 5.5, 5.6.4); 6; 10; D bez D.5

prof. dr hab. inż. Zbigniew Lubośny (Politechnika Gdańska)
rozdz. 5.4; 5.5; 5.6.4; 7; 8; 9; D.5

Opiniodawca: **prof. dr hab. inż. Stefan Paszek**
Politechnika Śląska

Projekt okładki i stron tytułowych: **Piotr Fedorczyk**

Fotografia na okładce: **Polskie Sieci Elektroenergetyczne SA**
(Stacja Elektroenergetyczna Gdańsk I, moduł PASS)

Wydawca: **Adam Filutowski**

Koordynator ds. redakcji: **Adam Kowalski**

Redaktor: **Maria Kasperska**

Produkcja: **Mariola Grzywacka**

Dział reklamy: **Małgorzata Pasenik (**Malgorzata.Pasenik@pwn.pl**)**

Skład i łamanie: **ScanSystem.pl Ewa Szelatyńska**

Kreślenie rysunków: **Lech Brzeszczak**

Za dofinansowanie wydania książki dziękujemy firmom Polskie Sieci Elektroenergetyczne SA oraz PGE Polska Grupa Elektroenergetyczna SA

Książka, którą nabyłeś, jest dziełem twórcy i wydawcy. Prosimy, abyś przestrzegał praw, jakie im przysługują. Jej zawartość możesz udostępnić nieodpłatnie osobom bliskim lub osobiście znanym. Ale nie publikuj jej w internecie. Jeśli cytujesz jej fragmenty, nie zmieniaj ich treści i koniecznie zaznacz, czyje to dzieło. A kopiując jej część, rób to jedynie na użytek osobisty.

Szanujmy cudzą własność i prawo
Więcej na www.legalnakultura.pl
Polska Izba Książki

Copyright © by Wydawnictwo Naukowe PWN SA
Warszawa 2018

ISBN 978-83-01-20006-0

Wydanie I

Wydawnictwo Naukowe PWN SA
02-460 Warszawa, ul. Gottlieba Daimlera 2
tel. 22 69 54 321; faks 22 69 54 288
infolinia 801 33 33 88
e-mail: pwn@pwn.com.pl; reklama@pwn.pl
www.pwn.pl

Druk i oprawa: TOTEM.COM.PL

Spis treści

Wykaz używanych skrótów 11

1. Wiadomości ogólne 15

1.1. Rodzaje stabilności SEE 15
1.2. Jednostki względne 21
1.3. Schematy zastępcze generatorów synchronicznych 25
1.3.1. Obrazy strumieni i reaktancje zastępcze 25
1.3.2. Wykresy fazorowe generatora synchronicznego 30
1.3.3. Zmiany sił elektromotorycznych po zakłóceniu 34
1.3.4. Równanie ruchu wirnika 36
1.4. Równania sieci WN 39
1.4.1. Schematy zastępcze linii 40
1.4.2. Schematy zastępcze transformatorów 46
1.4.3. Pojedynczy element indukcyjny 53
1.4.4. Równania węzłowe 55
1.4.5. Linearyzacja równań węzłowych 57
1.4.6. Zmiana układu współrzędnych 59
1.4.7. Wyznaczanie punktu pracy SEE 60

2. Stabilność kątowa układu generator–sieć sztywna 65

2.1. Charakterystyka mocy w stanie ustalonym 65
2.2. Stan równowagi 70
2.3. Stabilność kątowa lokalna 72
2.3.1. Metoda małych zakłóceń 73
2.3.2. Charakterystyka mocy w stanie przejściowym 75
2.3.3. Metoda równych pól 81
2.3.4. Kołysania po zakłóceniu mocy mechanicznej 89
2.3.5. Rozwiązanie równania ruchu 91
2.3.6. Wpływ regulacji napięcia 96
2.4. Stabilność kątowa przejściowa 111
2.4.1. Wpływ czasu trwania i rodzaju zwarcia 112
2.4.2. Wpływ obciążenia układu przed zwarciem 118

2.4.3. Wpływ odległości zwarcia 119
2.4.4. Zwarcie likwidowane w cyklu SPZ 120
2.4.5. Kołysania mocy 123
2.4.6. Wpływ regulacji napięcia 124
2.4.7. Proste kryterium do analiz przybliżonych 129
2.4.8. Bezpośrednia metoda Lapunowa 132
2.5. Praca asynchroniczna i resynchronizacja 139
2.5.1. Moc asynchroniczna 139
2.5.2. Charakterystyka turbiny 144
2.5.3. Punkt równowagi pracy asynchronicznej 144
2.5.4. Przejście do pracy asynchronicznej 145
2.5.5. Zmiany wartości elektrycznych w trakcie pracy asynchronicznej 147
2.5.6. Możliwości resynchronizacji 148
2.5.7. Wpływ regulacji napięcia generatora i mocy turbiny 150
2.5.8. Identyfikowanie pracy asynchronicznej 152
2.6. Środki poprawy stabilności kątowej 158
2.6.1. Stabilizatory systemowe 158
2.6.2. Szybka regulacja turbin parowych 171
2.6.3. Wyłączanie części generatorów 177
2.6.4. Hamowanie elektryczne 180
2.6.5. Wykorzystanie bocznikowych urządzeń FACTS 182
2.6.6. Wykorzystanie kompensatorów szeregowych FACTS 194
2.6.7. Wykorzystanie UPFC 199

3. Stabilność napięciowa układu źródło–odbiór 208

3.1. Odbiory kompleksowe 208
3.2. System elektroenergetyczny jako źródło 210
3.3. Warunek stabilności napięciowej $\mathrm{d}Q / \mathrm{d}U$ 212
3.4. Czynniki istotne dla stabilności napięciowej 215
3.4.1. Wpływ wzrostu obciążenia 215
3.4.2. Wpływ zmian w sieci 221
3.4.3. Wpływ kształtu charakterystyk napięciowych 223
3.4.4. Wpływ regulacji napięcia 226
3.4.5. Zjawiska towarzyszące 228
3.5. Inne warunki stabilności napięciowej 229
3.5.1. Warunek stabilności napięciowej $\mathrm{d}E / \mathrm{d}U$ 229
3.5.2. Warunek stabilności napięciowej $\mathrm{d}Q_{\mathrm{g}} / \mathrm{d}Q_l$ 231
3.5.3. Krzywe nosowe 234
3.5.4. Proste kryterium do przybliżonych analiz 236
3.6. Środki poprawy stabilności napięciowej 239

4. Stabilność częstotliwościowa 241

4.1. Charakterystyki częstotliwościowe 241
4.1.1. Częstotliwościowa charakterystyka poboru 241
4.1.2. Częstotliwościowa charakterystyka wytwarzania 244
4.1.3. Punkt równowagi 248

4.2. System regulacji mocy i częstotliwości 251
4.2.1. Korekta czasu synchronicznego 252
4.2.2. Regulacja pierwotna 253
4.2.3. Regulacja wtórna 257
4.2.4. Regulacja trójna 262
4.3. Uproszczone modele dynamiczne 262
4.3.1. Model regulacji pojedynczego systemu 263
4.3.2. Model regulacji dwóch połączonych systemów 265
4.3.3. Model regulacji kilku połączonych systemów 270
4.4. Przebiegi nieustalone w trakcie regulacji częstotliwości 270
4.4.1. Etap I – kołysania wirników generatorów 270
4.4.2. Etap II – spadek częstotliwości 274
4.4.3. Etap III – regulacja pierwotna 277
4.4.4. Znaczenie rezerwy wirującej 279
4.4.5. Lawina częstotliwości 282
4.4.6. Etap IV – regulacja wtórna 284
4.5. Przebiegi nieustalone w trakcie regulacji mocy wymiany 287
4.5.1. Etap I i II – kołysania mocy i spadek częstotliwości 288
4.5.2. Etap III – regulacja pierwotna 290
4.5.2. Etap IV – regulacja wtórna 291
4.6. Działania zaradcze 297
4.6.1. Plan obrony 297
4.6.2. Automatyka SCO 299
4.6.3. Urządzenia UPFC lub TCPAR 300

5. Modele matematyczne 308

5.1. Modele generatorów synchronicznych 309
5.1.1. Równania strumieniowo-prądowe 311
5.1.2. Moc w układzie zastępczym 317
5.1.3. Równania różniczkowe strumieniowe 318
5.1.4. Zastępcze źródła napięciowe 327
5.1.5. Modele do badania stabilności 345
5.1.6. Połączenie z siecią 352
5.1.7. Przykładowe parametry 354
5.1.8. Wpływ nasycenia żelaza 356
5.1.9. Zmiana układu współrzędnych 364
5.2. Modele układów wzbudzenia 365
5.2.1. Człon pomiarowo-porównawczy 366
5.2.2. Wzbudnice maszynowe prądu stałego 367
5.2.3. Wzbudnice maszynowe prądu przemiennego 369
5.2.4. Wzbudnice statyczne 373
5.2.5. Stabilizatory systemowe 374
5.3. Modele turbin i ich regulatorów 376
5.3.1. Turbiny parowe 377
5.3.2. Turbina wodna 384
5.3.3. Turbiny gazowe i układy kombinowane 389
5.4. Modele farm wiatrowych 395

5.4.1. Farmy i elektrownie wiatrowe 395
5.4.2. Model elektrowni wiatrowej z maszyną asynchroniczną 399
5.4.3. Model elektrowni wiatrowej z maszyną synchroniczną 412
5.5. Model elektrowni fotowoltaicznej 416
5.6. Modele elementów sieci 423
5.6.1. Linie przesyłowe i transformatory 423
5.6.2. Odbiory kompleksowe 425
5.6.3. Urządzenia FACTS 437
5.6.4. Modele łącza HVDC 442

6. Badanie wielomaszynowych SEE 454

6.1. Badanie stabilności kątowej lokalnej 454
6.1.1. Stabilność lokalna naturalna 455
6.1.2. Stabilność lokalna sztuczna 471
6.2. Badanie stabilności kątowej przejściowej 484
6.2.1. Metody przemienne 485
6.2.2. Metody jednoczesne 501
6.2.3. Porównanie metod 504
6.2.4. Odwzorowanie zakłóceń 505
6.2.5. Ocena tłumienia kołysań mocy 507
6.3. Bezpośrednia metoda Lapunowa 510
6.3.1. Funkcje energetyczne dla modeli SEE 510
6.3.2. Wyznaczanie krytycznego czasu trwania zwarcia 520
6.3.3. Sterowanie bocznikowych urządzeń FACTS 525
6.3.4. Sterowanie UPFC 542
6.3.5. Sterowanie generatorów synchronicznych 553
6.4. Badanie stabilności napięciowej 560
6.4.1. Krzywe nosowe 561
6.4.2. Analiza wrażliwości i analiza modalna 566
6.4.3. Inne metody 569
6.5. Stabilność w planowaniu rozwoju i pracy SEE 570
6.5.1. Zdarzenia planistyczne i ekstremalne 571
6.5.2. Standardy zachowania się SEE 581
6.5.3. Przykłady kryteriów ilościowych 584

7. Optymalizacja układów regulacyjnych 593

7.1. Wymagania formalne stawiane regulatorom 593
7.2. Metody optymalizacji regulatorów 596
7.2.1. Optymalizacja oparta na modelach liniowych 600
7.2.2. Modele klasyczne (IEEE) – regulatory napięcia generatora 612
7.2.3. Modele klasyczne (IEEE) – stabilizatory systemowe 622
7.2.4. Regulatory optymalne LQR, LQG 645
7.2.5. Regulatory krzepkie (odporne) H_2, H_∞ 649
7.2.6. Optymalizacja oparta na modelach nieliniowych 660
7.2.7. Regulatory adaptacyjne 663
7.3. Weryfikacja nastawień na obiektach rzeczywistych 671

8. Metody czasu rzeczywistego 681

8.1. Układy WAMS 681
8.1.1. Fazory 681
8.1.2. Struktura układu WAMS 687
8.2. Zastosowania układów WAMS 695
8.2.1. Ocena stanu pracy systemu 695
8.2.2. Detekcja pracy wyspowej 702
8.2.3. Obrona stabilności systemu 706
8.2.4. Tłumienie kołysań elektromechanicznych 709

9. Wpływ rozproszonych źródeł energii 714

9.1. Rozproszone źródła energii 714
9.1.1. Elektrownie wiatrowe 715
9.1.2. Elektrownie fotowoltaiczne 721
9.2. Inercja w systemie elektroenergetycznym 722
9.2.1. Zmienność inercji w systemie 722
9.2.2. Wpływ inercji na stabilność systemu 736
9.3. Wirtualna inercja 744
9.3.1. Idea układu wirtualnej inercji 744
9.3.2. Wpływ wirtualnej inercji na stabilność systemu 751
9.3.3. Wirtualna inercja a stabilność połączonych systemów 759

10. Redukcja modelu 765

10.1. Typy ekwiwalentów dynamicznych 765
10.2. Przekształcenia sieci 767
10.2.1. Eliminacja węzłów 767
10.2.2. Agregacja węzłów metodą Dimo 771
10.2.3. Agregacja węzłów metodą Żukowa 773
10.2.4. Koherencja 776
10.2.5. Agregacja zespołów wytwórczych 779
10.2.6. Model zastępczy podsystemu zewnętrznego 779
10.3. Rozpoznawanie koherencji 781
10.4. Właściwości ekwiwalentów opartych na koherencji 788
10.4.1. Elektryczna interpretacja agregacji Żukowa 788
10.4.2. Model przyrostowy 790
10.4.3. Modalna interpretacja dokładnej koherencji 794
10.4.4. Wartości własne i wektory własne modelu zastępczego 799
10.4.5. Punkty równowagi modelu zredukowanego 808

Literatura 814

Dodatek. Podstawy teoretyczne 821

D.1. Definicje stabilności 821
D.2. Układy liniowe 823

D.2.1. Równania różniczkowe zwyczajne 823
D.2.2. Równanie różniczkowe z współczynnikiem zespolonym 833
D.2.3. Wartości i wektory własne macierzy 836
D.2.4. Diagonalizacja macierzy rzeczywistej 841
D.2.5. Modalna postać równania różniczkowego macierzowego 849
D.2.6. Równanie zmiennych stanu z wymuszeniami 860
D.2.7. Analiza modalna układu dynamicznego 861
D.3. Układy nieliniowe 866
D.3.1. Funkcje skalarne w przestrzeni stanów 868
D.3.2. Druga metoda Lapunowa 873
D.3.3. Pierwsza metoda Lapunowa 883
D.4. Częściowa inwersja macierzy 886
D.5. Analiza Prony'ego 887
D.6. Wybrane prawa elektrotechniki 896
D.7. Ograniczniki w członach automatyki regulacyjnej 898
D.8. Metody całkowania numerycznego 902
D.9. Systemy testowe 909
D.9.1. System testowy 3G 909
D.9.2. System testowy 7G (CIGRE) 912
D.9.3. System testowy 10G (New England) 915

Wykaz używanych skrótów

AO – automatyka odciążająca sieć
APK – automatyka przeciwkołysaniowa
APKO – automatyka przeciwkołysaniowo-odciążająca
ARCM – automatyczna regulacja częstotliwości i mocy
ARMAX – model autoregresyjny ze średnią ruchomą i zewnętrznym wejściem (ang. *AutoRegressive Moving Average with eXogenous input*)
ARN – automatyczny regulator napięcia
ARP – automatyczny regulator mocy czynnej
ARQ – automatyczny regulator mocy biernej
ARX – model autoregresyjny z zewnętrznym wejściem (ang. *AutoRegressive with eXogenous input*)
BR – rezystor hamujący (ang. *braking resistor*)
BTA – zrównoważona realizacja modelu zredukowanego (ang. *Balanced Truncation Approximation*)
CSC – kompensator szeregowy (ang. *Controlled Series Capacitor*)
deg – stopień, miara kąta (ang. *degree*)
DFIG – maszyna asynchroniczna dwustronnie zasilana (ang. *Doubly-Fed Induction Generator*), również elektrownia wiatrowa z takim generatorem
EMS – systemem zarządzania energią (ang. *Energy Management System*)
ENTSO-E – stowarzyszenie operatorów europejskiego systemu elektroenergetycznego (ang. *European Network of Transmission System Operators for Electricty*)
FACTS – elastyczny system przesyłowy prądu przemiennego (ang. *Flexible AC Transmission System*)
FE – błąd pomiaru częstotliwości fazora (ang. *Frequency measurement Error*)
FRC – przekształtnik energoelektroniczny zwymiarowany na moc znamionową źródła energii (ang. *Fully Rated Converter*), również elektrownia wiatrowa przyłączona do sieci za pomocą takiego przekształtnika

FRT – funkcja elektrowni wiatrowej umożliwiająca przetrwanie zwarcia bez jej wyłączania z pracy w systemie (ang. *Fault Ride Through*)
FV – szybka regulacja turbin (ang. *Fast Valving*)
GEP – transmitancja układu: generator-układ wzbudzenia i regulacji napięcia--system elektroenergetyczny (ang. *Generator-Exciter-Power system*)
GM – zapas wzmocnienia (ang. *Gain Margin*)
GPS – system nawigacji satelitarnej (ang. *Global Positioning System*)
HVDC – układ przesyłowy wysokiego napięcia prądu stałego (ang. *High Voltage DC*)
jw – jednostki względne
JWCD – jednostki wytwórcze centralnie dysponowane
KSE – Krajowy System Elektroenergetyczny
LLFT – dolna liniowa transformacja ułamkowa (ang. *Lower Linear Fractional Transformation*)
LQG – regulator liniowo-kwadratowy-Gaussa (ang. *Linear Quadratic Gaussian*)
LQR – regulator liniowo-kwadratowy (ang. *Linear Quadratic Regulator*)
LRW – lokalna rezerwa wyłącznikowa
MFCL – ogranicznik minimalnego prądu wzbudzenia (ang. *Minimum Field Current Limiter*)
MIMO – system o wielu wejściach i wielu wyjściach (ang. *Multi Input Multi Output*)
MPC – sterowanie predykcyjne (ang. *Model Predictive Control*)
MTDC – wieloterminalowy układ wysokiego napięcia prądu stałego (ang. *Multi Terminal DC*)
NERC – korporacja zajmująca się niezawodnością SEE w USA (ang. *North American Electric Reliability Corporation*)
OEL – ogranicznik prądu wzbudzenia (ang. *OverExcitation Limiter*)
OSP – operator sieci przesyłowej
PCC – punkt przyłączenia elektrowni do systemu elektroenergetycznego (ang. *Point of Common Coupling*)
PDC – koncentrator danych fazorów (ang. *Phasor Data Concentrator*)
PID – regulator proporcjonalno-całkująco-różniczkujący (ang. *Proportional Integral Derivative controller*)
PM – zapas fazy (ang. *Phase Margin*)
PMU – jednostka pomiarowa fazora (ang. *Phasor Measurement Unit*)
POD – stabilizator kołysań mocy (ang. *Power Oscillations Damping*), odpowiednik PSS w SVC
PSS – stabilizator systemowy (ang. *Power System Stabiliser*)
PST – transformator z regulacją fazy napięcia (ang. *Phase Shifting Transformer*)
PV – panel fotowoltaiczny (ang. *Photovoltaic panel*)

PWM – modulacja szerokości impulsów (ang. *Pulse Width Modulation*)
rad – radian
RFE – błąd pomiaru pochodnej częstotliwości fazora (ang. *RoCoF measurement Error*)
RoCoF – pochodna częstotliwości (ang. *Rate of Change of Frequency*)
SCADA – system sterowania nadrzędnego i akwizycji danych (ang. *Supervisory Control And Data Acquisition*)
SCL – ogranicznik prądu stojana (ang. *Stator Current Limiter*)
SCO – samoczynne odciążanie częstotliwościowe (ang. *under-frequency load shedding*)
SEE – system elektroenergetyczny
SISO – system o jednym wejściu i jednym wyjściu (ang. *Single Input Single Output*)
SMES – nadprzewodnikowy zasobnik energii (ang. *Superconducting Magnetic Energy Storage*)
SN – średnie napięcie
SNO – samoczynne odciążanie napięciowe (ang. *under-voltage load shedding*)
SPZ – samoczynne ponowne załączenie
SSC – kompensator szeregowy (ang. *Switched Series Capacitor*)
SSKE – system synchroniczny kontynentalnej Europy
SSSC – statyczny kompensator szeregowy (ang. *Static Synchronous Series Compensator*)
STATCOM – kompensator statyczny (ang. *static compensator*)
SVC – statyczny kompensator mocy biernej (ang. *static VAR compensator*)
SVD – rozkład macierzy według wartości osobliwych (ang. *Singular Value Decomposition*)
TCPAR – przesuwnik fazowy (ang. *Thyristor Controlled Phase Angle Regulator*)
TCR – tyrystorowo sterowany dławik (ang. *Thyristor Controller Reactor*)
TCSC – tyrystorowo regulowany kondensator szeregowy (ang. *Thyristor Controlled Series Capacitor*)
TGR – dynamiczna redukcja wzmocnienia (ang. *Transient Gain Reduction*)
TSSC – tyrystorowo załączany kondensator szeregowy (ang. *Thyristor Switched Series Capacitor*)
TVE – błąd pomiaru fazora (ang. *Total Vector Error*)
UCTE – Unia ds. Koordynacji Przesyłu Elektryczności w Europie (ang. *Union for the Coordination of Transmission of Electricity*)
UEL – ogranicznik niedowzbudzenia (ang. *UnderExcitation Limiter*)
UPFC – regulator przepływów mocy (ang. *Unified Power Flow Controller*)
UTC – wzorzec czasu uniwersalnego (ang. *Universal Time Coordinated*)

VSC – przekształtnik energoelektroniczny tranzystorowy – falownik napięcia (ang. *Voltage Source Converter*)
WAMPAC – rozległy system pomiaru, zabezpieczeń i sterowania (ang. *Wide Area Measurement Protection And Control*)
WAMS – rozległy system pomiarowy (ang. *Wide Area Measurement System*)
WN – wysokie napięcie
WTGS – elektrownia wiatrowa (ang. *Wind Turbine Generator System*)

1

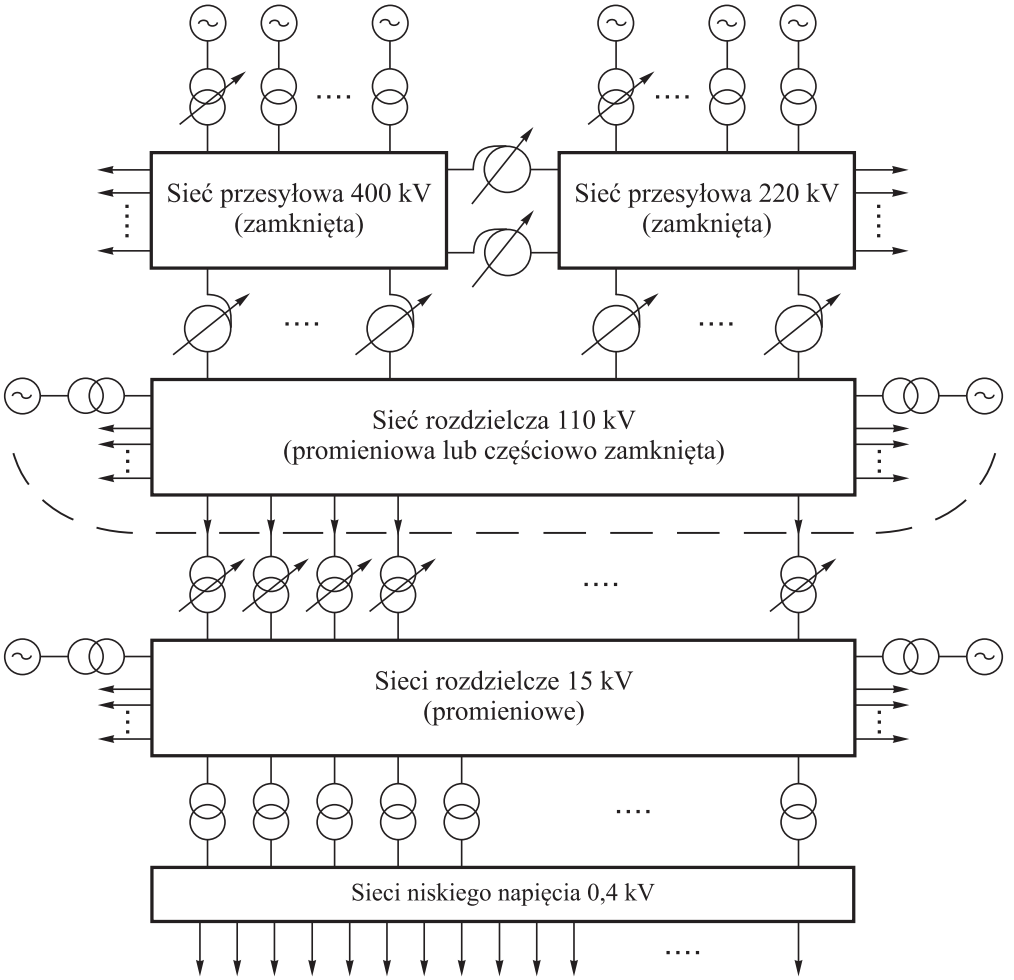
Wiadomości ogólne

Książka została napisana przy założeniu, że czytelnik ma opanowaną wiedzę z zakresu podstaw elektrotechniki, teorii obwodów, maszyn i urządzeń elektrycznych oraz podstaw elektroenergetyki. Dla ułatwienia poniżej w tym rozdziale są podane niektóre wiadomości ogólne niezbędne do dalszych rozważań. W pierwszych czterech rozdziałach są omawiane zjawiska związane ze stabilnością prostych modeli SEE w postaci układu generator–sieć sztywna oraz układu źródło–odbiór. Znajomość tych zjawisk ułatwia studiowanie i rozumienie dalszych rozdziałów poświeconych modelowaniu i analizowaniu rzeczywistych wielowęzłowych i wielomaszynowych SEE.

1.1. Rodzaje stabilności SEE

System elektroenergetyczny (SEE) jest wielkim nieliniowym układem dynamicznym służącym do wytwarzania, przesyłu i rozdziału energii elektrycznej. Jego strukturę ilustruje rys. 1.1. Pod względem funkcjonalnym można tu wyróżnić trzy podsystemy: *wytwarzanie*, *przesył*, *rozdział*. Wytwarzanie odbywa się w elektrowniach, które na rysunku są reprezentowane symbolem bloku wytwórczego generator–transformator blokowy. Przesył i rozdział odbywają się za pomocą odpowiednio *sieci przesyłowych* oraz *sieci rozdzielczych*. Poszczególne sieci są połączone transformatorami lub autotransformatorami. Większość bloków wytwórczych jest podłączona do sieci przesyłowej wysokiego napięcia (WN). Część bloków wytwórczych pracuje bezpośrednio na sieci rozdzielcze WN. Najmniej generacji jest na poziomie sieci rozdzielczych średniego napięcia (SN) oraz sieci niskiego napięcia (nn). Rozwój odnawialnych źródeł energii i generacji rozproszonej powoduje jednak zwiększanie generacji na poziomie sieci średniego (SN) oraz niskiego napięcia (nn).

Sieci przesyłowe WN oraz sieci rozdzielcze WN są *sieciami zamkniętymi*, to jest sieciami, w których od węzła do węzła można znaleźć więcej niż jedną drogę. Z punktu widzenia teorii obwodów takie sieci są sieciami oczkowymi. Sieci rozdzielcze SN



Rys. 1.1. Struktura systemu elektroenergetycznego

są *sieciami otwartymi*, to jest sieciami o strukturze promieniowej (drzewiastej). W takich sieciach nie ma oczek, a z węzła do węzła istnieje tylko jedna droga.

System elektroenergetyczny jest wyposażony w rozmaite urządzenia przeznaczone do ochrony przed skutkami zakłóceń (zabezpieczenia), regulacji automatycznej (automatyka regulacyjna), sterowania elementami SEE (automatyka sterownicza), a także ośrodki nadzoru i monitorowania pracy (dyspozytorskie centra sterowania). Wiele elementów należących do SEE jest wyposażonych w urządzenia regulacyjne. Pośród licznych urządzeń regulacyjnych szczególne miejsce zajmuje automatyka regulacyjna dotycząca dwóch zasadniczych parametrów jakości energii elektrycznej, jakimi są napięcie i częstotliwość. Z regulacją napięcia nierozłącznie wiąże się regulacja mocy biernej, a z regulacją częstotliwości – regulacja mocy czynnej.

Wszystkie wymienione urządzenia pozwalają na bezpieczną pracę SEE w stanach normalnych oraz w przypadku powstania typowych zakłóceń. Po ich wystąpieniu w wyniku działania zabezpieczeń następuje wyłączenie uszkodzonego elementu SEE, a automatyka regulacyjna, korygowana działaniami dyspozytorów, sprowadza SEE do pożądanego stanu normalnego.

Regulacji SEE jest poświęcony obszerny podręcznik [85]. Z tego względu w tej książce przy omawianiu stabilności SEE zagadnień dotyczących regulacji nie omawia się.

W przypadku stabilności najistotniejsza jest część SEE obejmująca elektrownie i sieci WN. Na rys. 1.1 część tę odcięto linią przerywaną. Pobory mocy z sieci WN do sieci SN, zaznaczone na rys. 1.1 strzałkami, traktowane będą jako *odbiory kompleksowe*, tj. odbiory o złożonej strukturze obejmującej transformatory, sieci, odbiorniki.

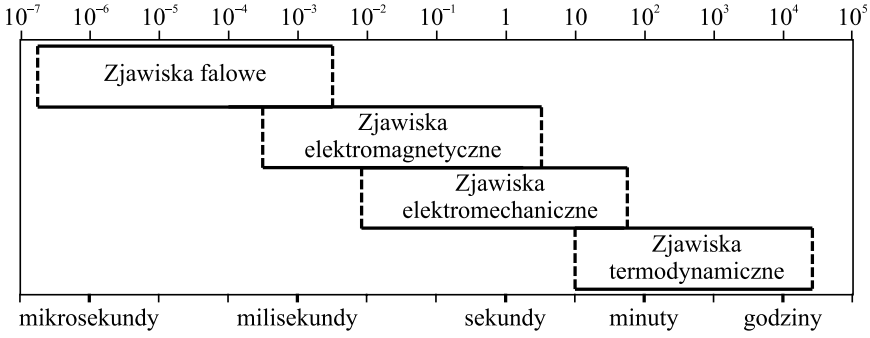
Ponieważ SEE składa się z ogromnej liczby różnorodnych współpracujących z sobą elementów rozrzuconych na dużym obszarze, jest zrozumiałe, że w tak skomplikowanym i rozległym układzie dynamicznym mogą pojawić się rozmaite stany nieustalone obejmujące swym zasięgiem rozmaite elementy lub fragmenty SEE lub nawet cały rozległy SEE.

Stany nieustalone występujące w SEE można umownie dzielić na grupy, biorąc za podstawę podziału takie czynniki jak przyczynę występowania stanu nieustalonego, jego ewentualne skutki, czas trwania i charakter zjawisk oraz umiejscowienie w SEE. Przy każdym takim podziale granice są tylko umowne, gdyż zawsze można doszukać się sytuacji, w której dane zjawisko należałoby zakwalifikować do innej grupy.

Ze względu na przyczynę powstawania stany nieustalone można podzielić na dwie grupy. Pierwszą stanowią stany nieustalone związane z dostosowywaniem się SEE do zmieniającego się obciążenia. Grupa ta zawiera szeroki wachlarz zjawisk począwszy od szybkich stanów nieustalonych towarzyszących oddawaniu energii kinetycznej mas wirujących wirników generatorów, poprzez wolniejsze procesy regulacji częstotliwości, aż do bardzo wolnych zmian towarzyszących pokrywaniu powolnych dobowych zmian obciążenia. Drugą grupę stanowią stany nieustalone towarzyszące rozmaitego rodzaju zakłóceniom. Tu wachlarz zjawisk jest również bardzo szeroki: od bardzo szybkich zjawisk falowych w liniach WN, poprzez wolniejsze zjawiska elektromagnetyczne w uzwojeniach maszyn elektrycznych oraz dość powolne kołysania elektromechaniczne wirników generatorów, aż do najwolniejszych zjawisk towarzyszących regulacji kotłów parowych.

Rys. 1.2 ilustruje podział stanów nieustalonych ze względu na fizyczny charakter oraz czas trwania zjawisk. Można tu wydzielić cztery następujące grupy: *zjawiska falowe*, *zjawiska elektromagnetyczne*, *zjawiska elektromechaniczne*, *zjawiska termodynamiczne*.

Najszybsze są stany nieustalone o charakterze falowym. Są one związane z rozprzestrzenianiem się fal towarzyszących wyładowaniom atmosferycznym w liniach WN lub procesom łączeniowym w sieci. Miejsce występowania tych zjawisk to głównie linie elektroenergetyczne WN. Czas trwania zjawisk jest od mikrosekund do milisekund.



Rys. 1.2. Klasyfikacja stanów nieustalonych wg [79]

Powolniejsze są stany nieustalone o charakterze elektromagnetycznym. Ich czas przebiegu jest od milisekund do dziesiątych części sekundy, a nawet pełnej sekundy. Można tu zaliczyć zjawiska rozmaitego typu rezonansów, przebiegi wyrównawcze w uzwojeniach maszyn przy zwarciach w tych uzwojeniach oraz w sieci, przebiegi wyrównawcze przy niesynchronicznych załączeniach generatorów synchronicznych oraz ogólnie wszystkie zjawiska dotyczące interakcji maszyn elektrycznych i sieci.

Jeszcze wolniejsze są stany nieustalone typu elektromechanicznego. Ich zakres czasowy jest od dziesiątych części sekundy do kilkudziesięciu sekund, a nawet kilku minut. Obejmują one wszystkie zjawiska, w których ruch wirników maszyn odgrywa istotną rolę. Można do nich zaliczyć oscylacje skrętne wałów, kołysania spontaniczne wirników generatorów synchronicznych, kołysania wywołane zaburzeniami bilansu mocy czynnej, oddziaływania regulacji napięcia generatorów i kompensatorów, oddziaływania regulacji prędkości obrotowej wirników turbin, oddziaływania regulacji mocy czynnej i częstotliwości, oscylacje międzysystemowe, zjawiska związane z pracą maszyn wirujących u odbiorców z uwzględnieniem możliwości powstawania lawiny napięcia. Zjawiska towarzyszące regulacji transformatorów są znacznie wolniejsze, gdyż są rzędu minut.

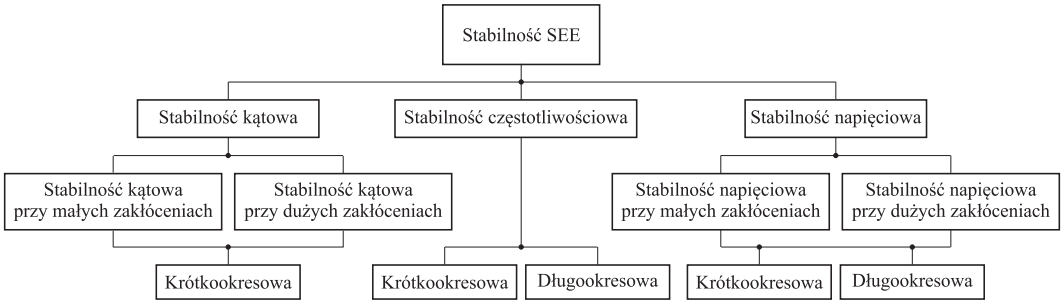
Najwolniejsze są stany nieustalone o charakterze termodynamicznym. Obejmują one wszystkie zjawiska, w których istotną rolę odgrywają procesy regulacji kotłów w elektrowniach cieplnych. Można do nich zaliczyć zjawiska towarzyszące wtórnej regulacji częstotliwości, pokrywanie dużych ubytków mocy w ramach procesów regulacyjnych oraz wprowadzenie rezerwy zimnej, pokrywanie dobowych zmian

obciążenia. Zakres czasowy tych zjawisk jest od kilku sekund do kilku, a nawet kilkunastu godzin.

Z powyższego opisu wynika, że stany nieustalone towarzyszące regulacji napięcia i mocy biernej oraz regulacji częstotliwości i mocy czynnej wchodzą w zakres elektromechanicznych stanów nieustalonych.

Z elektromechanicznymi stanami nieustalonymi i procesami regulacyjnymi ściśle wiąże się też stabilność SEE. Ogólnie stabilność SEE jest rozumiana jako jego zdolność do utrzymania określonego stanu po wystąpieniu zakłócenia. Stan SEE jest określony wieloma zmiennymi stanu, a w szczególności wartościami modułu i argumentu napięć w węzłach sieci WN oraz wartością częstotliwości w SEE. Z tego powodu rozróżnia się kilka rodzajów stabilności, co ilustruje rys. 1.3.

Ze względu na wielkości elektryczne istotne dla stanu SEE rozróżnia się (górna część rys. 1.3) *stabilność kątową*, *stabilność częstotliwościową*, *stabilność napięciową*. Utrata stabilności kątowej polega na utracie synchronizmu generatorów synchronicznych. Utrata stabilności napięciowej objawia się nadmiernym zmniejszeniem się napięć w sieci, a w skrajnym przypadku ich załamaniem (lawina napięcia). Utrata stabilności częstotliwościowej objawia się nadmiernym zmniejszeniem się częstotliwości w SEE, a w skrajnym przypadku jej załamaniem (lawina częstotliwości).



Rys. 1.3. Rodzaje stabilności SEE wg [48]

Dalej (środkowa część rys. 1.3) ze względu na wielkość zakłócenia rozróżnia się stabilność dla małych i dużych zakłóceń. W modelu SEE występują liczne nieliniowości, co powoduje, że stabilność SEE zależy od wielkości zakłócenia. Stabilność kątowa przy małych zakłóceniach jest nazywana *stabilnością lokalną*, a stabilność kątowa przy dużych zakłóceniach jest nazywana *stabilnością globalną* (jeśli chce się podkreślić wielkość zakłócenia) lub *stabilnością przejściową* (jeśli chce się podkreślić czas zjawisk).

Trzecim kryterium klasyfikacji jest czas zjawisk istotny dla danej formy utraty stabilności SEE (dolna część rys. 1.3). Dla stabilności kątowej istotny jest krótki

okres, a dla stabilności częstotliwościowej i napięciowej zarówno okres krótki, jak i długi. Stabilność dla krótkiego czasu trwania zjawisk nazywa się *stabilnością krótkookresową*, a dla długiego czasu odpowiednio *stabilnością długookresową*.

Warto tu podkreślić, że utrata stabilności SEE może następować mimo istnienia i działania automatyki regulacyjnej oraz zabezpieczeń służących do ochrony elementów SEE przed skutkami zakłóceń. W praktyce utrata stabilności może następować po wystąpieniu nietypowego (silnego) zakłócenia lub w stanach nienormalnych pracy, gdy sieć WN jest osłabiona wyłączeniem kilku jej elementów, a w szczególności przy wystąpieniu wyłączeń kaskadowych spowodowanych silnym przeciążeniem sieci. Utrata stabilności może prowadzić do awarii polegającej na utracie zdolności SEE do zasilania odbiorców na dużym obszarze (*awaria obszarowa*) lub nawet w całym SEE (*awaria systemowa*).

Przeciwdziałanie zjawiskom utraty stabilności SEE należy podejmować na każdym możliwym etapie, a więc w trakcie planowania rozwoju SEE, w trakcie wdrażania poszczególnych inwestycji w sektorze wytwarzania i rozwoju sieci, w trakcie pracy SEE. W każdym z tych etapów podejmowane działania mają odmienny charakter i mogą być opisane w następujący sposób:

W trakcie tworzenia planów rozwoju SEE należy zapewnić zasadnicze kryteria bezpiecznej pracy SEE oraz jego odporność na zakłócenia.

W trakcie realizacji konkretnych inwestycji w sektorze wytwarzania należy zapewnić wykorzystanie dostępnych elektrownianych środków poprawy stabilności SEE i optymalizację ich parametrów (np. układów regulacji napięcia generatorów i zastosowanie odpowiednio dobranych stabilizatorów systemowych PSS).

W trakcie pracy SEE w przypadku zidentyfikowania zagrożeń stabilności dla przeciwdziałania powstawaniu awarii systemowych można wprowadzać do SEE dodatkowe środki poprawy stabilności, na przykład automatyki przeciwawaryjne nazywane także zabezpieczeniami specjalnymi lub zabezpieczeniami wielkoobszarowymi.

Należy tu podkreślić, że wszelkie środki poprawy stabilności (zarówno sieciowe, jak i elektrowniane) powinny być traktowane jako środki dodatkowe poprawiające stabilność i łagodzące stany nieustalone, a nie środki zapewniające stabilność. Stabilność SEE przy typowych zakłóceniach powinna być zapewniona przez rozwój sieci stosowny do rozwoju sektora wytwarzania. Tak więc podstawową drogą zapewnienia bezpiecznej pracy SEE powinno być planowanie rozwoju sieci przesyłowej dostosowane do planowanego wzrostu zapotrzebowania na moc i planowanych inwestycji w sektorze wytwarzania.

1.2. Jednostki względne

Jednostki względne są stosowane w wielu dziedzinach nauki i techniki, a niektóre z nich przeniknęły do życia codziennego. Najprostszym przykładem są procenty, polegające na odniesieniu danych parametrów do całości z pomnożeniem przez sto. Jednostki względne w języku polskim oznaczane są w skrócie jw, a w języku angielskim pu (ang. *per unit*).

Zastosowanie jednostek względnych polega ogólnie na przeliczeniu parametrów lub zmiennych opisujących dany obiekt z wielkości mianowanych do wielkości niemianowanych przy zastosowaniu wielkości bazowej

$$w_{\mathrm{w}} = \frac{w}{w_{\mathrm{b}}} \tag{1.1}$$

gdzie: w_{w} – wielkość (lub parametr) w jednostkach względnych, w – wielkość (lub parametr) w jednostkach mianowanych, w_{b} – wielkość bazowa nazywana też wielkością odniesienia. Wielkości (parametry) wyrażone w jednostkach względnych mogą być jednoznacznie przeliczone do jednostek mianowanych

$$w = w_{\mathrm{w}}\ w_{\mathrm{b}} \tag{1.2}$$

W elektrotechnice stosowanie jednostek względnych jest powszechne. Można wyróżnić dwie istotne przyczyny ich wprowadzenia:

1. Jednostki względne umożliwiają porównywanie urządzeń podobnych technicznie, lecz różniących się wielkością lub pochodzących od różnych producentów. Dotyczy to zwłaszcza maszyn elektrycznych (generatory, transformatory, silniki), dla których parametry wyrażone w jednostkach względnych są zbliżone dla maszyn różnej mocy, lecz podobnej konstrukcji, różnią się zaś, gdy cechy konstrukcyjne porównywanych maszyn są inne.
2. Jednostki względne ułatwiają obliczenia i pomagają uniknąć pomyłek przy prowadzeniu obliczeń dla wielu urządzeń pracujących na różnych poziomach napięć, co ma miejsce w przypadku systemów elektroenergetycznych.

Gdy obiekt jest opisany przez wiele wielkości i parametrów, wówczas sposób ich przeliczenia do jednostek względnych musi być ściśle zgodny z prawami fizyki odnoszącymi się do tego obiektu. Przykładem może tu być powiązanie dwóch wielkości $w^{(1)}$, $w^{(2)}$ stałą zależnością typu $w^{(1)} = \alpha_{12}\ w^{(2)}$. Wielkość bazową można wtedy wybrać tylko dla jednej z wielkości, gdyż obie wielkości bazowe $w_{\mathrm{b}}^{(1)}, w_{\mathrm{b}}^{(2)}$ muszą również spełniać tę samą zależność, czyli $w_{\mathrm{b}}^{(1)} = \alpha_{12}\ w_{\mathrm{b}}^{(2)}$. Innym przykładem jest powiązanie trzech wielkości zależnością typu $w^{(1)} = \alpha_{123}\ w^{(2)} w^{(3)}$. Wtedy

wielkości bazowe $w_{\mathrm{b}}^{(1)}, w_{\mathrm{b}}^{(2)}, w_{\mathrm{b}}^{(3)}$ można wybrać tylko dla dwóch z wielkości, gdyż trzecia wynika z zależności $w_{\mathrm{b}}^{(1)} = \alpha_{123}\, w_{\mathrm{b}}^{(2)} w_{\mathrm{b}}^{(3)}$.

Szczególną ostrożność w wyborze jednostek bazowych należy zachować, gdy obiekt jest opisany dużą liczbą wielkości i parametrów wzajemnie powiązanych. Należy wtedy przede wszystkim ustalić, jaka jest minimalna liczba wielkości bazowych, z których można obliczyć wszystkie pozostałe wielkości bazowe. Wielkości należące do tego minimalnego zbioru wielkości nazywa się *wyjściowymi wielkościami bazowymi*.

W maszynach elektrycznych wirujących (silnik, generator) występuje duża liczba wielkości i parametrów elektrycznych i mechanicznych, takich jak: moc, napięcie, prąd, rezystancje, reaktancje (impedancje), indukcyjności, strumienie, prędkość obrotowa, moment obrotowy. Wszystkie te wielkości są z sobą powiązane podstawowymi prawami elektrotechniki i mechaniki. Mimo tak dużej liczby rozmaitych wielkości można przyjąć tylko trzy wyjściowe wielkości bazowe [82]. Zwykle przyjmuje się: fazowe napięcie bazowe U_{fb}, moc bazową (na jedną fazę) S_{fb} oraz czas bazowy t_{b}. Pozostałe wielkości bazowe można wyrazić w następujący sposób: dla prądu $I_{\mathrm{b}} = S_{\mathrm{fb}} / U_{\mathrm{fb}}$, dla impedancji, rezystancji i reaktancji $Z_{\mathrm{b}} = U_{\mathrm{fb}} / I_{\mathrm{b}} = U_{\mathrm{fb}}^2 / S_{\mathrm{fb}}$, dla prędkości kątowej i pulsacji $\omega_{\mathrm{b}} = 1 / t_{\mathrm{b}}$, dla indukcyjności $L_{\mathrm{b}} = U_{\mathrm{fb}} t_{\mathrm{b}} / I_{\mathrm{b}} = Z_{\mathrm{b}} t_b$, dla strumienia $\Phi_{\mathrm{b}} = L_{\mathrm{b}} I_{\mathrm{b}} = U_{\mathrm{fb}} t_{\mathrm{b}}$, dla momentu obrotowego (pochodzącego od 3 faz) $m_{\mathrm{b}} = 3 S_{\mathrm{fb}} / \omega_{\mathrm{b}}$.

Zależnie od doboru bazowej jednostki czasu t_b można otrzymać różne układy jednostek. Jeśli przyjąć $t_{\mathrm{b}} = 1$ s, to uzyska się $\omega_{\mathrm{b}} = 1$ rad/s oraz $L_{\mathrm{w}} = Z_{\mathrm{w}}$, czyli indukcyjności w jednostkach względnych są równe reaktancjom w jednostkach względnych. Wtedy jednak prędkość synchroniczna (dla częstotliwości 50 Hz) w jednostkach względnych jest równa $\omega_{\mathrm{sw}} = 314$, czyli w jednostkach względnych ma taką samą wartość jak w jednostkach mianowanych $\omega_{\mathrm{s}} = 314$ rad/s. Jeśli jednak bazową jednostkę czasu przyjąć $t_{\mathrm{b}} = 1/314 = 0{,}0031847$ s, to wtedy oczywiście indukcyjności w jednostkach względnych nie są równe reaktancjom w jednostkach względnych $L_{\mathrm{w}} \neq Z_{\mathrm{w}}$, lecz prędkość synchroniczna w jednostkach względnych $\omega_{\mathrm{sw}} = 1$.

W przypadku urządzeń 3-fazowych należy pamiętać, że między napięciem międzyfazowym U, nazywanym też napięciem przewodowym, a napięciem fazowym U_{f} zachodzi zależność $U = \sqrt{3}\, U_{\mathrm{f}}$. Jeśli jako napięcie bazowe dla napięcia międzyfazowego zostanie przyjęte U_{b}, to wtedy dla napięcia fazowego napięcie bazowe musi mieć wartość $U_{\mathrm{fb}} = U_{\mathrm{b}} / \sqrt{3}$. Oczywiście oba napięcia (międzyfazowe i fazowe) w jednostkach względnych są sobie równe, gdyż

$$U_{\mathrm{w}} = \frac{U}{U_{\mathrm{b}}} \quad \text{oraz} \quad U_{\mathrm{fw}} = \frac{U_{\mathrm{f}}}{U_{\mathrm{fb}}} = \frac{U}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{U_{\mathrm{b}}} = \frac{U}{U_{\mathrm{b}}} = U_{\mathrm{w}} \tag{1.3}$$

Dla urządzeń 3-fazowych jako jednostki bazowe wyjściowe można przyjąć napięcie fazowe U_{fb} oraz moc jednej fazy S_{fb} lub też napięcie międzyfazowe U_{b} oraz moc trzech faz S_{b}. Dla obu tych par wielkość bazowa prądu różni się o $\sqrt{3}$, a wzory na wielkość bazową impedancji są takie same i nie zawierają $\sqrt{3}$. Ilustruje to tab. 1.1.

Dla transformatorów oraz dla sieci jako wyjściowe jednostki bazowe przyjmuje się napięcie bazowe oraz moc bazową – zwykle w przeliczeniu na trzy fazy oraz napięcie międzyfazowe (druga para w tab. 1.1). W przypadku wirujących maszyn elektrycznych (generatory, transformatory, silniki) jako napięcie i moc bazową przyjmuje się z reguły odpowiednio napięcie znamionowe (fazowe lub międzyfazowe) oraz moc znamionową (na fazę lub trójfazową):

$$U_{\mathrm{b}} = U_{\mathrm{r}} \quad \text{oraz} \quad S_{\mathrm{b}} = S_{\mathrm{r}} \tag{1.4}$$

lub

$$U_{\mathrm{fb}} = U_{\mathrm{r}} / \sqrt{3} \quad \text{oraz} \quad S_{\mathrm{fb}} = S_{\mathrm{r}} / 3 \tag{1.5}$$

gdzie symbole z indeksem r odpowiadają wartościom znamionowym urządzenia (ang. *rated value*). Parametry (dane) katalogowe maszyn są podawane w przeliczeniu na wielkości bazowe (1.4), (1.5), czyli w przeliczeniu na napięcie i moc znamionową. Czasami wielkości w jednostkach względnych mnoży się przez 100, zamieniając je na wielkości procentowe w odniesieniu do wielkości znamionowych. Przykładowo wartość procentowa $X_{\mathrm{d}\,\%} = 165\%$ odpowiada w jednostkach względnych wartości $X_{\mathrm{dw}} = 1{,}65$.

Tabela 1.1. Porównanie dwóch par bazowych wielkości wyjściowych

Wielkości bazowe wyjściowe		Wielkości bazowe	
		prądu	impedancji
Na fazę	U_{fb}, S_{fb}	$I_{\mathrm{b}} = \dfrac{S_{\mathrm{fb}}}{U_{\mathrm{fb}}}$	$= \dfrac{U_{\mathrm{fb}}}{I_{\mathrm{b}}} = \dfrac{U_{\mathrm{fb}}}{S_{\mathrm{fb}}}$
Trzech faz	U_{b}, S_{b}	$I_{\mathrm{b}} = \dfrac{S_{\mathrm{b}}}{\sqrt{3}\ U_{\mathrm{b}}}$	$Z_{\mathrm{b}} = \dfrac{U_{\mathrm{b}}}{\sqrt{3}\ I_{\mathrm{b}}} = \dfrac{U_{\mathrm{b}}^2}{S_{\mathrm{b}}}$

Parametry (dane) katalogowe linii elektroenergetycznych są podawane z reguły w jednostkach mianowanych w przeliczeniu na 1 km długości linii i na fazę. Dla przykładu reaktancja wzdłużna linii $x_{\mathrm{L}} = 0{,}4\ \Omega$/km/fazę. W sieciach linie pracują na różnych poziomach napięć i do przeliczenia ich parametrów na jednostki względne jako napięcia bazowe zwykle przyjmuje się napięcie znamionowe sieci (międzyfazowe) oraz jedną moc bazową (trójfazową) wspólną dla całej analizowanej sieci.

Napięcie znamionowe sieci międzyfazowe oznacza się symbolem U_{n}, tj. z indeksem n (ang. *nominal value*).

Warto tu zwrócić uwagę na odmienność indeksów wielkości znamionowych dla sieci (indeks n) oraz maszyn i urządzeń (indeks r).

Aby można stworzyć wspólny schemat obejmujący linie, transformatory, generatory i następnie dla takiego schematu napisać równania węzłowe, należy parametry wszystkich transformatorów, generatorów i linii przeliczyć do wspólnych jednostek względnych. Najprościej jest jako wspólne wielkości bazowe użyć jednostki bazowe przyjęte dla linii, czyli napięcia znamionowe sieci oraz wspólną moc bazową. Dla rozróżnienia od wielkości bazowych generatorów i transformatorów takie wspólne wielkości bazowe można zapisać na przykład w nawiasach kwadratowych $[U_{\mathrm{b}}]$, $[S_{\mathrm{b}}]$. Sposób przeliczenia wielkości (danych) z jednych jednostek do drugich jest prosty i opiera się na użyciu wzoru (1.2) do przeliczenia na jednostki mianowane oraz wzoru (1.1) do przeliczenia na nowe (wspólne) jednostki względne. Przykładowo impedancję transformatora Z_{Tw} podaną w jednostkach względnych transformatora przelicza się na wspólne jednostki względne sieciowe $Z_{\mathrm{T\,[jw]}}$ w następujący sposób:

$$Z_{\mathrm{T\,[jw]}} = \frac{Z_{\mathrm{Tw}}\, Z_{\mathrm{b}}}{[Z_{\mathrm{b}}]} = Z_{\mathrm{Tw}} \frac{U_{\mathrm{rT}}^2}{S_{\mathrm{rT}}} \frac{[S_{\mathrm{b}}]}{[U_{\mathrm{b}}]^2} = Z_{\mathrm{Tw}} \frac{U_{\mathrm{rT}}^2}{[U_{\mathrm{b}}]^2} \frac{[S_{\mathrm{b}}]}{S_{\mathrm{rT}}} \tag{1.6}$$

Warto tu jeszcze dodać, że w uproszczonych obliczeniach jako napięcie bazowe $[U_{\mathrm{b}}]$ dla sieci można przyjąć nie napięcie znamionowe sieci $[U_{\mathrm{b}}] = U_{\mathrm{n}}$, lecz wartość o 5% większą, czyli $[U_{\mathrm{b}}] = 1{,}05\ U_{\mathrm{n}}$. Wynika to z faktu, że napięcia znamionowe transformatorów sieciowych są zwykle o 5% większe od napięć znamionowych sieci, czyli $U_{\mathrm{rT}} \cong 1{,}05\ U_{\mathrm{n}}$. W takim przypadku wzór (1.6) upraszcza się do postaci

$$Z_{\mathrm{T\,[j.w.]}} = \frac{Z_{\mathrm{Tw}}\, Z_{\mathrm{b}}}{[Z_{\mathrm{b}}]} = Z_{\mathrm{Tw}} \frac{[S_{\mathrm{b}}]}{S_{\mathrm{rT}}} \tag{1.7}$$

gdyż napięcia U_{rT} oraz $[U_{\mathrm{b}}]$ upraszczają się. Ponadto dla tak przyjętego napięcia bazowego $[U_{\mathrm{b}}] = U_{\mathrm{rT}} \cong 1{,}05\ U_{\mathrm{n}}$ w schemacie zastępczym transformatora przeliczonym do jednostek względnych można pominąć przekładnię transformatora. Uproszczony schemat zastępczy transformatora sprowadza się wtedy do reaktancji zastępczej transformatora, co ułatwia obliczenia.

W obliczeniach prowadzonych ręcznie zwykle jako wspólną moc bazową przyjmuje się $[S_{\mathrm{b}}] = 100$ MVA lub $[S_{\mathrm{b}}] = 1000$ MVA. Jest to podyktowane łatwością dzielenia przez 100 lub 1000 oraz dążeniem do pewnej nieformalnej unifikacji. Ogólnie jednak dobór wielkości mocy bazowej jest dowolny.

1.3. Schematy zastępcze generatorów synchronicznych

Generatory synchroniczne są głównymi źródłami mocy czynnej i biernej w SEE. Ich układy regulacji mają istotny wpływ na pracę SEE zarówno w stanach ustalonych (regulacja wartości napięć i rozpływu mocy biernej), jak i stanach nieustalonych (dynamika regulacji napięcia i oddziaływanie na stabilność systemu). Zagadnienia związane z regulacją generatorów synchronicznych są szczegółowo omówione w podręczniku [85].

W przypadku generatorów dużej mocy energia elektryczna jest pobierana z uzwojenia znajdującego się na stojanie. Uzwojenie to jest wykonane jako trójfazowe prądu przemiennego i jest nazywane *twornikiem*. Na wirniku generatora znajduje się uzwojenie wzbudzenia wytwarzające pole magnetyczne. Uzwojenie to jest zasilane ze źródła prądu stałego nazywanego *wzbudnicą*. Wirnik generatora jest napędzany przez turbinę. Generator wraz z turbiną jest nazywany *zespołem wytwórczym*. Generatory napędzane turbinami parowymi są nazywane *turbogeneratorami*. Generatory napędzane turbinami wodnymi są nazywane *hydrogeneratorami*. Hydrogeneratory są maszynami wolnoobrotowymi z wirnikami o *biegunach wydatnych*. Turbogeneratory są maszynami szybkoobrotowymi z wirnikami o *biegunach utajonych*.

Duże zakłócenia w sieci WN (typu zwarcie i jego likwidacja) w uzwojeniach generatorów synchronicznych przyłączonych do tej sieci wywołują stany nieustalone szczegółowo opisane w podręczniku [68]. Do zdefiniowania parametrów istotnych dla stabilności SEE pomocne jest tu rozpatrzenie obrazów magnetycznych generatora synchronicznego w trakcie trójfazowego zwarcia uzwojenia stojana (twornika).

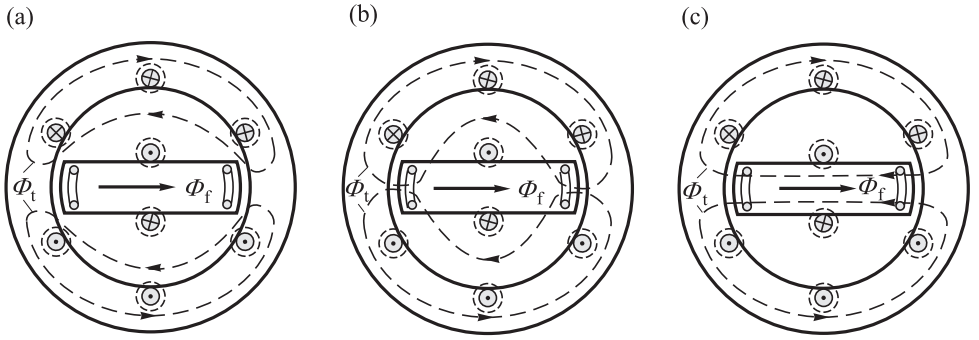
1.3.1. Obrazy strumieni i reaktancje zastępcze

Przed zwarciem (w stanie jałowym generatora) z uzwojeniami wirnika (uzwojenie wzbudzenia i klatki tłumiące) jest skojarzony strumień wzbudzenia. W pierwszej chwili zwarcia prądy uzwojeń wirnika zwiększają się tak, że odpowiadający im strumień kompensuje w wirniku strumień pochodzący od uzwojeń stojana. Jak pokazano w podrozdz. D.6, można to interpretować też w ten sposób, że uzwojenia wirnika wypychają strumień stojana poza wirnik i nie dopuszczają do zmiany skojarzeń magnetycznych. Odnośnie do tego zjawiska można też powiedzieć, że w stanie nieustalonym uzwojenia wirnika działają ekranująco na strumień stojana. Stan generatora synchronicznego, w którym strumień stojana jest całkowicie wypchnięty poza wirnik (rys. 1.4a), jest nazywany *stanem podprzejściowym*.

Wskutek rozproszenia energii na rezystancjach uzwojeń wirnika prądy podtrzymujące skojarzenia magnetyczne zanikają i stan podprzejściowy nie może się utrzymać. Najszybciej zanikają prądy w uzwojeniach tłumiących, gdyż ich stałe czasowe są małe (duże rezystancje). Już po krótkim czasie od wystąpienia zwarcia uzwojenia te nie „przeciwstawiają" się wejściu strumienia stojana w nabiegunniki wirnika.

Strumień ten jest jednak wypychany przez uzwojenie wzbudzenia, w którym prądy zanikają dużo wolniej. Stan, w którym strumień stojana jest wypychany tylko poza uzwojenie wzbudzenia (rys. 1.4b), jest nazywany *stanem przejściowym.*

Po zaniku prądu nieustalonego w uzwojeniu wzbudzenia strumień stojana może przejść przez cały wirnik i zamknąć się przez drogę o małej reluktancji. Stan, w którym strumień stojana przechodzi przez wirnik i jego uzwojenia (rys. 1.4c), jest nazywany *stanem ustalonym.*



Rys. 1.4. Droga strumienia twornika w stanie wg [79]: (a) podprzejściowym (ekranujące działanie klatki tłumiącej i uzwojenia wzbudzenia), (b) przejściowym (ekranujące działanie tylko uzwojenia wzbudzenia), (c) ustalonym (bez ekranującego działania uzwojeń wirnika)

W każdym z wymienionych trzech stanów (podprzejściowym, przejściowym, ustalonym) maszynie synchronicznej można przyporządkować reaktancję zastępczą. Jak wiadomo, reaktancja zastępcza danego uzwojenia zależy od oporności magnetycznej drogi strumienia tego uzwojenia. W każdym z omawianych tu stanów strumień uzwojeń stojana ma inną drogę przez powietrze i tym samym inna jest oporność na jego drodze. Dla ułatwienia analizy drogę strumienia uzwojeń stojana można podzielić na kilka odcinków. Podobnie jak w podrozdz. D.6 (rys. D.16), odcinkom tym można przyporządkować reaktancje cząstkowe wchodzące w skład reaktancji zastępczej maszyny synchronicznej. Bardziej szczegółowy opis tych zagadnień można znaleźć w podręczniku [68]. Wydziela się następujące odcinki drogi strumienia i odpowiadające im następujące reaktancje:

X_l – reaktancja odpowiadająca drodze rozproszenia strumienia wokół uzwojeń stojana, nazywana *reaktancją rozproszenia*,

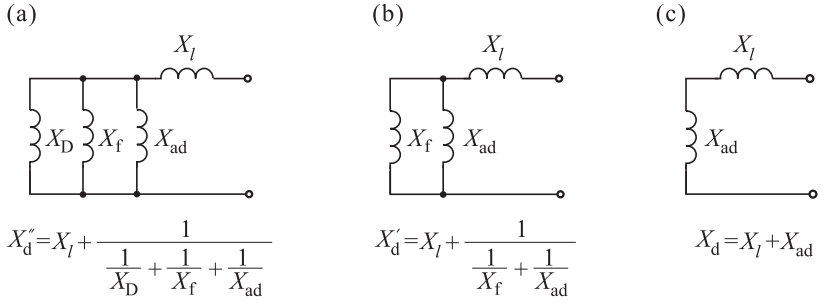
X_{ad} – reaktancja odpowiadająca drodze przez szczelinę między stojanem a wirnikiem, nazywana *reaktancją oddziaływania twornika*,

X_D – reaktancja odpowiadająca drodze obejścia uzwojeń tłumiących (w jednostkach względnych reaktancja ta i reaktancja klatki tłumiącej są sobie równe),

X_f – reaktancja odpowiadająca drodze obejścia uzwojenia wzbudzenia (w jednostkach względnych reaktancja ta i reaktancja uzwojenia wzbudzenia są sobie równe).

Ponieważ reaktancja zastępcza jest odwrotnie proporcjonalna do oporności magnetycznej na drodze strumienia, należy pamiętać, że szeregowym odcinkom drogi odpowiada równoległe łączenie reaktancji cząstkowych, a równoległym odcinkom drogi odpowiada szeregowe łączenie reaktancji cząstkowych. Wynika z tego, że reaktancje cząstkowe X_{D}, X_{f}, X_{ad} muszą być łączone równolegle, gdyż odpowiadające im drogi są szeregowe. Reaktancja cząstkowa X_l musi być włączona szeregowo, gdyż odpowiadająca jej droga jest równoległa do pozostałych.

Sposób połączenia reaktancji cząstkowych dla poszczególnych stanów pokazano na rys. 1.5. W stanie podprzejściowym należy uwzględnić wszystkie reaktancje cząstkowe (rys. 1.5a). W stanie przejściowym (rys. 1.5b) reaktancja cząstkowa X_{D} nie wchodzi do reaktancji zastępczej generatora, gdyż uzwojenia tłumiące w tym stanie nie wypychają strumienia stojana i strumień przechodzi na tym odcinku przez żelazo wirnika. Oporność drogi przez żelazo jest bardzo mała i odpowiadająca jej reaktancja jest na tyle duża, że w obwodzie równoległym może być pominięta. Podobnie w stanie ustalonym (rys. 1.5c). Do obwodu reaktancji zastępczej nie wchodzi już reaktancja cząstkowa X_{f}, gdyż na tej drodze strumień stojana przechodzi przez żelazo wirnika.



Rys. 1.5. Reaktancje zastępcze maszyny synchronicznej w stanie: (a) podprzejściowym, (b) przejściowym, (c) ustalonym

Reaktancję zastępczą w stanie podprzejściowym (rys. 1.5a) oznacza się X''_{d} i nazywa *reaktancją podprzejściową wzdłużną*. Reaktancję zastępczą w stanie przejściowym (rys. 1.5b) oznacza się X'_{d} i nazywa *reaktancją przejściową wzdłużną*. Reaktancję zastępczą w stanie ustalonym (rys. 1.5c) oznacza się X_{d} i nazywa *reaktancją synchroniczną wzdłużną*.

Z omawianych schematów wynika, że między zastępczymi reaktancjami maszyny synchronicznej zachodzi: $X''_{\mathrm{d}} < X'_{\mathrm{d}} < X_{\mathrm{d}}$. W przypadku dużych maszyn reaktancja podprzejściowa jest około dwukrotnie mniejsza od reaktancji przejściowej oraz około dziesięciokrotnie mniejsza od reaktancji synchronicznej.

W każdym z omawianych stanów generatorowi można przyporządkować zastępcze źródło napięciowe o odpowiedniej reaktancji X''_{d}, X'_{d}, X_{d}. Zastępcze siły

elektromotoryczne (sem) E''_q, E'_q, E_q tych źródeł są proporcjonalne do odpowiednich skojarzeń magnetycznych charakterystycznych dla tych stanów:

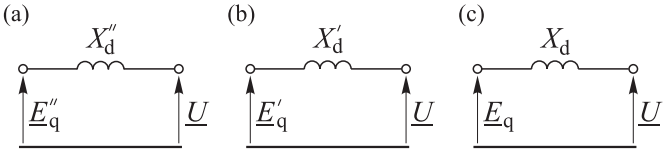
E_q – sem synchroniczna proporcjonalna do strumienia wytworzonego przez prąd w uzwojeniu wzbudzenia,

E'_q – sem przejściowa proporcjonalna do wypadkowego strumienia skojarzonego z uzwojeniem wzbudzenia z uwzględnieniem strumienia stojana ingerującego w wirnik,

E''_q – sem podprzejściowa proporcjonalna do sumy strumieni skojarzonych z uzwojeniem wzbudzenia i uzwojeniem tłumiącym z uwzględnieniem strumienia stojana ingerującego w wirnik.

Ścisłe zdefiniowanie tych sił elektromotorycznych bazujące na modelu matematycznym generatora synchronicznego jest omówione w podrozdz. 5.1. Ze stanami podprzejściowym i przejściowym wiążą się też stałe czasowe T''_d oraz T'_d odpowiadające zanikaniu prądu nieokresowego w klatce tłumiącej oraz w uzwojeniu wzbudzenia i tym samym zanikaniu działania tych uzwojeń ekranująco dla strumienia stojana.

Tu warto zwrócić uwagę, że w chwili wystąpienia zwarcia zmianie nie ulega sem podprzejściowa E''_q, gdyż uzwojenia klatki i wzbudzenia podtrzymują skojarzone z nimi strumienie. Dla podtrzymania tych skojarzeń prąd w uzwojeniu wzbudzenia zwiększa się [68] i tym samym zmianie ulega sem synchroniczna E_q.



Rys. 1.6. Schematy zastępcze maszyny synchronicznej w stanie: (a) podprzejściowym, (b) przejściowym, (c) ustalonym

Korzystając z reaktancji zastępczych oraz zastępczych sił elektromotorycznych generatora dla każdego z trzech charakterystycznych stanów generatora, można utworzyć schemat zastępczy generatora, co ilustruje rys. 1.6.

W powyższym opisie założono, że przed zwarciem generator nie był obciążony. W takim przypadku w stanie zwarcia strumień stojana przechodzi przez wirnik zgodnie z kierunkiem osi wzdłużnej d zgodnej z osią uzwojenia wzbudzenia. Gdy przed zwarciem generator jest obciążony, strumień stojana przechodzi przez wirnik pod pewnym kątem, nazywanym *kątem obciążenia* [79, 82, 85]. Wskutek bezwładności wirnika jego położenie nie może zmienić się w sposób skokowy i w pierwszej chwili zwarcia strumień stojana również przechodzi przez wirnik pod kątem. Strumień ten można rozłożyć na składowe w osi wzdłużnej d oraz osi q poprzecznej do osi uzwojenia wzbudzenia.

Na drodze składowej poprzecznej strumienia stojana można wyróżnić odcinki analogiczne do odcinków dla składowej wzdłużnej, a im przyporządkować reaktancje cząstkowe i następnie utworzyć z nich następujące reaktancje zastępcze:
X''_{q} – reaktancja podprzejściowa poprzeczna,
X'_{q} – reaktancja przejściowa poprzeczna,
X_{q} – reaktancja synchroniczna poprzeczna.

Na podstawie wyżej wymienionych reaktancji w osi poprzecznej (analogicznie do schematów z rys. 1.6) można utworzyć schematy z reaktancjami X''_{q}, X'_{q}, X_{q} oraz siłami elektromotorycznymi E''_{d}, E'_{d}, E_{d}. Analogicznie do stałych czasowych T''_{d}, T'_{d} istnieją też stałe czasowe T''_{q}, T'_{q}.

Można wykazać [68], że asymetria magnetyczna wirnika w stanie podprzejściowym powoduje powstanie w przebiegu prądu zwarciowego składowej podwójnej częstotliwości zależnej od wartości $(X''_{\mathrm{q}} - X''_{\mathrm{d}})$.

Tabela 1.2. Wpływ asymetrii magnetycznej wirnika na reaktancje generatora synchronicznego

Stan	Typ generatora	Reaktancja	Występowanie asymetrii	
			tak/nie	przyczyna
Podprzejściowy	wirnik z uzwojeniem tłumiącym tylko w osi d	$X''_{\mathrm{q}} > X''_{\mathrm{d}}$	tak	słabe ekranowanie w osi q z powodu braku klatki tłumiącej w tej osi
	wirnik z uzwojeniami tłumiącymi w obu osiach d, q	$X''_{\mathrm{q}} \cong X''_{\mathrm{d}}$	nie	jednakowe ekranowanie w obu osiach
Przejściowy	wirnik cylindryczny z biegunami utajonymi (odkuwka)	$X'_{\mathrm{q}} > X'_{\mathrm{d}}$	tak	silne ekranowanie w osi d wskutek działania uzwojenia wzbudzenia oraz słabe ekranowanie w osi q wynikające z działania tylko prądów wirowych w odkuwce wirnika
	wirnik z biegunami wydatnymi (złożony z blach)	$X'_{\mathrm{q}} \cong X_{\mathrm{q}}$	tak	brak ekranującego działania w osi q z powodu istnienia izolacji między blachami wirnika
Ustalony	wirnik cylindryczny z biegunami utajonymi (odkuwka)	$X_{\mathrm{q}} \cong X_{\mathrm{d}}$	nie	symetryczna szczelina w obu osiach
	wirnik z biegunami wydatnymi (złożony z blach)	$X_{\mathrm{q}} < X_{\mathrm{d}}$	tak	większa szczelina w osi q

Struktura magnetyczna wirnika w kierunku osi poprzecznej q jest inna niż w kierunku osi wzdłużnej d. Przede wszystkim w osi poprzecznej nie ma uzwojenia wzbudzenia. Ponadto nie wszystkie maszyny w osi poprzecznej mają klatki tłumiące. Z tego powodu wirnik cechuje się *asymetrią magnetyczną*. Wskutek tej asymetrii mogą wystąpić istotne różnice między X''_{d}, X''_{q} oraz między X'_{d}, X'_{q}, a także między X_{d}, X_{q}. W osi poprzecznej w wypieraniu strumienia stojana (i tym samym w wartościach reaktancji) główną rolę odgrywają klatki tłumiące oraz prądy wirowe indukowane w rdzeniu wirnika. Dlatego też jest istotne, czy rdzeń wirnika jest zrobiony z blach izolowanych, czy jest pełną odkuwką. W tab. 1.2 zestawiono istotne różnice między reaktancjami. Przykładowe wartości dla generatorów dużej mocy są podane w tab. 5.1 (p. 5.1.1).

1.3.2. Wykresy fazorowe generatora synchronicznego

Dla poszczególnych stanów (podprzejściowego, przejściowego, ustalonego) można utworzyć wykresy fazorowe prądów i napięć.

Stan podprzejściowy

W stanie podprzejściowym prądy indukowane w uzwojeniach wirnika (uzwojenie wzbudzenia i klatki tłumiące) wypychają strumień stojana poza wirnik do drogi o dużej reluktancji magnetycznej. Rys. 1.4a ilustruje ten fakt w przypadku, gdy przed zakłóceniem strumień stojana przechodzi wzdłuż osi d wirnika, tzn. ma tylko składową wzdłużną. W ogólnym przypadku strumień stojana może przechodzić przez wirnik pod kątem względem osi d i ma dwie składowe – składową wzdłużną w osi d oraz składową poprzeczną w osi q. Drogom magnetycznym obu tych składowych w stanie podprzejściowym odpowiadają reaktancje X''_{d} oraz X''_{q}.

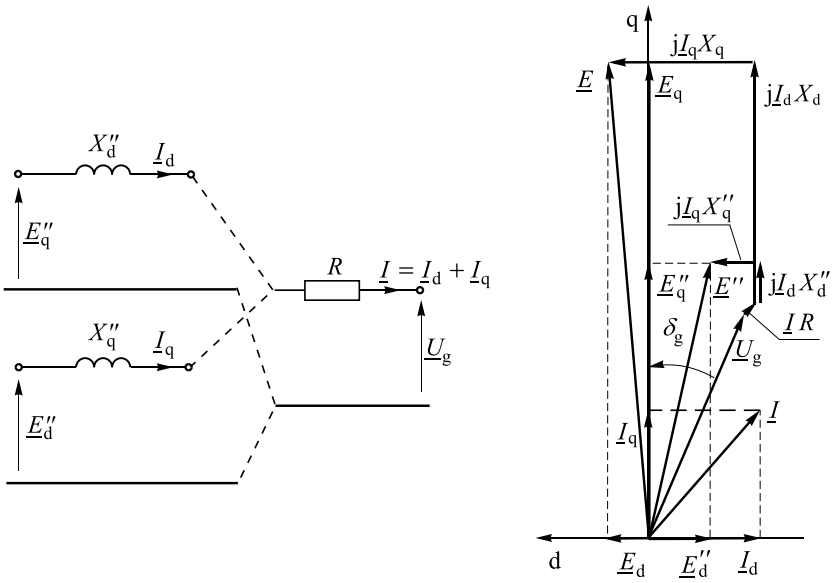
W stanie podprzejściwym zakłada się stałość strumienia skojarzonego z uzwojeniami wirnika i odpowiadające mu siły elektromotoryczne można również uznać za stałe. W rezultacie w stanie podprzejściowym generator można traktować jako źródła sił elektromotorycznych o stałych wartościach $\underline{E}''_{\mathrm{q}}$ oraz $\underline{E}''_{\mathrm{d}}$ za reaktancjami odpowiednio X''_{d} oraz X''_{q}. Źródła takie są opisane następującym równaniem:

$$\underline{E}'' = \underline{U}_{\mathrm{g}} + R\,\underline{I} + \mathrm{j}X''_{\mathrm{d}}\underline{I}_{\mathrm{d}} + \mathrm{j}X''_{\mathrm{q}}\underline{I}_{\mathrm{q}} \tag{1.9}$$

gdzie $\underline{I} = \underline{I}_{\mathrm{d}} + \underline{I}_{\mathrm{q}}$ jest prądem stojana w pierwszej chwili po zakłóceniu.

Składowa poprzeczna $\underline{E}''_{\mathrm{q}}$ siły elektromotorycznej jest proporcjonalna do składowej wzdłużnej strumienia, a składowa wzdłużna $\underline{E}''_{\mathrm{d}}$ siły elektromotorycznej jest proporcjonalna do składowej poprzecznej strumienia. Wynika to z faktu, że siła elektromotoryczna i strumień są przesunięte względem siebie o $\pi/2$.

Schemat zastępczy generatora i wykres fazorowy dla stanu podprzejściowego pokazano na rys. 1.7. Analizując ten rysunek warto zwrócić uwagę na różnicę między siłą elektromotoryczną E_q w stanie ustalonym a siłą elektromotoryczną E_q'' w stanie podprzejściowym. Siła elektromotoryczna E_q stanu ustalonego jest proporcjonalna do prądu wzbudzenia. W stanie nieustalonym prąd wzbudzenia ulega zmianie i tym samym zmianie ulega siła elektromotoryczna E_q. Natomiast E_q'' jest proporcjonalna do całkowitego strumienia skojarzonego z uzwojeniami wirnika w osi wzdłużnej (uzwojenie wzbudzenia i klatka tłumiąca) i oprócz strumienia wzbudzenia obejmuje również strumień stojana. Ten całkowity strumień pozostaje stały w stanie podprzejściowym i tym samym siła elektromotoryczna E_q'' jest stała.



Rys. 1.7. Schemat zastępczy generatora i wykres fazorowy dla stanu podprzejściwego (odcinek $\underline{I}R$ jest tu przesadnie długi ze względu na czytelność rysunku)

Siłę elektromotoryczną $\underline{E} = \underline{E}_\mathrm{q} + \underline{E}_\mathrm{d}$ stanu ustalonego można wyrazić za pomocą siły elektromotorycznej stanu podprzejściowego w następujący sposób:

$$\begin{aligned}\underline{E} &= \underline{U}_\mathrm{g} + R\underline{I} + \mathrm{j}\underline{I}_\mathrm{d}X_\mathrm{d} + \mathrm{j}\underline{I}_\mathrm{q}X_\mathrm{q} \\ &= \underline{U}_\mathrm{g} + R\underline{I} + \mathrm{j}\underline{I}_\mathrm{d}\left(X_\mathrm{d} - X_\mathrm{d}''\right) + \mathrm{j}\underline{I}_\mathrm{d}X_\mathrm{d}'' + \mathrm{j}\underline{I}_\mathrm{q}\left(X_\mathrm{q} - X_\mathrm{q}''\right) + \mathrm{j}\underline{I}_\mathrm{q}X_\mathrm{q}'' \\ &= \underline{E}'' + \mathrm{j}\underline{I}_\mathrm{d}\left(X_\mathrm{d} - X_\mathrm{d}''\right) + \mathrm{j}\underline{I}_\mathrm{q}\left(X_\mathrm{q} - X_\mathrm{q}''\right)\end{aligned} \tag{1.10}$$

gdzie w ostatnim przekształceniu wykorzystano zależność (1.9).

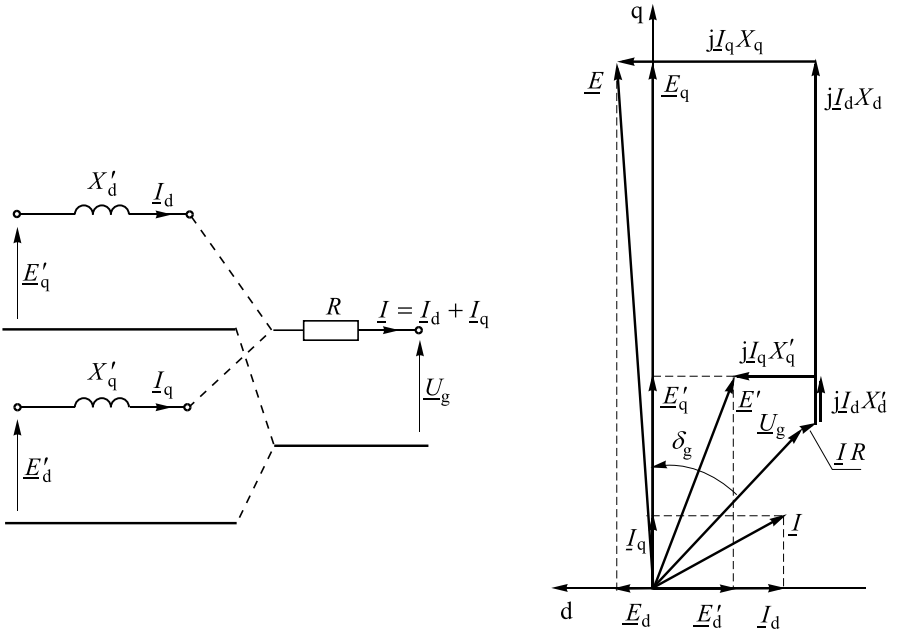
Stan przejściowy

W stanie przejściowym prądy indukowane w uzwojeniu wzbudzenia wypychają strumień stojana poza wirnik do drogi o dużej reluktancji magnetycznej. Rys 1.5b ilustruje ten fakt w przypadku, gdy przed zakłóceniem strumień stojana przechodzi wzdłuż osi d wirnika, tzn. ma tylko składową wzdłużną. W ogólnym przypadku strumień stojana ma dwie składowe (wzdłużną i poprzeczną). Drogom magnetycznym obu tych składowych w stanie przejściowym odpowiadają reaktancje X'_{d} oraz X'_{q}.

W stanie przejściowym zakłada się stałość strumienia skojarzonego z uzwojeniem wzbudzenia i odpowiadające mu siły elektromotoryczne można również uznać za stałe. W rezultacie w stanie przejściowym generator można traktować jako źródła napięcia o stałych wartościach $\underline{E}'_{\mathrm{q}}$ oraz $\underline{E}'_{\mathrm{d}}$ za reaktancjami odpowiednio X'_{d} oraz X'_{q}. Źródła takie są opisane następującym równaniem:

$$\underline{E}' = \underline{E}'_{\mathrm{q}} + \underline{E}'_{\mathrm{d}} = \underline{U}'_{\mathrm{g}} + R\underline{I} + \mathrm{j}\underline{I}_{\mathrm{d}}X'_{\mathrm{d}} + \mathrm{j}\underline{I}_{\mathrm{q}}X'_{\mathrm{q}} \tag{1.11}$$

gdzie $\underline{I} = \underline{I}_{\mathrm{d}} + \underline{I}_{\mathrm{q}}$ jest prądem stojana w pierwszej chwili po zakłóceniu.

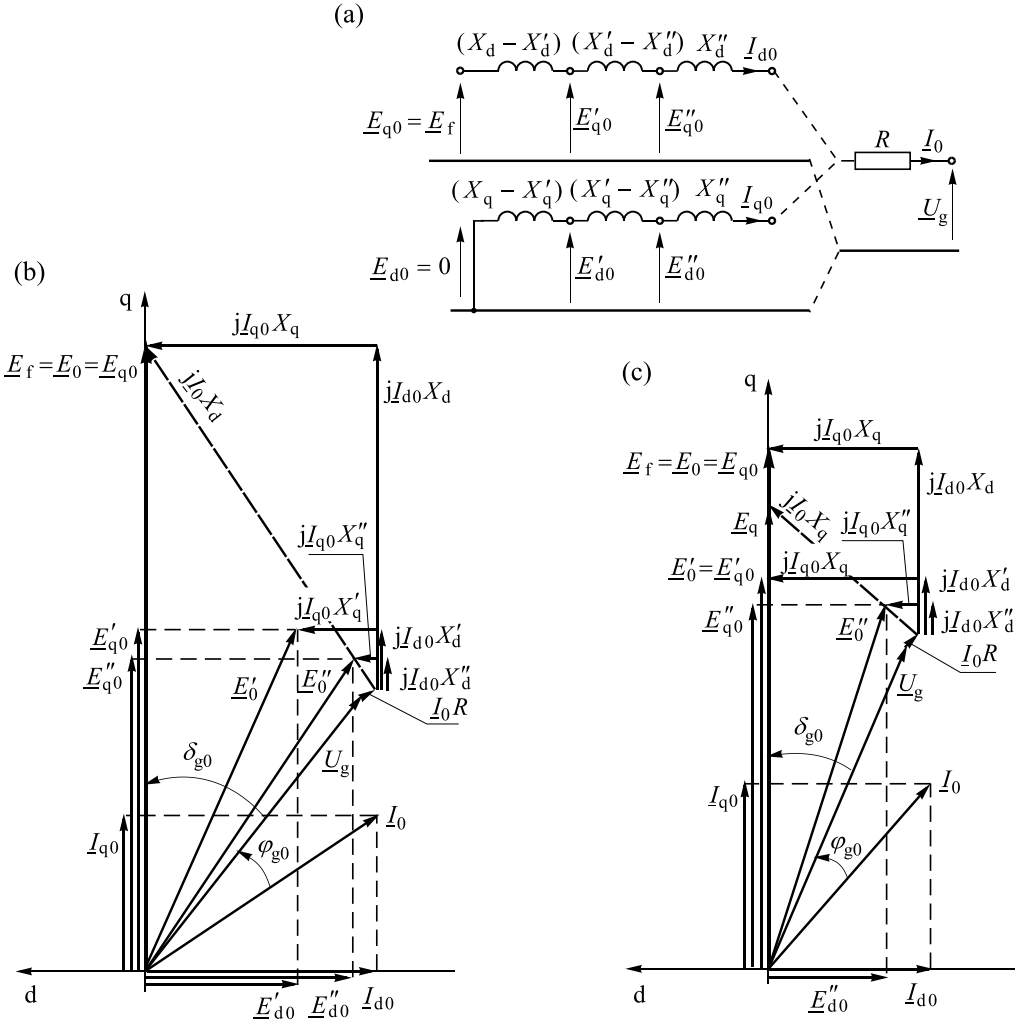


Rys. 1.8. Schemat zastępczy i wykres fazorowy generatora z wirnikiem cylindrycznym dla stanu przejściowego (odcinek $\underline{I}R$ jest tu przesadnie długi ze względu na czytelność rysunku)

Siłę elektromotoryczną $\underline{E} = \underline{E}_{\mathrm{q}} + \underline{E}_{\mathrm{d}}$ stanu ustalonego można wyrazić za pomocą siły elektromotorycznej stanu przejściowego w następujący sposób:

$$\underline{E} = \underline{U}_{\mathrm{g}} + R\underline{I} + \mathrm{j}\underline{I}_{\mathrm{d}}X_{\mathrm{d}} + \mathrm{j}\underline{I}_{\mathrm{q}}X_{\mathrm{q}} = \underline{E}' + \mathrm{j}\underline{I}_{\mathrm{d}}\left(X_{\mathrm{d}} - X'_{\mathrm{d}}\right) + \mathrm{j}\underline{I}_{\mathrm{q}}\left(X_{\mathrm{q}} - X'_{\mathrm{q}}\right) \tag{1.12}$$

Schemat zastępczy i wykres fazorowy dla stanu przejściowego dla generatora z wirnikiem cylindrycznym z biegunami utajonymi (odkuwka) pokazano na rys. 1.8. Zgodnie z tab. 1.2 dla takiego generatora zachodzi $X'_{\mathrm{q}} > X'_{\mathrm{d}}$. Siła elektromotoryczna stanu przejściowego ma składowe w obu osiach d oraz q. Dla generatora z wirnikiem złożonym z blach i biegunami wydatnymi nie ma efektu ekranowania w osi q i zgodnie z tab. 1.2 zachodzi $X'_{\mathrm{q}} = X_{\mathrm{q}}$. W takim przypadku $E'_{\mathrm{d}} = 0$ oraz $E' = E'_{\mathrm{q}}$.



Rys. 1.9. Schemat zastępczy wspólny dla trzech stanów oraz fazory dla wartości początkowych prądów i napięć: (a) schemat zastępczy, (b) wykres fazorowy dla generatora z biegunami utajonymi, (c) wykres fazorowy dla generatora z biegunami wydatnymi (odcinek $\underline{I}R$ jest tu przesadnie długi ze względu na czytelność rysunku)

Schemat wspólny

Dotychczas omówiono schematy zastępcze dla dwóch charakterystycznych stanów maszyny synchronicznej: stanu podprzejściowego (rys. 1.7) oraz stanu przejściowego (rys. 1.8). Podano również równania (1.10) i (1.12) łączące siłę elektromotoryczną stanu podprzejściowego oraz stanu przejściowego z siłą elektromotoryczną stanu ustalonego. W równaniach tych występują te same składowe prądu w stanie przed zakłóceniem. Na podstawie tych równań można narysować schematy zastępcze wspólne generatora obejmujące siły elektromotoryczne we wszystkich trzech charakterystycznych stanach (podprzejściowym, przejściowym, ustalonym). Schematy takie i odpowiadające im wykresy fazorowe pokazano na rys. 1.9. Do symboli prądów i sił elektromotorycznych oraz napięć dodano indeks 0 dla podkreślenia faktu, że odpowiednie wielkości dotyczą stanu tuż przed zakłóceniem.

1.3.3. Zmiany sił elektromotorycznych po zakłóceniu

W poszczególnych stanach (podprzejściowym, przejściowym, ustalonym) można przyjąć, że z wyjaśnionych wyżej powodów stałe w przybliżeniu są siły elektromotoryczne odpowiadające tym stanom. Dokładnie jednak rzecz ujmując w trakcie stanu nieustalonego wszystkie wartości elektryczne (prądy w uzwojeniach generatora oraz zastępcze siły elektromotoryczne i napięcie) ulegają większym lub mniejszym zmianom. Przy czym w pierwszej chwili po zakłóceniu zmiany siły elektromotorycznej podprzejściowej są bardzo małe, a w trakcie stanu przejściowego zmiany siły elektromotorycznej przejściowej są małe.

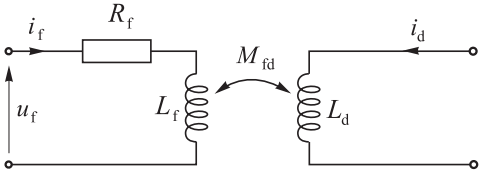
Zmiany prądów oraz sił elektromotorycznych i napięcia w trakcie stanu nieustalonego po dowolnym zakłóceniu przy dowolnym obciążeniu przed zakłóceniem można wyznaczyć symulacyjnie korzystając z modelu matematycznego generatora synchronicznego. Poniżej zostanie wyjaśniony mechanizm zmian siły elektromotorycznej przejściowej, co jest bardzo istotne z punktu widzenia zagadnień związanych ze stabilnością SEE.

Rys. 1.10 ilustruje elektromagnetyczne połączenie uzwojenia wzbudzenia z uzwojeniem stojana, a właściwie ściślej rzecz biorąc z zastępczym uzwojeniem stojana w osi wzdłużnej wirnika. Wypadkowy strumień skojarzony z uzwojeniem wzbudzenia jest dany wzorem

$$\Psi_{\mathrm{f}} = L_{\mathrm{f}} i_{\mathrm{f}} + M_{\mathrm{fd}} i_{\mathrm{d}} \tag{1.13}$$

gdzie: L_{f} – indukcyjność własna uzwojenia wzbudzenia, M_{fd} – indukcyjność wzajemna między omawianymi uzwojeniami.

W stanie przejściowym przy zakłóceniu powodującym zmianę i_{d} lub i_{f} całkowity strumień Ψ_{f} oraz związana z nim E'_{q} pozostają w przybliżeniu stałe, jeśli pomi-



Rys. 1.10. Elektromagnetyczne połączenie uzwojenia wzbudzenia oraz uzwojenia stojana

nie się dyssypację energii na rezystancjach. Jeśli jednak uwzględnić tę dyssypację, to strumień Ψ_f będzie się zmieniał zgodnie z równaniem różniczkowym

$$\frac{d\Psi_f}{dt} = u_f - R_f i_f \tag{1.14}$$

które, po podstawieniu (1.13) może być zapisane w następujący sposób:

$$u_f = L_f \frac{di_f}{dt} + R_f i_f + M_{fd} \frac{di_d}{dt} \tag{1.15}$$

Stąd stosując operator Laplace'a uzyskuje się

$$\Delta u_f(s) = L_f s \Delta i_f(s) + R_f \Delta i_f(s) + M_{fd} s \Delta i_d(s) \tag{1.16}$$

Równanie to można przepisać w następujący sposób:

$$\Delta i_f(s) = \frac{\frac{1}{R_f}}{(1+sT'_{do})} \Delta u_f(s) - \frac{\frac{M_{fd}}{R_f}}{(1+sT'_{do})} s\Delta i_d(s) \tag{1.17}$$

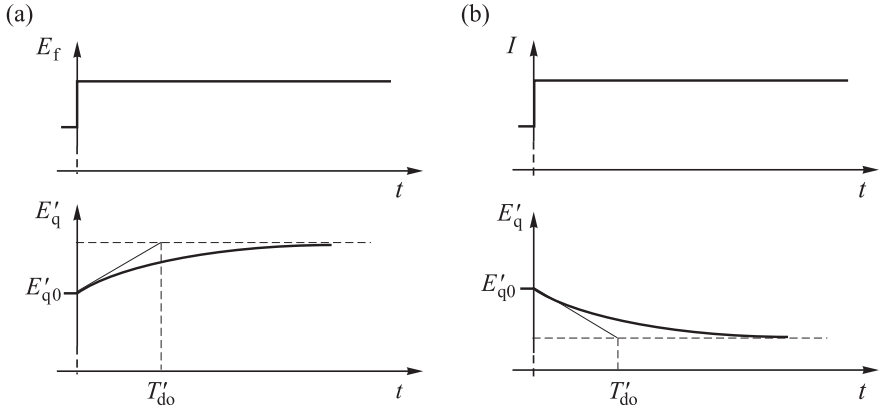
gdzie $T'_{do} = L_f / R_f$ jest stałą czasową nazywaną stałą czasową przejściową przy otwartym obwodzie stojana (literka „o" w dolnym indeksie). Podstawiając (1.17) do (1.13) uzyskuje się

$$\Delta \Psi_f(s) = \frac{L_f / R_f}{(1+sT'_{do})} \Delta u_f(s) + \frac{M_{fd}}{(1+sT'_{do})} \Delta i_d(s) \tag{1.18}$$

Ponieważ $\Delta E'_q$ jest związane z $\Delta \Psi_f$ oraz ΔE_f jest związane z Δu_f, równanie (1.18) może być przepisane z wykorzystaniem $\Delta E'_q$ oraz ΔE_f w następujący sposób:

$$\Delta E'_q(s) = \frac{1}{(1+sT'_{do})} \Delta E_f(s) - \frac{K}{(1+sT'_{do})} \Delta I(s) \tag{1.19}$$

gdzie K jest stałą. Z równania tego wynika, że przy zmianie napięcia wzbudzenia E_f (wymuszonej np. działaniem regulatora) lub przy zmianie prądu stojana I (wymuszonej np. zakłóceniem w sieci) siła elektromotoryczna E'_q ulega zmianie z szybkością zależną od stałej czasowej $T'_{do} = L_f / R_f$. Zmiany E'_q przy skokowych zmianach napięcia wzbudzenia i prądu stojana ilustruje rys. 1.11.



Rys. 1.11. Zmiany E'_q przy skokowej zmianie: (a) napięcia wzbudzenia E_f, (b) prądu stojana I

Ponieważ rezystancja uzwojenia wzbudzenia jest mała, a indukcyjność uzwojenia wzbudzenia duża, stała czasowa $T'_{do} = L_f / R_f$ jest duża (rzędu kilku sekund). Tak więc zmiany E'_q są powolne, co w krótkim okresie stanu przejściowego pozwala przyjąć, że E'_q jest prawie stała w czasie.

W praktyce uzwojenie stojana jest połączone z SEE poprzez transformator oraz sieć przesyłową o niezerowej reaktancji i rezystancji. Dla takiego układu, analogicznie do (1.19), można wyprowadzić [6] następujące równanie:

$$\Delta E'_q(s) = \frac{B}{(1+sBT'_{do})}\Delta E_f(s) - \frac{AB}{(1+sBT'_{do})}\Delta\delta(s) \qquad 1(1.20)$$

w którym $\Delta\delta$ jest zmianą kąta obciążenia (kąt między siłą elektromotoryczną generatora a napięciem SEE), A oraz B są stałymi zależnymi od reaktancji transformatora i sieci oraz kąta obciążenia w stanie przed zakłóceniem.

1.3.4. Równanie ruchu wirnika

W przypadku dużych zespołów wytwórczych na wspólnym wale połączonym sprzęgłami znajduje się kilka mas o dużej wartości momentów bezwładności. Ilustruje to przykład pokazany na rys. 1.12. Moc znamionowa tego zespołu wytwórczego wynosi S_n = 1325 MVA (P_n = 1125 MW). W dolnej części rysunku podano momenty bezwładności poszczególnych mas w kgm^2. Łączna wartość (tj. suma tych bezwładności) wynosi 1159153,1 kgm^2.

W przypadku zakłóceń typu błędna synchronizacja lub likwidacja zwarć w sieci przez wyłączenie zwartego elementu definitywne lub w cyklu SPZ poszczególne masy wprowadzane są w *oscylacje skrętne* powodujące naprężenia poszczególnych części wału. Zjawiska te mogą być przyczyną nadmiernego zmęczenie materiału wału i mogą być groźne dla zespołu wytwórczego. Zagadnienia te omówiono w [79, 82].

J_i	kgm^2	946	6305	44949	45090	45153	16656	54,10

Rys. 1.12. Masy wirujące i momenty bezwładności dużego turbozespołu wytwórczego: WP, SP, NP1, NP2, NP3 – części turbiny parowej, odpowiednio: wysokoprężna, średnioprężna i niskoprężne, Gen – generator, Wzb – wzbudnica maszynowa

Przy badaniu stabilności kątowej SEE oscylacje skrętne wałów zespołów wytwórczych mogą być pominięte. Do badania stabilności można przyjąć, że wał zespołu wytwórczego jest idealnie sztywny, co odpowiada założeniu, że chwilowe skręcenia wału w trakcie zakłóceń w sieci są bliskie zera. Przy takim założeniu równania ruchu wszystkich mas można zapisać w następujący sposób:

$$J\frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}t^2} = m_\mathrm{T} - m_\mathrm{e} - m_\mathrm{D} \tag{1.21}$$

gdzie: J – moment bezwładności wirnika równy sumie momentów bezwładności poszczególnych mas na wale zespołu wytwórczego, δ – kąt położenia wirnika danego generatora względem osi wirującej synchronicznie, m_T – moment turbiny (moment mechaniczny napędzający wirnik), m_e – moment elektromagnetyczny generatora (hamujący wirnik), m_D – moment tłumiący ruch wirnika.

Równanie (1.21) jest zgodne z drugim prawem dynamiki dla ruchu obrotowego i określa ruch wirnika zespołu wytwórczego względem osi wirującej synchronicznie. Pierwsza pochodna kąta położenia wirnika odpowiada względnej prędkość wirnika, tj. jego poślizgowi względem prędkości synchronicznej, czyli

$$\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}t} = (\omega_\mathrm{w} - \omega_\mathrm{s}) = \Delta\omega \tag{1.22}$$

gdzie: ω_w – prędkość obrotowa wirnika, ω_s – prędkość kątowa osi wirującej synchronicznie. Druga pochodna kąta odpowiada przyspieszeniu wirnika, czyli

$$\frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\mathrm{d}\Delta\omega}{\mathrm{d}t} = \varepsilon \tag{1.23}$$

Moment elektromagnetyczny występujący w równaniu (1.21) odpowiada momentowi hamującemu spowodowanemu obciążeniem generatora mocą czynną.

Dla małych wartości poślizgu przyjmuje się, że moment tłumiący występujący w równaniu (1.21) jest proporcjonalny do względnej prędkości wirnika, czyli

$$m_\mathrm{D} = D\frac{\Delta\omega}{\omega_\mathrm{s}} = D\frac{1}{\omega_\mathrm{s}}\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}t} \tag{1.24}$$

gdzie D jest współczynnikiem tłumienia. Przyczyną tego momentu są siły tarcia mechanicznego i oporów wentylacyjnych. Dla dużych wartości poślizgu istotną rolę odgrywa moment tłumiący pochodzący od momentu asynchronicznego, co jest omówione w p. 2.5.1.

W powyższym równaniu (1.21) wynikającym z drugiego prawa dynamiki występują momenty (bezwładności, napędowy, hamujący). Dla elektryków pojęciami bliższymi od momentów są moce i stałe czasowe. Z tego względu powyższe równanie zostanie niżej przekształcone do trochę odmiennej, lecz równoważnej postaci.

Między mocą turbiny i mocą generatora a momentem turbiny i momentem hamującym generatora zachodzą następujące zależności: $P_\mathrm{m} = m_\mathrm{m}\omega_\mathrm{w}$ oraz $P_\mathrm{e} = m_\mathrm{e}\omega_\mathrm{e}$. Mnożąc równanie (1.21) obustronnie przez ω_w oraz uwzględniając (1.24), otrzymuje się równanie

$$J\omega_\mathrm{w}\frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}t^2} = P_\mathrm{m} - P_\mathrm{e} - \frac{\omega_\mathrm{w}}{\omega_\mathrm{s}}D\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}t}$$

Dla wyeliminowania z tego równia momentu bezwładności J wprowadza się następującą stałą czasową:

$$T_\mathrm{m} = \frac{\omega_\mathrm{s}^2 J}{S_\mathrm{n}} \tag{1.25}$$

przy czym S_n – moc znamionowa (pozorna) generatora. Po uwzględnieniu tej definicji równanie ruchu przyjmuje teraz postać

$$\frac{\omega_\mathrm{w}}{\omega_\mathrm{s}}\frac{T_\mathrm{m}S_\mathrm{n}}{\omega_\mathrm{s}}\frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}t^2} = P_\mathrm{m} - P_\mathrm{e} - \frac{\omega_\mathrm{w}}{\omega_\mathrm{s}}D\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}t}$$

Przy małym poślizgu można przyjąć, że $\omega_\mathrm{w} / \omega_\mathrm{s} \cong 1$. Przy tym założeniu powyższe równanie przyjmuje następującą postać:

$$\frac{T_\mathrm{m}S_\mathrm{n}}{\omega_\mathrm{s}}\frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}t^2} = P_\mathrm{m} - P_\mathrm{e} - D\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}t} \tag{1.26}$$

Stała T_m dana wzorem (1.25) jest nazywana *mechaniczną stalą czasową* wirnika zespołu wytwórczego lub *stałą czasową rozbiegu* (ang. *mechanical starting time*). Nazwa ta wynika z następującego rozumowania. Jeśli pominie się tłumienie ($D = 0$) i do nieruchomego wirnika nieobciążonego generatora ($P = 0$) przyłoży moment turbiny $m_\mathrm{T} = S_\mathrm{n} / \omega_\mathrm{s}$, czyli moment odpowiadający mocy znamionowej generatora przy prędkości synchronicznej, to przyspieszenie wirnika jest następujące:

$$\varepsilon = \frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\omega_\mathrm{s}}{T_\mathrm{m}S_\mathrm{n}}\,P_\mathrm{m} = \frac{\omega_\mathrm{s}}{T_\mathrm{m}S_\mathrm{n}}S_\mathrm{n} = \frac{\omega_\mathrm{s}}{T_\mathrm{m}} \tag{1.27}$$

Wskutek działania takiego przyspieszenia w czasie $t = T_\mathrm{m}$ wirnik uzyskuje prędkość $\omega = \varepsilon\, t = \omega_\mathrm{s}$, czyli prędkość synchroniczną. Stała T_m określa więc czas, po którym wirnik napędzany momentem znamionowym osiąga prędkość synchroniczną.

W dalszych rozważaniach dla wygody oznaczeń zamiast stałej czasowej T_m używany będzie współczynnik

$$M = \frac{T_\mathrm{m} S_\mathrm{n}}{\omega_\mathrm{s}} \tag{1.28}$$

nazywany *współczynnikiem bezwładności* wirnika zespołu wytwórczego. Równanie (1.26) może być zapisane w następujący sposób:

$$M \frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}t^2} = P_\mathrm{m} - P - D\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}t} \tag{1.29}$$

Jest to równanie drugiego stopnia. Często równanie to jest zapisywane w postaci następujących dwóch równań pierwszego stopnia:

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}t} &= \Delta\omega \\ M \frac{\mathrm{d}\Delta\omega}{\mathrm{d}t} &= P_\mathrm{m} - P - D\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}t} \end{aligned} \tag{1.30}$$

Moc elektryczna generatora jest nieliniową trygonometryczną funkcją kąta położenia wirnika generatora i równania (1.29) oraz (1.30) są równaniami nieliniowymi.

W praktyce oprócz wyżej wymienionej stałej czasowej (1.25) oraz współczynnika bezwładności (1.28) jest też wykorzystywana stała inercji zdefiniowana [72, 82] następująco:

$$H = \frac{1}{2}\frac{\omega_\mathrm{s}^2 J}{S_\mathrm{n}} = \frac{1}{2} T_\mathrm{m} \tag{1.31}$$

W zależności o konstrukcji i mocy zespołów wytwórczych stałe czasowe rozbiegu T_m mają wartości od kilku do kilkunastu sekund. Dla przykładu z rys. 1.12 otrzymuje się $H = (314^2 \cdot 159153{,}1) / (2 \cdot 1325 \cdot 10^6) = 5{,}92$ s, czyli $T_\mathrm{m} = 2 \cdot 5{,}92 = 11{,}84$ s.

Przykładowe wartości mechanicznej stałej czasowej (stała czasowa rozbiegu) dla zespołów wytwórczych dużej mocy są podane w tab. 5.1 (p. 5.1.1).

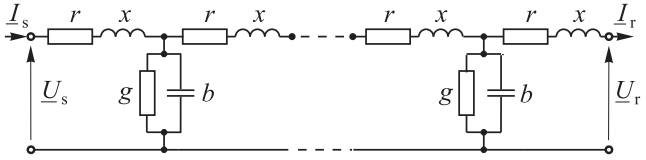
1.4. Równania sieci WN

W opisie rys. 1.1 stwierdzono, że z punktu widzenia stabilności najistotniejsza jest część SEE obejmująca sieci WN. Poniżej są omówione najważniejsze informacje dotyczące sieci WN pomocne w dalszych rozdziałach.

1.4.1. Schematy zastępcze linii

Linie przesyłowe są liniami długimi o rozłożonych parametrach. Dla takich linii schemat zastępczy (rys. 1.13) składa się z szeregowo i równolegle połączonych elementów odpowiadających wzdłużnym i poprzecznym parametrom jednostkowym linii:

r – rezystancja wzdłużna na fazę i jednostkę długości linii (Ω/km) ,
$x = \omega L$ – reaktancja wzdłużna na fazę i jednostkę długości linii (Ω/km),
$\underline{z} = r + \mathrm{j}x$ – impedancja wzdłużna na fazę i jednostkę długości linii (Ω/km),
L – indukcyjność wzdłużna na fazę i jednostkę długości linii (H/km),
g – konduktancja poprzeczna na fazę i jednostkę długości linii (S/km) ,
$b = \omega C$ – susceptancja poprzeczna na fazę i jednostkę długości linii (S/km),
$\underline{y} = g + \mathrm{j}b$ – admitancja poprzeczna na fazę i jednostkę długości linii (S/km),
C – pojemność poprzeczna na fazę i jednostkę długości linii (F/km),
l – długość linii (km).



Rys. 1.13. Jednofazowy schemat zastępczy linii długiej o rozłożonych parametrach

W schemacie zastępczym literami s oraz r oznaczono odpowiednio węzeł początkowy oraz węzeł końcowy. Napięcie i prąd w węźle początkowym można wyrazić za pomocą napięcia i prądu w węźle końcowym następującym równaniem:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_s \\ \underline{I}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \gamma l & \underline{Z}_{SIL} \sinh \gamma l \\ \sinh \gamma l / \underline{Z}_{SIL} & \cosh \gamma l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_r \\ \underline{I}_r \end{bmatrix} \tag{1.32}$$

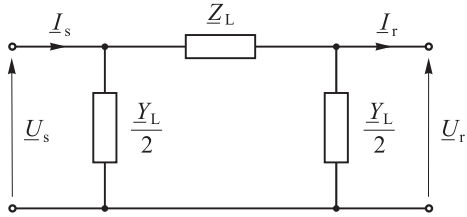
gdzie:

$\underline{Z}_{SIL} = \sqrt{\underline{z} / \underline{y}}$ – impedancja falowa (ang. *surge impedance*),

$\gamma = \sqrt{\underline{z}\underline{y}} = \alpha + \mathrm{j}\beta$ – stała rozchodzenia się (propagacji) fal (ang. *propagation constant*),
α – stała tłumienia (ang. *attenuation constant*),
β – stała fazowa (ang. *phase constant*).

Posługiwanie się powyższym schematem zastępczym linii przesyłowej (rys. 1.13) oraz równaniem (1.32) w przypadku dużych sieci elektroenergetycznych jest bardzo niewygodne. Z tego względu tworząc model sieci elektroenergetycznej każdą linię przesyłową zastępuje się czwórnikiem π (rys. 1.14) z jedną impedancją wzdłużną $\underline{Z}_L$

oraz dwoma admitancjami poprzecznymi $\underline{Y}_{\mathrm{L}}/2$. Taki model jest wystarczający do analiz elektromechanicznych stanów nieustalonych (rys. 1.2) oraz badania stabilności SEE.



Rys. 1.14. Uproszczony schemat zastępczy linii przesyłowej

Czwórnik pokazany na rys. 1.14 jest opisany następującym równaniem węzłowym:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{\mathrm{s}} \\ \underline{I}_{\mathrm{r}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{\mathrm{ss}} & \underline{Y}_{\mathrm{sr}} \\ \underline{Y}_{\mathrm{rs}} & \underline{Y}_{\mathrm{rr}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_{\mathrm{s}} \\ \underline{U}_{\mathrm{r}} \end{bmatrix} \tag{1.33}$$

gdzie:

$$\underline{Y}_{\mathrm{sr}} = \underline{Y}_{\mathrm{rs}} = -\frac{1}{\underline{Z}_{\mathrm{L}}}; \qquad \underline{Y}_{\mathrm{ss}} = \underline{Y}_{\mathrm{rr}} = \frac{\underline{Y}_{\mathrm{L}}}{2} + \frac{1}{\underline{Z}_{\mathrm{L}}} \tag{1.34}$$

W stanach ustalonych model linii opisany równaniem (1.33) jest równoważny modelowi opisanemu równaniem (1.32), gdy dla dowolnych wartości napięć $\underline{U}_{\mathrm{s}}$, $\underline{U}_{\mathrm{r}}$ z obu równań otrzymuje się takie same wartości prądów $\underline{I}_{\mathrm{s}}, \underline{I}_{\mathrm{r}}$. Można udowodnić, że taka równoważność zachodzi wtedy, gdy dla czwórnika π przyjmie się:

$$\underline{Z}_{\mathrm{L}} = \underline{Z}\frac{\sinh \gamma l}{\gamma l}; \qquad \underline{Y}_{\mathrm{L}} = \underline{Y}\frac{\tanh\ (\gamma l/2)}{\gamma l/2} \tag{1.35}$$

gdzie: $\underline{Z} = \underline{z}l$ oraz $\underline{Y} = \underline{y}l$ są odpowiednio sumaryczną impedancją wzdłużną linii oraz sumaryczną admitancją poprzeczną linii.

Dla linii o długości $l \le 200$ km można z dobrym przybliżeniem przyjąć, że $\sinh \gamma l \cong \gamma l$ oraz $\tanh\ (\gamma l/2) \cong \gamma l/2$. W takim przypadku wzory (1.35) przyjmują postać:

$$\underline{Z}_{\mathrm{L}} \cong \underline{Z}; \qquad \underline{Y}_{\mathrm{L}} \cong \underline{Y} \tag{1.36}$$

to znaczy że impedancja wzdłużna czwórnika zastępczego jest równa sumarycznej impedancji wzdłużnej linii oraz że admitancja poprzeczna czwórnika zastępczego jest równa sumarycznej admitancji poprzecznej linii. Należy przy tym podkreślić, że jest to przybliżenie słuszne dla ograniczonej długości linii.

Wielkości zespolone we wzorze (1.36) można oznaczyć następująco: $\underline{Z}_{\mathrm{L}} = R_{\mathrm{L}} + \mathrm{j}X_{\mathrm{L}}$, $\underline{Y}_{\mathrm{L}} = G_{\mathrm{L}} + \mathrm{j}B_{\mathrm{L}}$. Dla orientacji można przyjąć następujące przykładowe wartości średnie: $R_{\mathrm{L}} \cong 0{,}04\ \Omega/\mathrm{km}$ $X_{\mathrm{L}} \cong 0{,}4\ \Omega/\mathrm{km}$; $G_{\mathrm{L}} \cong 0$, $B_{\mathrm{L}} \cong 3\ \mu\mathrm{S}/\mathrm{km}$.

Dla linii przesyłowych bardzo długich $l > 200$ km parametry czwórnika zastępczego należy obliczyć z wzorów (1.35) lub podzielić linię na dwa lub więcej odcinków i każdy z nich zastąpić czwórnikiem π o parametrach danych wzorami (1.36).

Właściwości i opis matematyczny linii długiej można łatwiej analizować zakładając pominięcie rezystancji wzdłużnej i konduktancji poprzecznej: $r = 0$ oraz $g = 0$. Jest to wyidealizowany model linii przesyłowej bez strat.

W takim przypadku:

$$\underline{Z}_{\mathrm{SIL}} = Z_{\mathrm{SIL}} = \sqrt{\underline{z} / \underline{y}} = \sqrt{L / C} \tag{1.37}$$

$$\gamma = \sqrt{\underline{z}\,\underline{y}} = \alpha + \mathrm{j}\beta = \mathrm{j}\omega\sqrt{LC} \quad \text{czyli} \quad \alpha = 0 \quad \text{oraz} \quad \beta = \omega\sqrt{LC} \tag{1.38}$$

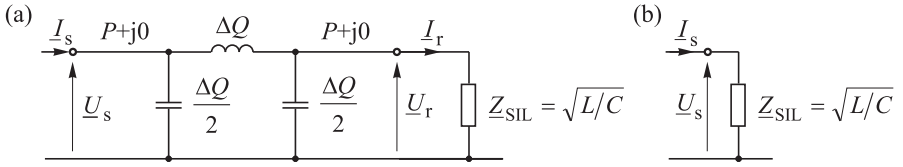
Impedancja falowa jest liczbą rzeczywistą i odpowiada rezystancji. Stała propagacji jest liczbą urojoną równą stałej propagacji. Stała tłumienia jest równa zeru.

Dla tych wartości funkcje hiperboliczne występujące w równaniu (1.32) sprowadzają się do funkcji trygonometrycznych: $\sinh \gamma l = \mathrm{j}\sin \beta l$ oraz $\cosh \gamma l = \cos \beta l$. W rezultacie z równania (1.32) otrzymuje się:

$$\underline{U}_{\mathrm{s}} = \underline{U}_{\mathrm{r}} \cos \beta l + \mathrm{j} Z_{\mathrm{SIL}}\, \underline{I}_{\mathrm{r}} \sin \beta l \tag{1.39}$$

$$\underline{I}_{\mathrm{s}} = \underline{I}_{\mathrm{r}} \cos \beta l + \mathrm{j} \frac{\underline{U}_{\mathrm{r}}}{Z_{\mathrm{SIL}}} \sin \beta l \tag{1.40}$$

Odnośnie do fazorów napięć wygodnie jest przyjąć, że $\underline{U}_{\mathrm{r}}$ leży na osi liczb rzeczywistych płaszczyzny zespolonej, czyli $\underline{U}_{\mathrm{r}} = U_{\mathrm{r}} \mathrm{e}^{\mathrm{j}0} = U_{\mathrm{r}}$. Kąt między fazorami napięć $\underline{U}_{\mathrm{s}}$ oraz $\underline{U}_{\mathrm{r}}$ oznacza się δ. Przy tym założeniu $\underline{U}_{\mathrm{s}} = U_{\mathrm{s}} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\delta}$.



Rys. 1.15. Obciążenie linii bez strat impedancją falową: (a) rozpływ mocy czynnej i biernej, (b) impedancja wejściowa

Warto przyjrzeć się strukturze równań (1.39), (1.40) i zauważyć, że jeśli linię bez start obciąży się impedancją falową Z_{SIL}, to prąd na końcu linii $\underline{I}_{\mathrm{r}} = \underline{U}_{\mathrm{r}} / \underline{Z}_{\mathrm{SIL}}$ i wtedy równania (1.39), (1.40) przyjmują następującą postać:

$$\underline{U}_{\mathrm{s}} = \underline{U}_{\mathrm{r}} (\cos \beta l + \mathrm{j}\sin \beta l) = \underline{U}_{\mathrm{r}} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta l} \tag{1.41}$$

$$\underline{I}_{\mathrm{s}} = \underline{I}_{\mathrm{r}} (\cos \beta l + \mathrm{j}\sin \beta l) = \underline{I}_{\mathrm{r}} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta l} \tag{1.42}$$

Stan obciążenia impedancją falową oznacza się SIL, to jest skrótem od angielskich słów *surge impedance load*.

Z równań (1.41) (1.42) wynikają następujące bardzo interesujące wnioski dotyczące stanu obciążenia impedancją falową:

1. Mimo obciążenia linii przesyłowej napięcie na jej końcu jest równe (co do modułu) napięciu na początku linii, czyli $U_s = U_r$.
2. Mimo istnienia pojemności poprzecznych linii przesyłowej prąd wpływający do linii jest równy (co do modułu) prądowi wypływającemu z linii, czyli $I_s = I_r$.
3. Napięcie $\underline{U}_s$ jest przesunięte względem $\underline{U}_r$ o kąt βl, czyli kąt obciążenia δ w stanie SIL odpowiada stałej fazowej: $\delta_{SIL} = \beta l$.
4. Kąt fazowy między napięciem a prądem na początku linii $\underline{U}_s$, $\underline{I}_s$ jest taki sam jak kąt fazowy między napięciem a prądem na końcu linii $\underline{U}_r$, $\underline{I}_r$.
5. Równość napięć i prądów oraz kątów fazowych na początku i końcu linii oznacza także równość mocy pozornych na początku i końcu linii.
6. Linia jest obciążona tylko mocą czynną, gdyż w omawianym przypadku impedancja falowa jest rezystancją: $Z_{SIL} = \sqrt{L/C}$. Do linii wpływa i wypływa ta sama moc czynna równa mocy pobieranej przez impedancję falową (straty mocy czynnej zostały pominięte wraz z pominięciem rezystancji wzdłużnych i konduktancji poprzecznych).
7. Moc bierna wypływająca i wpływająca do linii jest równa zeru. Oznacza to, że straty mocy biernej na indukcyjności wzdłużnej są pokrywane przez moc bierną pojemnościową gałęzi poprzecznych.
8. Impedancja widziana na początku linii jest równa impedancji obciążenia linii na końcu, czyli impedancji falowej: $\underline{Z}_s = \underline{U}_s / \underline{I}_s = \underline{U}_r / \underline{I}_r = Z_{SIL}$.

Stan obciążenia linii bez start impedancją falową ilustruje rys. 1.15. Na początku i końcu linii moce są jednakowe i równe $(P + \mathrm{j}\,0)$, a straty mocy biernej na impedancji wzdłużnej ΔQ są pokrywane przez pojemności poprzeczne (rys. 1.15a). Impedancja widziana z węzła początkowego (rys. 1.15b) jest równa impedancji falowej. Fakt równości impedancji wejściowej i wyjściowej przy obciążeniu impedancją falową jest wykorzystywany do sformułowania następującej definicji:

Impedancja falowa linii przesyłowej odpowiada takiemu jej obciążeniu mocą czynną, przy którym impedancje wyjściowa i wejściowa linii są jednakowe.

Obciążenie linii przesyłowej impedancją falową jest uznawane jako bardzo istotny przypadek pracy linii, przy którym dla SEE nie jest ona ani odbiorem, ani źródłem mocy biernej. Moc czynną odpowiadającą impedancji falowej oraz napięciu znamionowemu nazywa się *mocą naturalną* linii

$$P_{SIL} = \frac{U_n^2}{Z_{SIL}} = \frac{U_n^2}{\sqrt{L/C}} \tag{1.43}$$

Przy obciążeniu linii przesyłowej innym niż SIL straty mocy biernej na indukcyjności wzdłużnej nie są równe mocy ładowania pojemności poprzecznych i linia staje się netto odbiorem lub źródłem mocy biernej. Zależy to od obciążenia mocą czynną. Odpowiednie wzory można wyprowadzić korzystając z równania (1.41).

Z równania (1.41) po prostych przekształceniach otrzymuje się

$$\underline{I}_{\mathrm{r}} = \frac{\underline{U}_{\mathrm{s}} - \underline{U}_{\mathrm{r}} \cos \beta l}{\mathrm{j} Z_{\mathrm{SIL}} \sin \beta l} \tag{1.44}$$

Po podstawieniu do wzoru (1.44) wartości $\underline{U}_{\mathrm{r}} = U_{\mathrm{r}}$ oraz $\underline{U}_{\mathrm{s}} = U_{\mathrm{s}} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\delta}$ otrzymuje się

$$\underline{I}_{\mathrm{r}} = \frac{U_{\mathrm{s}}}{Z_{\mathrm{SIL}} \sin \beta l} \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\delta - \pi/2)} - \frac{U_{\mathrm{r}} \cos \beta l}{Z_{\mathrm{SIL}} \sin \beta l} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi/2} \tag{1.45}$$

Moc pozorna, czynna i bierna na początku linii przesyłowej są dane wzorami:

$$\underline{S}_{\mathrm{r}} = \underline{U}_{\mathrm{r}} \underline{I}_{\mathrm{r}}^{*} = \frac{U_{\mathrm{r}} U_{\mathrm{s}}}{Z_{\mathrm{SIL}} \sin \beta l} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\delta - \pi/2)} - \frac{U_{\mathrm{r}}^2 \cos \beta l}{Z_{\mathrm{SIL}} \sin \beta l} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi/2} \tag{1.46}$$

$$P = P_{\mathrm{r}} = \mathrm{Re}(\underline{S}_{\mathrm{r}}) = \frac{U_{\mathrm{r}} U_{\mathrm{s}}}{Z_{\mathrm{SIL}} \sin \beta l} \sin \delta \tag{1.47}$$

$$Q_{\mathrm{r}} = \mathrm{Im}(\underline{S}_{\mathrm{r}}) = \frac{U_{\mathrm{r}} U_{\mathrm{s}}}{Z_{\mathrm{SIL}} \sin \beta l} \cos \delta - \frac{U_{\mathrm{r}}^2 \cos \beta l}{Z_{\mathrm{SIL}} \sin \beta l} \tag{1.48}$$

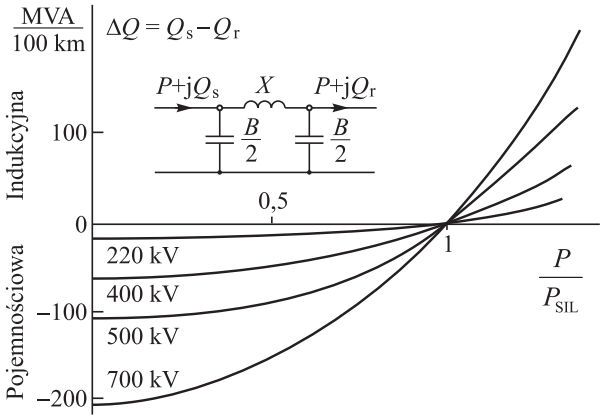
Analogicznie do (1.48) dla węzła początkowego otrzymuje się

$$Q_{\mathrm{s}} = \mathrm{Im}(\underline{S}_{\mathrm{s}}) = \frac{U_{\mathrm{s}}^2 \cos \beta l}{Z_{\mathrm{SIL}} \sin \beta l} - \frac{U_{\mathrm{r}} U_{\mathrm{s}}}{Z_{\mathrm{SIL}} \sin \beta l} \cos \delta \tag{1.49}$$

Straty mocy biernej w całej linii przesyłowej są dane wzorem

$$\Delta Q = Q_{\mathrm{s}} - Q_{\mathrm{r}} = \frac{U_{\mathrm{s}}^2 \cos \beta l - 2 U_{\mathrm{r}} U_{\mathrm{s}} \cos \delta + U_{\mathrm{r}}^2 \cos \beta l}{Z_{\mathrm{SIL}} \sin \beta l} \tag{1.50}$$

W szczególnym przypadku obciążenia SIL zachodzi $\delta = \delta_{\mathrm{SIL}} = \beta\, l$ oraz $U_{\mathrm{r}} = U_{\mathrm{s}}$ i wtedy przy $U_{\mathrm{r}} = U_{\mathrm{s}} = U_{\mathrm{n}}$ wzór (1.47) sprowadza się do wzoru (1.43). Ponadto dla tych wartości kąta obciążenia i napięć z wzoru (1.50) otrzymuje się zero, co jest zgodne z powyższymi wnioskami, że przy obciążeniu SIL nie ma strat mocy biernej netto, tzn. straty mocy biernej na indukcyjności wzdłużnej są pokrywane przez moce ładowania pojemności poprzecznych.



Rys. 1.16. Przykład zależności mocy biernej pobieranej przez linię przesyłową w funkcji mocy czynnej

Funkcję $\cos\delta$ występującą we wzorze (1.50) można wyeliminować, zastępując ją wyrażeniem wynikającym z zależności $\cos\delta = \sqrt{1-\sin^2\delta}$ oraz wzoru na $\sin\delta$ wynikającego z (1.47). Przyjmując ponadto przybliżenie $U_r \cong U_s \cong U_n$ oraz uwzględniając definicję (1.43), po prostych przekształceniach otrzymuje się

$$\Delta Q \cong \frac{2P_{SIL}}{\sin\beta l}\left(\cos\beta l - \sqrt{1-\left(\frac{P\cdot\sin\beta l}{P_{SIL}}\right)^2}\right) \tag{1.51}$$

Na rys. 1.16 pokazano przykłady wykresów wynikających z wzoru (1.51) dla linii o typowych parametrach dla kilku napięć znamionowych sieci. Zgodnie z powyższymi rozważaniami dla obciążenia mocą naturalną $P = P_{SIL}$ nie ma strat mocy biernej netto. Dla obciążeń $P > P_{SIL}$ linia pobiera moc bierną z systemu, gdyż straty mocy biernej na indukcyjności wzdłużnej są większe od mocy ładowania pojemności poprzecznych. Dla obciążeń $P < P_{SIL}$ linia oddaje moc bierną do systemu, gdyż moc ładowania pojemności poprzecznych jest większa od strat mocy biernej na indukcyjnościach wzdłużnych.

Warto zwrócić uwagę na fakt, że linie słabo obciążone mocą czynną dostarczają do SEE duże moce bierne wyrażone w setkach MVA/100 km długości linii. W tab. 1.3 podano wartości orientacyjne mocy biernej ładowania pojemności poprzecznych oraz orientacyjne wartości mocy naturalnej.

Z rys. 1.16 wynika, że przy zmianach obciążenia w szerokim zakresie odpowiadającym dobowym i rocznym zmianom obciążeń linia przesyłowa może stawać się dużym odbiorem lub dużym źródłem mocy biernej dla SEE. Jest to szczególnie istotne w przypadku sieci bardzo wysokich napięć $U_n \geq 400$ kV , dla których zmiany wartości mocy biernej są wyrażone w dziesiątkach, a nawet setkach MVA/100 km.

Tabela 1.3. Orientacyjne wartości dla linii przesyłowych

Napięcie znamionowe	Moc ładowania	Moc naturalna	Maksymalne odległości przesyłu (orientacyjnie)
kV	MVA/100 km	MW	km
110	3	30	100
220	15	200	250
400	55	350	400
500	100	1 000	1 000
750	200	1 500	2 000

1.4.2. Schematy zastępcze transformatorów

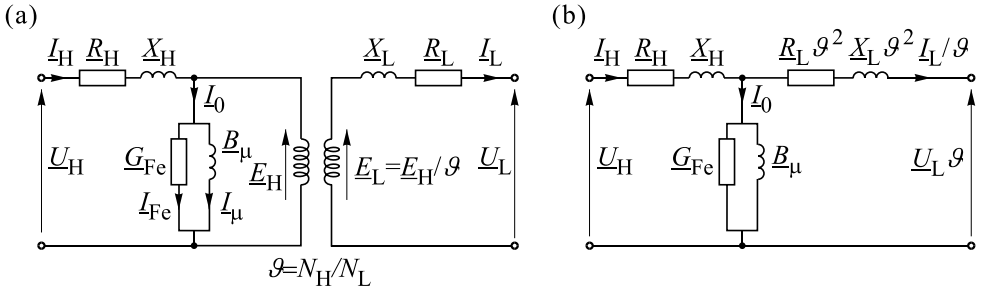
W części SEE istotnej z punktu widzenia elektromechanicznych stanów nieustalonych i stabilności (rys. 1.1) występują transformatory blokowe przyłączające generatory do sieci, transformatory zasilające potrzeby własne elektrowni, transformatory i autotransformatory łączące sieci WN na różnych poziomach napięć, transformatory zasilające sieci rozdzielcze. Wśród wszystkich tych transformatorów występują zarówno transformatory dwuuzwojeniowe, jak i transformatory trójuzwojeniowe. Gros transformatorów blokowych to transformatory dwuuzwojeniowe, ale bywają też transformatory trójuzwojeniowe przyłączające dwa generatory do jednych szyn stacji lub jeden generator do dwóch szyn stacji. Wśród transformatorów łączących sieci różnych poziomów napięć występują głównie autotransformatory z trzecim uzwojeniem połączonym w trójkąt (uzwojenie wyrównawcze). Gros transformatorów zasilających sieci rozdzielcze to transformatory dwuuzwojeniowe, ale występują też transformatory trójuzwojeniowe zasilające z sieci WN sieci SN na dwóch poziomach napięć (np. 15 kV i 6 kV). Czasami jedno z uzwojeń SN służy do przyłączenia generatora.

Sporo transformatorów pracujących w sieciach WN jest wyposażonych w regulację przekładni pod obciążeniem. Regulacja może być wzdłużna (jeśli napięcie dodawcze jest w fazie z napięciem wtórnym), poprzeczna (jeśli napięcie dodawcze jest prostopadłe do napięcia wtórnego) lub skośna (jeśli napięcie dodawcze jest pod dowolnym kątem do napięcia wtórnego). Zagadnienia te są szczegółowo omówione w [85].

Do analiz elektromechanicznych stanów nieustalonych (rys. 1.2) oraz badania stabilności SEE transformatory dwuuzwojeniowe modeluje się za pomocą czwórników jak na rys. 1.17. Oznaczenia uzwojeń H, L pochodzą od angielskich słów odpowiednio *high voltage* oraz *low voltage*. Dwie gałęzie wzdłużne tego czwórnika $\underline{Z}_{\mathrm{H}}$, $\underline{Z}_{\mathrm{L}}$ reprezentują impedancje własne uzwojeń transformatora (odpowiednio H oraz L) pomniejszone o impedancję wzajemną. Gałąź poprzeczna reprezentuje

straty w żelazie (prąd $\underline{I}_{\mathrm{Fe}}$) oraz magnesowanie transformatora (prąd $\underline{I}_{\mathrm{i}}$). Prądom tym przyporządkowuje się odpowiednio konduktancję G_{Fe} oraz susceptancję B_{i} – razem tworzących $\underline{Y}_{\mu} = G_{\mathrm{Fe}} + \mathrm{j}B_{\mu}$. W omawianym schemacie przekładnię transformatora (rys. 1.17a) reprezentuje idealna przekładnia $\vartheta = N_{\mathrm{H}} / N_{\mathrm{L}}$ równa przekładni zwojowej. Przekładnię tę można wyeliminować, przeliczając wielkości strony wtórnej na stronę pierwotną (rys. 1.17b).

Należy podkreślić, że omawiane tu schematy są słuszne dla stanów symetrycznych i dla składowej zgodnej w stanach niesymetrycznych. Dla składowej zerowej schematy transformatorów mogą się różnić zarówno parametrami, jak i konfiguracją [68].

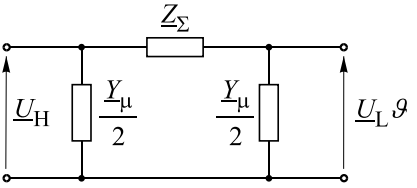


Rys. 1.17. Schemat zastępczy transformatora dwuuzwojeniowego: (a) z idealną przekładnią, (b) ze stroną wtórną przeliczoną na stronę pierwotną

Schemat pokazany na rys. 1.17 jest schematem typu T. Schemat ten można przekształcić w schemat typu π za pomocą przekształcenia gwiazda-trójkąt. W tak otrzymanym schemacie typu π parametry wszystkich gałęzi (wzdłużnej i poprzecznych) zależą od parametrów wszystkich gałęzi schematu typu T. Uwzględniając jednak, że w schemacie T impedancja $\underline{Z}_{\mathrm{i}} = 1/\underline{Y}_{\mathrm{i}}$ gałęzi poprzecznej jest dużo większa od impedancji gałęzi wzdłużnych, dla schematu typu π można wykazać, że:

1) impedancja wzdłużna w schemacie π jest w przybliżeniu równa sumie impedancji wzdłużnych w schemacie T, czyli $\underline{Z}_{\Sigma} \cong \underline{Z}_{\mathrm{H}} + \underline{Z}_{\mathrm{L}}$,
2) admitancje gałęzi poprzecznych w schemacie π są w przybliżeniu równe $\underline{Y}_{\mathrm{i}} / 2$, czyli połowie admitancji gałęzi poprzecznej schematu T.

Schemat typu π pokazano na rys. 1.18. Należy pamiętać, że w schemacie tym napięcie i prąd strony wtórnej są przeliczone do poziomu strony pierwotnej.



Rys. 1.18. Schemat zastępczy typu π transformatora dwuuzwojeniowego

Impedancję $\underline{Z}_\Sigma = R_\Sigma + \mathrm{j}X_\Sigma$ wyznacza się z próby zwarcia pomiarowego transformatora. W tej próbie zwiera się (trójfazowo) uzwojenie wtórne, a stronę pierwotną zasila napięciem regulowanym. Napięcie podnosi się od zera do wartości, przy której w uzwojeniach płyną prądy znamionowe. Mierzy się moc czynną i napięcie zasilania. Wyrażając te wielkości w procentach w stosunku do wartości znamionowych, otrzymuje się:

$$R_\Sigma = \frac{\Delta p_{\mathrm{cu}}}{100} \cdot \frac{U_{\mathrm{rH}}^2}{S_{\mathrm{r}}}; \qquad Z_\Sigma = \frac{u_{\mathrm{K}}}{100} \cdot \frac{U_{\mathrm{rH}}^2}{S_{\mathrm{r}}}; \qquad X_\Sigma = \sqrt{Z_\Sigma^2 - R_\Sigma^2} \tag{1.52}$$

gdzie: U_{rH} – napięcie znamionowe międzyprzewodowe, S_{r} – moc znamionowa trójfazowa, u_{K} – napięcie zwarcia w procentach, Δp_{cu} – starty mocy czynnej na rezystancji w procentach.

Parametry gałęzi poprzecznej $Y_\mu = G_{\mathrm{Fe}} + \mathrm{j}B_\mu$ wyznacza się z próby stanu jałowego transformatora. Zasilając transformator od strony H napięciem znamionowym mierzy się prąd i moc czynną. Przy wyrażeniu tych wielkości w procentach otrzymuje się:

$$G_{\mathrm{Fe}} = \frac{\Delta p_{\mathrm{Fe}}}{100} \cdot \frac{S_{\mathrm{r}}}{U_{\mathrm{rH}}^2}; \qquad i_\mu = \sqrt{i_0^2 - \Delta p_{\mathrm{Fe}}^2}; \qquad B_\mu = \frac{i_\mu}{100} \cdot \frac{S_{\mathrm{r}}}{U_{\mathrm{rH}}^2} \tag{1.53}$$

gdzie: Δp_{Fe} – starty mocy czynnej w żelazie w procentach, i_0 – prąd biegu jałowego w procentach.

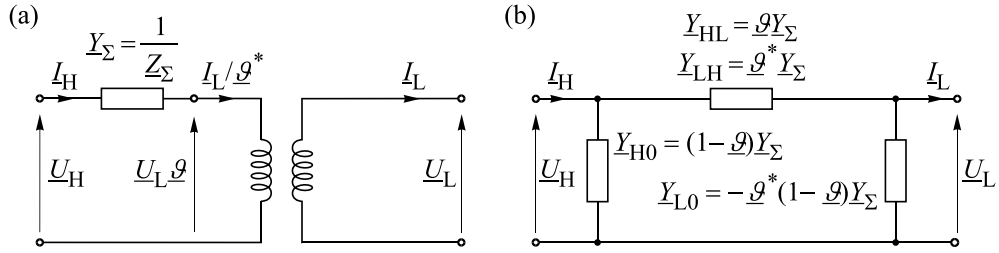
Sieć WN modelowana do badania elektromechanicznych stanów nieustalonych i stabilności SEE może pracować na kilku poziomach napięcia. Na rys. 1.1 są to 400, 220, 110 kV. Schematy zastępcze transformatorów pokazane na rys. 1.17 oraz rys. 1.18 nie są dogodne do badania takich sieci, gdyż w schematach tych napięcia i prądy wtórne są przeliczane do strony pierwotnej. Jeśli obliczenia dotyczące sieci są prowadzone w jednostkach względnych (podrozdz. 1.2), to jednostkami bazowymi napięcia są napięcia znamionowe sieci. Przekładnia transformatora musi być wtedy przeliczona do napięć znamionowych sieci po obu stronach transformatora

$$\vartheta = (U_{\mathrm{rH}} / U_{\mathrm{nH}}) / (U_{\mathrm{rL}} / U_{\mathrm{nL}}) \tag{1.54}$$

gdzie: U_{rH}, U_{rL} – napięcia znamionowe transformatora; U_{nH}, U_{nL} – napięcia znamionowe sieci. Gdy napięcia znamionowe transformatora są równe napięciom znamionowym sieci (co jest rzadkim przypadkiem), wtedy w jednostkach względnych $\vartheta = 1$ i w schematach z rys. 1.17 oraz rys. 1.18 przekładnia może być pominięta.

W praktyce przekładnia transformatora w jednostkach względnych (1.54) może być różna od jedności z trzech powodów: 1) napięcia znamionowe transformatora mogą nie być równe napięciom znamionowym sieci, przy czym różnice mogą być rzędu kilku procent, 2) transformator może mieć regulację wzdłużną przekładni

i przekładnia nastawiona przez regulator może odbiegać od wartości znamionowej, przy czym różnice mogą być rzędu kilkunastu procent, 3) w przypadku transformatorów z regulacją poprzeczną lub skośną [85] przekładnia jest ogólnie liczbą zespoloną, czyli $\underline{\vartheta} \neq 1$.



Rys. 1.19. Uproszczony schemat zastępczy transformatora dwuuzwojeniowego: (a) z idealną przekładnią, (b) z gałęziami poprzecznymi

W schemacie zastępczym transformatora przekładnia może być uwzględniona za pomocą modyfikacji admitancji gałęzi czwórnika zastępczego. Ilustruje to rys. 1.19. Dla prostoty w rozważanym schemacie (rys. 1.19a) pominięto gałęzie poprzeczne (gałąź magnesowania i straty w żelazie) i uwzględniono tylko gałąź wzdłużną o admitancji $\underline{Y}_\Sigma = 1/\underline{Z}_\Sigma$. Po stronie wtórnej wprowadzono idealną przekładnię ogólnie zespoloną $\underline{\vartheta}$. Gałąź wzdłużna występująca po lewej stronie omawianego schematu może być opisana następującym równaniem węzłowym:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_H \\ -\underline{I}_L / \underline{\vartheta}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_\Sigma & -\underline{Y}_\Sigma \\ -\underline{Y}_\Sigma & \underline{Y}_\Sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_H \\ \underline{\vartheta}\underline{U}_L \end{bmatrix} \tag{1.55}$$

Równanie to można przekształcić do następującej postaci:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_H \\ -\underline{I}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_\Sigma & -\underline{\vartheta}\underline{Y}_\Sigma \\ -\underline{\vartheta}^*\underline{Y}_\Sigma & \underline{\vartheta}^*\underline{\vartheta}\underline{Y}_\Sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_H \\ \underline{U}_L \end{bmatrix} \tag{1.56}$$

Uzyskane równanie (1.56) opisuje czwórnik typu δ pokazany na rys. 1.20b. Jak wynika z admitancyjnej macierzy w równaniu (1.56), czwórnik ten ma następujące parametry:

$$\underline{Y}_{HL} = \underline{\vartheta}\underline{Y}_\Sigma; \quad \underline{Y}_{LH} = \underline{\vartheta}^*\underline{Y}_\Sigma; \quad \underline{Y}_{H0} = (1-\underline{\vartheta})\underline{Y}_\Sigma; \quad \underline{Y}_{L0} = -\underline{\vartheta}^*(1-\underline{\vartheta})\underline{Y}_\Sigma \tag{1.57}$$

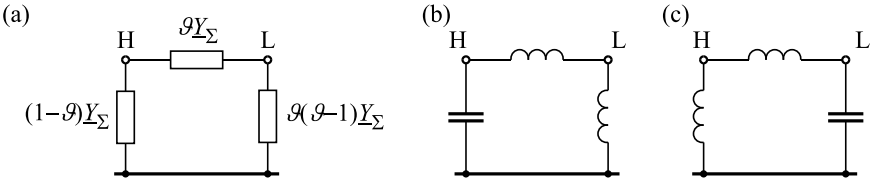
W schematach pokazanych na rys. 1.19 można bez problemu uwzględnić gałęzie poprzeczne (gałąź magnesowania i straty w żelazie) podobnie jak na rys. 1.18, można je dodać po lewej stronie schematu przyłączone do węzłów gałęzi wzdłużnej $\underline{Y}_\Sigma$. Po wyeliminowaniu przekładni lewa gałąź poprzeczna $\underline{Y}_\mu/2$ pozostanie w schemacie bez zmiany jako równoległa do $\underline{Y}_{H0}$, a prawa gałąź poprzeczna $\underline{Y}_\mu/2$

zostanie przeniesiona przez kwadrat przekładni jako gałąź $\vartheta^2 \underline{Y}_\mu / 2$ równoległa do $\underline{Y}_{L0}$, przy czym $\underline{Y}_i$ jest obliczone na poziomie napięcia po stronie H.

W przypadku gdy przekładnia $\underline{\vartheta}$ jest zespolona (transformatory z regulacją poprzeczną lub skośną przekładni), gałąź wzdłużna czwórnika (rys. 1.19b) ma właściwości kierunkowe (jest anizotropowa), gdyż $\underline{Y}_{LH} \neq \underline{Y}_{HL}$. W przypadku gdy przekładnia ϑ jest rzeczywista (transformatory z regulacją wzdłużną), zachodzi $\underline{\vartheta}^* = \underline{\vartheta} = \vartheta$ i gałąź wzdłużna nie ma właściwości kierunkowych (jest izotropowa). Parametry czwórnika są wtedy następujące:

$$\underline{Y}_{HL} = \underline{Y}_{LH} = \underline{\vartheta}\underline{Y}_\Sigma; \quad \underline{Y}_{H0} = (1-\underline{\vartheta})\underline{Y}_\Sigma; \quad \underline{Y}_{L0} = -\underline{\vartheta}(1-\underline{\vartheta})\underline{Y}_\Sigma \tag{1.58}$$

Warto zwrócić uwagę na fakt, że niezależnie od tego, czy $\vartheta > 1$, czy $\vartheta < 1$ zawsze admitancje gałęzi poprzecznych mają przeciwne znaki. Jeśli pominie się rezystancje transformatora i przyjmie, że $\underline{Z}_\Sigma = jX_\Sigma$, to wtedy $\underline{Y}_\Sigma = 1/\underline{Z}_\Sigma = 1/jX_\Sigma$, tzn. wszystkie gałęzie czwórnika są elementami biernymi. Dla $\vartheta < 1$ gałąź poprzeczna $\underline{Y}_{H0}$ jest indukcyjnością, a gałąź poprzeczna $\underline{Y}_{L0}$ jest pojemnością. Dla $\vartheta > 1$ sytuacja jest odwrotna, tj. gałąź poprzeczna $\underline{Y}_{H0}$ jest pojemnością, a gałąź poprzeczna $\underline{Y}_{L0}$ jest indukcyjnością. Ilustruje to rys. 1.20.



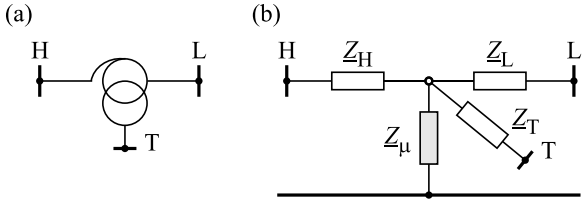
Rys. 1.20. Schematy zastępcze transformatora z regulacją wzdłużną: (a) dla dowolnej wartości ϑ, (b) dla $\vartheta > 1$, c) dla $\vartheta < 1$

Powyższe schematy dotyczą transformatorów dwuuzwojeniowych. Do analiz elektromechanicznych stanów nieustalonych (rys. 1.2) oraz badania stabilności SEE transformatory trójuzwojeniowe i autotransformatory z uzwojeniem wyrównawczym modeluje się za pomocą czwórników jak na rys. 1.21. Oznaczenia uzwojeń H, L, T pochodzą od angielskich słów odpowiednio *high voltage*, *low voltage*, *tertiary voltage*. W celu utworzenia modelu transformatorów tego typu wykorzystuje się następujące dane znamionowe:

- moc znamionową S_r równą największej mocy uzwojenia,
- znamionowe napięcia uzwojeń U_{rH}, U_{rL}, U_{rT},
- znamionowe napięcia zwarcia par uzwojeń $u_{K\,HL}$, $u_{K\,HT}$, $u_{K\,LT}$ wyrażone w procentach i odniesione z reguły do mocy znamionowej S_r.

Typowo napięcia zwarcia podawane przez producentów w danych transformatora są przeliczone do mocy znamionowej S_r. Przed wykonaniem obliczeń należy się

jednak upewnić, czy tak jest, gdyż niektórzy producenci w danych transformatora podają napięcia zwarcia przeliczone do mocy przechodniej danej pary uzwojeń. Wtedy trzeba je przeliczyć do mocy znamionowej.



Rys. 1.21. Symbol (a) oraz schemat autotransformatora (b)

Korzystając z napięć zwarcia poszczególnych par uzwojeń, można obliczyć następujące impedancje zastępcze transformatora na poziomie napięcia U_{rH}:

$$Z_{HL} = \frac{u_{K\,HL}}{100} \cdot \frac{U_{rH}^2}{S_r}; \quad Z_{HT} = \frac{u_{K\,HT}}{100} \cdot \frac{U_{rH}^2}{S_r}; \quad Z_{LT} = \frac{u_{K\,LT}}{100} \cdot \frac{U_{rL}^2}{S_r} \tag{1.59}$$

przy czym:

$$\underline{Z}_{HL} = \underline{Z}_H + \underline{Z}_L; \quad \underline{Z}_{HT} = \underline{Z}_H + \underline{Z}_T; \quad \underline{Z}_{LT} = \underline{Z}_L + \underline{Z}_T \tag{1.60}$$

są sumami impedancji dla poszczególnych par uzwojeń. Warto podkreślić, że błędem jest traktowanie impedancji (1.59) jako wartości trójkąta impedancji rozpartego na zaciskach H, L, T. Jak widać ze schematu zastępczego (rys. 1.21b), na przykład przy próbie zwarcia pomiarowego pary uzwojeń H, L w obwodzie znajduje się suma impedancji $\underline{Z}_H$ oraz $\underline{Z}_L$. Podobnie dla par H, T oraz L. Traktując zależności (1.60) jako układ równań z trzema niewiadomymi, można wyznaczyć poszczególne impedancje w schemacie zastępczym:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_H &= 0{,}5\,\left(\underline{Z}_{HL} + \underline{Z}_{HT} - \underline{Z}_{LT}\right) \\ \underline{Z}_L &= 0{,}5\,\left(\underline{Z}_{HL} + \underline{Z}_{LT} - \underline{Z}_{HT}\right) \\ \underline{Z}_T &= 0{,}5\,\left(\underline{Z}_{HT} + \underline{Z}_{LT} - \underline{Z}_{HL}\right) \end{aligned} \tag{1.61}$$

Jeśli uzwojenie T nie jest obciążone, to dla stanów symetrycznych fazowo lub składowej zgodnej schemat z rys. 1.21 sprowadza się do schematu jak dla transformatora dwuuzwojeniowego. Wtedy na podstawie (1.61) otrzymuje się następującą impedancję sumaryczną (rys. 1.18): $\underline{Z}_\Sigma = \underline{Z}_H + \underline{Z}_L = \underline{Z}_{HL}$.

Warto tu podkreślić, że dla transformatorów trójuzwojeniowych reaktancja uzwojenia o napięciu „środkowym" może mieć wartość ujemną. Fakt ten tłumaczy się jako wynik wzajemnego oddziaływania strumieni pochodzących od poszczególnych uzwojeń. Ilustruje to następujący przykład.

Przykład 1.1

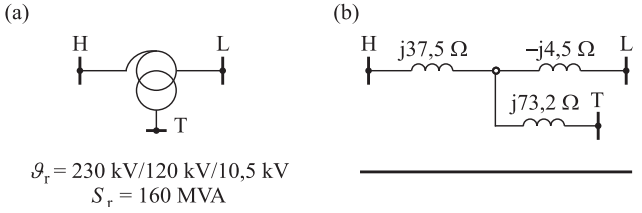
Autotransformator o napięciach znamionowych 230 kV/120 kV/10,5 kV ma uzwojenia o mocy $S_{rH} = S_{rL} = 160$ MVA oraz $S_{rT} = 50$ MVA. Napięcia zwarcia przeliczone do mocy S_{rH} mają wartości $u_{K\,HL} = 10\%$, $u_{K\,HT} = 33{,}5\%$, $u_{K\,LT} = 20{,}8\%$. Straty mocy w uzwojeniach są pomijane. Należy wyznaczyć parametry schematu zastępczego. Na podstawie wzorów (1.59) i (1.60) wyznacza się następujące wartości reaktancji uzwojeń sprowadzone na poziom górnego napięcia:

$$X_H = \frac{u_{KHL} + u_{KHT} - u_{KLT}}{2 \cdot 100} \cdot \frac{U_{rH}^2}{S_r} = \frac{10 + 33{,}5 - 20{,}8}{2 \cdot 100} \cdot \frac{230^2}{160} = 37{,}5\ \Omega$$

$$X_L = \frac{u_{KLT} + u_{KHL} - u_{KHT}}{2 \cdot 100} \cdot \frac{U_{rH}^2}{S_r} = \frac{20{,}8 + 10 - 33{,}3}{2 \cdot 100} \cdot \frac{230^2}{160} = -4{,}5\ \Omega$$

$$X_T = \frac{u_{KHT} + u_{KLT} - u_{KHL}}{2 \cdot 100} \cdot \frac{U_{rH}^2}{S_r} = \frac{33{,}5 + 20{,}8 - 10}{2 \cdot 100} \cdot \frac{230^2}{160} = 73{,}2\ \Omega$$

Schemat zastępczy zgodny autotransformatora przedstawiono na rys. 1.22. W schemacie tym pominięto gałąź poprzeczną odpowiadającą stratom w żelazie i prądowi magnesowania rdzenia.

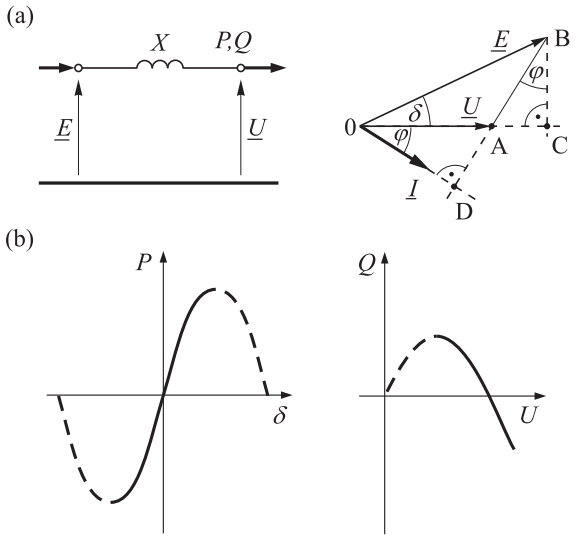


Rys. 1.22. Dane przykładowego autotransformatora (a) oraz wartości reaktancji w schemacie zastępczym (b)

W przykładzie pokazanym na rys. 1.21 oraz rys. 1.22 wszystkie impedancje są obliczone na poziomie napięcia znamionowego górnej strony autotransformatora. W obliczeniach dla sieci na kilku poziomach napięcia schematy te można zmodyfikować podobnie jak na rys. 1.19, wprowadzając do dwóch gałęzi idealne przekładnie. Następnie każdą gałąź zawierającą idealną przekładnię można zastąpić czwórnikiem jak na rys. 1.19b. Jeśli trzecie uzwojenie nie jest obciążone i jest pomijane w obliczeniach, to można wykorzystać schematy dla transformatora dwuuzwojeniowego.

1.4.3. Pojedynczy element indukcyjny

Najpierw zostanie omówiony pojedynczy czwórnik typu π, w którym w gałęzi wzdłużnej jest pominięta rezystancja, a gałęzie poprzeczne są pominięte całkowicie. Gałąź wzdłużna ma charakter indukcyjny. Schemat takiego czwórnika wraz z odpowiednim wykresem fazorowym i charakterystykami pokazano na rys. 1.23.



Rys. 1.23. Uproszczony model elementu sieci (wg [85]): (a) schemat zastępczy i wykres fazorowy, (b) charakterystyki mocy czynnej i biernej

Na rys. 1.23 przyjęto, że napięcia U, E są napięciami fazowymi, a moce P, Q są mocami przypadającymi na jedną fazę. Fazor napięcia $\underline{E}$ uzyskano dodając do fazora napięcia $\underline{U}$ stratę $\mathrm{j}X\underline{I}$ prostopadłą do fazora prądu $\underline{I}$. Trójkąty 0AD oraz BAC są podobne. Z trójkątów BAC oraz 0BC wynikają następujące zależności:

$$|\mathrm{BC}| = XI\cos\varphi = E\sin\delta \quad \text{czyli} \quad I\cos\varphi = \frac{E}{X}\sin\delta \tag{1.62}$$

$$|\mathrm{AC}| = XI\sin\varphi = E\cos\delta - U \quad \text{czyli} \quad I\sin\varphi = \frac{E}{X}\cos\delta - \frac{U}{X} \tag{1.63}$$

Moc czynna (przypadająca na jedną fazę) wypływająca z omawianego elementu jest wyrażona wzorem $P = UI\cos\varphi$. Podstawiając do tego wzoru wyrażenie (1.62), otrzymuje się

$$P = \frac{EU}{X}\sin\delta \tag{1.64}$$

Moc czynna P zależy od iloczynu obu napięć fazowych oraz sinusa kąta δ między fazorami tych napięć.

Warto zauważyć i pamiętać, że jeśli do wzoru (1.64) zamiast napięć fazowych U, E wstawi się napięcia międzyfazowe (czyli napięcia $\sqrt{3}$ razy większe), to uzyska się moc czynną trzykrotnie większą, czyli moc czynną dla trzech faz (moc trójfazową).

W sieci elektroenergetycznej napięcie w każdym węźle musi być zbliżone do wartości znamionowej. Na podstawie wzoru (1.64) można powiedzieć, że zmiana napięcia w dopuszczalnym zakresie (plus minus kilka procent) daje bardzo małe możliwości zmiany mocy czynnej (rzędu kilkunastu procent). Bardzo szerokie zmiany mocy czynnej (od wartości ujemnych do dodatnich) umożliwia natomiast zmiana kąta δ. Charakterystyka $P(\delta)$ odpowiada sinusoidzie i jest nazywana *kątową charakterystyką mocy*, a kąt δ odpowiednio *kątem mocy* lub *kątem obciążenia*. Ze względu na stabilność układ może pracować w zakresie tej części charakterystyki, która na (rys. 1.23) jest zaznaczona linią ciągłą. Im reaktancja X jest mniejsza, tym większa jest amplituda kątowej charakterystyki mocy.

Moc bierna (przypadająca na jedną fazę) wypływająca z omawianego elementu jest wyrażona wzorem $Q = UI\sin\varphi$. Podstawiając do tego wzoru wyrażenie (1.63), otrzymuje się

$$Q = \frac{EU}{X}\cos\delta - \frac{U^2}{X} \tag{1.65}$$

Jeśli do wzoru (1.65) zamiast napięć fazowych U, E wstawi się napięcia międzyfazowe (czyli napięcia $\sqrt{3}$ razy większe), to (podobnie jak dla mocy czynnej (1.64)) uzyska się moc bierną trzykrotnie większą, czyli moc bierną dla trzech faz (moc trójfazową).

Występujący tu czynnik $\cos\delta$ jest zdeterminowany wartością mocy czynnej, gdyż między funkcjami sinus oraz cosinus zachodzi: $\cos\delta = \sqrt{1-\sin^2\delta}$. Korzystając z tej zależności oraz wzoru (1.64), można przekształcić wzór (1.65) do następującej postaci:

$$Q = \sqrt{\left(\frac{EU}{X}\right)^2 - P^2} - \frac{U^2}{X} \tag{1.66}$$

Charakterystyka $Q(U)$ odpowiada odwróconej paraboli (rys. 1.23b). Ze względu na stabilność układ może pracować w zakresie tej części charakterystyki, która na (rys. 1.23b) jest zaznaczona linią ciągłą.

Im reaktancja linii X jest mniejsza, tym bardziej stroma jest parabola i nawet niewielkie zmiany napięcia U powodują duże zmiany mocy biernej. Oczywiście obowiązuje również relacja odwrotna i zmiana obciążenia mocą bierną powoduje zmianę napięcia.

Z powyższego opisu wynika, że Q, U oraz P, δ tworzą dwie pary wielkości wzajemnie silnie zależnych.

1.4.4. Równania węzłowe

Ogólnie czwórniki π zastępujące elementy sieci elektroenergetycznej mają rezystancję, reaktancję wzdłużną oraz konduktancje i susceptancje poprzeczne. Łącząc te czwórniki zgodnie z konfiguracją sieci, uzyskuje się schemat zastępczy sieci. Ogólnie taka sieć może być opisana następującym równaniem potencjałów węzłowych:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \vdots \\ \underline{I}_i \\ \vdots \\ \underline{I}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{11} & \cdots & \underline{Y}_{1i} & \cdots & \underline{Y}_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ \underline{Y}_{i1} & \cdots & \underline{Y}_{ii} & \cdots & \underline{Y}_{1N} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \underline{Y}_{N1} & \cdots & \underline{Y}_{Ni} & \cdots & \underline{Y}_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \vdots \\ \underline{U}_i \\ \vdots \\ \underline{U}_N \end{bmatrix} \quad \text{lub} \quad \underline{\boldsymbol{I}} = \underline{\boldsymbol{Y}}\,\underline{\boldsymbol{U}} \tag{1.67}$$

W równaniu tym indeksy i, j dotyczą numeru węzła. Macierz $\underline{\boldsymbol{Y}}$ jest nazywana *admitancyjną macierzą węzłową*. Ponadto:

$\underline{U}_i = U_i \mathrm{e}^{\mathrm{j}\delta_i}$ – fazor napięcia węzłowego i odpowiednio jego moduł U_i oraz argument δ_i względem wspólnej osi na płaszczyźnie liczb zespolonych,

$\underline{I}_i$ – fazor prądu węzłowego (prąd wpływający do węzła),

$\underline{Y}_{ij} = -\underline{y}_{ij}$ – element pozadiagonalny admitancyjnej macierzy węzłowej,

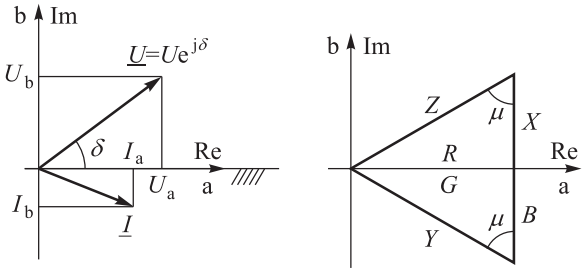
$\underline{Y}_{ii} = \underline{y}_{i0} + \sum_{j=1}^{N} \underline{y}_{ij}$ – element diagonalny admitancyjnej macierzy węzłowej.

Element pozadiagonalny macierzy jest równy ujemnej wartości admitancji gałęzi łączącej węzły. Element diagonalny macierzy jest równy sumie wartości admitancji gałęzi dochodzących do węzła, w tym również gałęzi poprzecznych $\underline{y}_{i0}$. Suma wszystkich elementów w wierszu admitancyjnej macierzy węzłowej jest równa admitancji gałęzi poprzecznej w danym węźle: $\underline{y}_{i0} = \sum_{j=1}^{N} \underline{Y}_{ij}$.

Ilustrację definicji argumentu fazora napięcia oraz argumentu impedancji i admitancji na płaszczyźnie zespolonej podano na rys. 1.24. Odnośnie do fazora napięcia przyjmuje się $\underline{U}_i = U_i \mathrm{e}^{\mathrm{j}\delta_i}$.

Z równania (1.67) wynika, że prąd węzłowy dowolnego węzła jest dany wzorem

$$\underline{I}_i = \underline{Y}_{ii}\underline{U}_i + \sum_{j \neq i}^{N} \underline{Y}_{ij}\underline{U}_j \tag{1.68}$$



Rys. 1.24. Ilustracja definicji argumentu fazora napięcia oraz argumentu impedancji i admitancji na płaszczyźnie zespolonej

Stąd moc pozorna dopływająca do węzła może być wyrażona w następujący sposób:

$$\underline{S}_i = P_i + \mathrm{j}Q_i = \underline{U}_i \underline{I}_i^{\,*} = U_i^2 Y_{ii} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\frac{\pi}{2}-\mu_{ii}\right)} + \sum_{j\neq i}^{N} U_i U_j Y_{ij} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\delta_i-\delta_j+\frac{\pi}{2}-\mu_{ii}\right)} \tag{1.69}$$

czyli moc czynna i bierna odpowiednio:

$$P_i = U_i^2 Y_{ii} \sin\mu_{ii} + \sum_{j\neq i}^{N} U_i U_j Y_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j - \mu_{ij}) \tag{1.70}$$

$$Q_i = -U_i^2 Y_{ii} \cos\mu_{ii} + \sum_{j\neq i}^{N} U_i U_j Y_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j - \mu_{ij}) \tag{1.71}$$

Uwzględniając, że $\underline{Y}_{ij} = G_{ij} + \mathrm{j}B_{ij}$ wzory te można przekształcić do następującej postaci:

$$P_i = U_i^2 G_{ii} + \sum_{j\neq i}^{N} U_i U_j \left[B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) + G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \right] \tag{1.72}$$

$$Q_i = -U_i^2 B_{ii} + \sum_{j\neq i}^{N} U_i U_j \left[G_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \right] \tag{1.73}$$

Z powyższych wzorów (1.70), (1.71) oraz (1.72), (1.73) wynika, że moce węzłowe (to jest dopływające do węzłów) są nieliniowymi funkcjami napięć węzłowych i ich argumentów. Oczywiście, jeśli wzory te napisać dla pojedynczego elementu jak na rys. 1.23 z pominiętą konduktancją i pominiętymi gałęziami poprzecznymi, to po prostych przekształceniach uzyska się wzory identyczne do wzorów (1.65), (1.66).

Wzory (1.70)–(1.73) są podstawą analiz sieci elektroenergetycznej takich jak wyznaczenie rozpływu mocy w sieci oraz optymalizacja poziomów napięć w sieci.

W równaniu (1.67) elementy macierzy są liczbami zespolonymi. Korzystając ze współrzędnych płaszczyzny zespolonej (rys. 1.24), można to równanie przekształcić do postaci, w której są tylko liczby rzeczywiste. Uwzględniając, że $\underline{Y}_{ij} = G_{ij} + \mathrm{j}B_{ij}$ można napisać

$$\underline{I}_i = I_{ai} + \mathrm{j}I_{bi} = \sum_{j=1}^{N} \underline{Y}_{ij}\underline{U}_j = \sum_{j=1}^{N} (G_{ij} + \mathrm{j}B_{ij})(U_{aj} + \mathrm{j}U_{bj}) \tag{1.74}$$

czyli

$$I_{ai} = \sum_{j=1}^{N} (G_{ij}U_{aj} - B_{ij}U_{bj}) \quad \text{oraz} \quad I_{bi} = \sum_{j=1}^{N} (B_{ij}U_{aj} + G_{ij}U_{bj}) \tag{1.75}$$

Równania te zestawione dla wszystkich węzłów sieci można razem zapisać w postaci macierzowego równania

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{I}_i \\ \vdots \\ \boldsymbol{I}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Y}_{11} & \cdots & \boldsymbol{Y}_{1i} & \cdots & \boldsymbol{Y}_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ \boldsymbol{Y}_{i1} & \cdots & \boldsymbol{Y}_{ii} & \cdots & \boldsymbol{Y}_{1N} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \boldsymbol{Y}_{N1} & \cdots & \boldsymbol{Y}_{Ni} & \cdots & \boldsymbol{Y}_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{U}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{U}_i \\ \vdots \\ \boldsymbol{U}_N \end{bmatrix} \quad \text{lub} \quad \boldsymbol{I} = \boldsymbol{Y}\boldsymbol{U} \tag{1.76}$$

gdzie:

$$\boldsymbol{I}_i = \begin{bmatrix} I_{ai} \\ I_{bi} \end{bmatrix}; \qquad \boldsymbol{U}_i = \begin{bmatrix} U_{ai} \\ U_{bi} \end{bmatrix}; \qquad \boldsymbol{Y}_{ij} = \begin{bmatrix} G_{ij} & -B_{ij} \\ B_{ij} & G_{ij} \end{bmatrix} \tag{1.77}$$

W równaniu (1.76) wektory prądów i napięć $\boldsymbol{I}$, $\boldsymbol{U}$, mają wymiar $2N$, a kwadratowa macierz admitancyjna $\boldsymbol{Y}$ ma wymiar $2N \times 2N$. Elementy tych macierzy są rzeczywiste.

1.4.5. Linearyzacja równań węzłowych

Jak wynika z powyższych wzorów, moce węzłowe czynna i bierna są nieliniowymi funkcjami napięć węzłowych i ich argumentów: $P = P(U,\delta)$ oraz $Q = Q(U,\delta)$. W niektórych analizach (zwłaszcza dotyczących małych zmian napięć) wygodnie jest dokonać linearyzacji poprzez rozwinięcie funkcji $P = P(U,\delta)$ oraz $Q = Q(U,\delta)$ w szereg Taylora i pominięcie wyrazów wyższego rzędu. W wyniku takiej linearyzacji zmiany mocy czynnych i biernych węzłowych wszystkich węzłów mogą być wyrażone za pomocą następującego równania macierzowego:

$$\begin{bmatrix} \Delta\boldsymbol{P} \\ \Delta\boldsymbol{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{H} & \boldsymbol{M} \\ \boldsymbol{N} & \boldsymbol{K} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\boldsymbol{\delta} \\ \Delta\boldsymbol{U} \end{bmatrix} \tag{1.78}$$

gdzie $\Delta \boldsymbol{P}$, $\Delta \boldsymbol{Q}$ są wektorami zmian mocy węzłowych (czynnej i biernej) wszystkich węzłów, $\Delta \boldsymbol{U}$, $\Delta \boldsymbol{\delta}$ są wektorami zmian napięć węzłowych i ich argumentów, $\boldsymbol{H}$, $\boldsymbol{M}$, $\boldsymbol{N}$, $\boldsymbol{K}$ są macierzami pochodnych cząstkowych następujących postaci:

$$H_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j}; \qquad M_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial U_j}; \qquad N_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j}; \qquad K_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial U_j} \tag{1.79}$$

Macierze $\boldsymbol{H}$, $\boldsymbol{M}$, $\boldsymbol{N}$, $\boldsymbol{K}$ składające się z pochodnych cząstkowych są nazywane *macierzami Jacobiego*.

W niektórych analizach wykorzystuje się też następującą modyfikację równania (1.78):

$$\begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{P} \\ \Delta \boldsymbol{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{H} & \boldsymbol{M}' \\ \boldsymbol{N} & \boldsymbol{K}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\delta} \\ \Delta \boldsymbol{U} / \boldsymbol{U} \end{bmatrix} \tag{1.80}$$

gdzie przez $\Delta \boldsymbol{U} / \boldsymbol{U}$ oznaczono wektor przyrostów napięć węzłowych podzielonych przez napięcia węzłowe. W rozwinięciu równanie (1.80) może być napisane w następujący sposób:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \vdots \\ \Delta P_N \\ \hline \Delta Q_1 \\ \vdots \\ \Delta Q_N \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc:ccc} \frac{\partial P_1}{\partial \delta_1} & \cdots & \frac{\partial P_1}{\partial \delta_N} & U_1 \frac{\partial P_1}{\partial U_1} & \cdots & U_N \frac{\partial P_1}{\partial U_N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_N}{\partial \delta_1} & \cdots & \frac{\partial P_N}{\partial \delta_N} & U_1 \frac{\partial P_N}{\partial U_1} & \cdots & U_N \frac{\partial P_N}{\partial U_N} \\ \hdashline \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_1} & \cdots & \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_N} & U_1 \frac{\partial Q_1}{\partial U_1} & \cdots & U_N \frac{\partial Q_1}{\partial U_N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_N}{\partial \delta_1} & \cdots & \frac{\partial Q_N}{\partial \delta_N} & U_1 \frac{\partial Q_N}{\partial U_1} & \cdots & U_N \frac{\partial Q_N}{\partial U_N} \end{array}\right] \begin{bmatrix} \Delta \delta_1 \\ \vdots \\ \Delta \delta_N \\ \hline \Delta U_1 / U_1 \\ \vdots \\ \Delta U_N / U_N \end{bmatrix} \tag{1.81}$$

Pochodne cząstkowe (1.79) występujące w (1.81) mogą być łatwo znalezione przez różniczkowanie funkcji danych wzorami (1.72) oraz (1.73):

$$\begin{aligned} H_{ij} &= \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = -U_i U_j \left[B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) - G_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \right] \\ H_{ii} &= \frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N} U_i U_j \left[B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) - G_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \right] = -Q_i - U_i^2 B_{ii} \end{aligned} \tag{1.82}$$

$$N_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = -U_i U_j \left[G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \right]$$
$$N_{ii} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N} U_i U_j \left[G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \right] = P_i - U_i^2 G_{ii} \tag{1.83}$$

$$M'_{ij} = U_j \frac{\partial P_i}{\partial U_j} = U_i U_j \left[G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \right]$$
$$M'_{ii} = U_i \frac{\partial P_i}{\partial U_i} = 2U_i^2 G_{ij} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N} U_i U_j \left[G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \right] \tag{1.84}$$
$$= P_i + U_i^2 G_{ii}$$

$$K'_{ij} = U_j \frac{\partial Q_i}{\partial U_j} = U_i U_j \left[G_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \right]$$
$$K'_{ii} = U_i \frac{\partial Q_i}{\partial U_i} = -2U_i^2 B_{ij} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N} U_i U_j \left[G_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \right] \tag{1.85}$$
$$= Q_i - U_i^2 B_{ii}$$

Równania węzłowe w postaci (1.78) lub (1.80) są nazywane *modelem przyrostowym* sieci.

1.4.6. Zmiana układu współrzędnych

W powyższych równaniach układ współrzędnych (a, b) został przyjęty arbitralnie. Jeśli zachodzi konieczność zmiany układu współrzędnych na inny, na przykład (d, q), to można to wykonać za pomocą następującego przekształcenia:

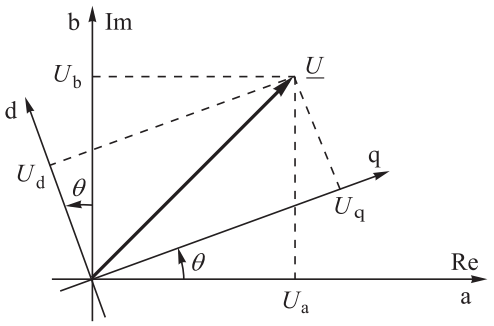
$$\begin{bmatrix} U_a \\ U_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\theta & \cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_d \\ U_q \end{bmatrix} \quad \text{lub} \quad \boldsymbol{E}_{ab} = \boldsymbol{T}\, \boldsymbol{E}_{dq} \tag{1.86}$$

Macierz **T** tego przekształcenia jest unitarna, to znaczy $\boldsymbol{T}^{-1} = \boldsymbol{T}$. Stąd przekształcenie odwrotne do (1.86) ma następującą postać:

$$\begin{bmatrix} E_d \\ E_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\theta & \cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_a \\ E_b \end{bmatrix} \quad \text{lub} \quad \boldsymbol{E}_{dq} = \boldsymbol{T}\, \boldsymbol{E}_{ab} \tag{1.87}$$

Sposób przekształcenia zgodny z równaniami (1.86) oraz (1.87) wynika z rys. 1.25.

Zmiana układu współrzędnych jest potrzebna zwłaszcza w analizach dotyczących połączenia generatora z siecią.



Rys. 1.25. Zmiana układu współrzędnych prostokątnych

1.4.7. Wyznaczanie punktu pracy SEE

Wyznaczenie punktu pracy SEE (punktu równowagi) polega na rozwiązaniu wyżej omówionych nieliniowych równań opisujących model sieci SEE.

W równaniach węzłowych sieci prądu przemiennego każdy węzeł można opisać za pomocą czterech wielkości: mocy węzłowych czynnej i biernej (P, Q) oraz amplitudy i fazy napięcia węzłowego $(|\underline{U}|, \delta)$. By zagadnienie było matematycznie rozwiązywalne, dwie z tych czterech wielkości muszą być zadane, a pozostałe dwie są niewiadome. Zależnie od tego, które wielkości są zadane, węzły sieci dzieli się na cztery typy, jak w tab. 1.4.

Tabela 1.4. Typy węzłów i ich dane i niewiadome

Lp.	Typ węzła	Oznaczenie	Dane	Niewiadome
1	Odbiorczy	PQ	P, Q	$\|\underline{U}\|$, δ
2	Wytwórczy	PU	P, $\|\underline{U}\|$	Q, δ
3	Wytwórczy z ograniczeniem	PUQ	P, $\|\underline{U}\|$, Qmax, Qmin	Q, δ, $\|\underline{U}\|$
4	Odniesienia (bilansujący)	Uδ	$\|\underline{U}\|$, $\delta = 0$	P, Q

Dla węzłów odbiorczych danymi są moc czynna i bierna pobierane przez odbiór, a niewidomymi odpowiednio moduł i argument napięcia. Moce odbiorów mogą być zadawane jako wartości stałe lub w postaci charakterystyk napięciowych $P(U)$, $Q(U)$. Dla węzłów wytwórczych danymi są moc czynna i moduł napięcia, a niewiadomymi odpowiednio moc bierna i argument napięcia. Węzeł wytwórczy może mieć zadane ograniczenia mocy biernej i wtedy, gdy moc bierna przekracza ograniczenie, ustala się wartość mocy biernej odpowiadającą ograniczeniu i zmienia

odpowiednio wartość napięcia. Węzeł odniesienia jest wybranym węzłem wytwórczym, dla którego zakłada się, że we współrzędnych sieciowych (a, b na rys. 1.25) argument napięcia jest równy zeru $\delta = 0$. Argumenty napięć pozostałych węzłów są liczone względem napięcia węzła odniesienia.

W poszukiwanym punkcie pracy SEE bilans mocy czynnej wytwarzanej i pobieranej powiększonej o straty mocy czynnej w sieci musi się zgadzać. Ponieważ straty sieciowe nie są znane (z góry) przed rozwiązaniem równań sieci, niezbilansowanie uzyskiwane przy zadanych mocach wytwarzanych i pobieranych musi być gdzieś ulokowane. W najprostszym przypadku zakłada się, że niezbilansowanie mocy czynnej jest pokrywane przez węzeł odniesienia i w takim przypadku węzeł ten jest nazywany *węzłem bilansującym*. Przy zadanym napięciu co do modułu i argumentu wyznacza się w nim zarówno moc bierną, jak i moc czynną. W niektórych zagadnieniach zakłada się, że niezbilansowanie jest rozdzielane na zadaną grupę węzłów wytwórczych lub wszystkie węzły wytwórcze. W takim przypadku niezbilansowanie rozdzielane jest według narzuconych proporcji określonych współczynnikami udziału wybranych węzłów bilansujących.

Dobór współczynników rozdziału niezbilansowania zależy od rodzaju wykonywanej analizy. Przykładem może być wyznaczanie stanu SEE po wyłączeniu dużego zespołu wytwórczego. W takim przypadku w rzeczywistym SEE niezbilansowanie jest pokrywane najpierw przez zespoły wytwórcze realizujące regulację pierwotną (rozdz. 4) i odbywa się to zgodnie ze statyzmem charakterystyk statycznych zespołów wytwórczych. Trochę później już w stanie ustalonym niezbilansowanie jest pokrywane przez zespoły wytwórcze realizujące regulację wtórną (rozdz. 4). Odbywa się to zgodnie z udziałem zespołów wytwórczych uczestniczących w regulacji mocy i częstotliwości (zespoły wytwórcze centralnie dysponowane). Zadając odpowiednio współczynniki rozdziału niezbilansowania można wyznaczyć rozpływ prądów i stan pracy SEE po zakończeniu regulacji pierwotnej lub po zakończeniu regulacji wtórnej. W niektórych zagadnieniach współczynniki udziału węzłów wytwórczych w pokrywaniu niezbilansowania dobiera się proporcjonalnie do zadanych mocy wytwórczych, tj. współczynniki udziału poszczególnych węzłów wytwórczych oblicza się jako iloraz ich zadanej mocy czynnej i sumy mocy czynnych zadanych we wszystkich węzłach wytwórczych.

Wyznaczanie stanu pracy SEE i rozpływu prądów w sieci potocznie jest nazywane *wyznaczaniem rozpływu mocy* (ang. *power flow*). To pojęcie nie jest jednak ścisłe, gdyż moc jest wielkością skalarną i nie „płynie".

Opis metod numerycznych rozwiązywania równań nieliniowych można znaleźć na przykład w podręczniku [86]. Metody stosowane do wyznaczania punktu pracy SEE, rozpływu prądów w sieciach SEE oraz związane z nimi szczegółowe zagadnienia są omówione na przykład w podręczniku [71]. Poniżej w skrócie omówiono dwie najistotniejsze metody, tj. metodę Gaussa-Seidela oraz metodę Newtona.

Metoda Gaussa-Seidela

Metoda Gaussa-Seidela może być stosowana do rozwiązywania algebraicznych równań nieliniowych $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0}$, które dadzą się sprowadzić do postaci $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$, czyli $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$. Tworzy się następującą formułę iteracyjną:

$$\boldsymbol{x}_{l+1} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_l) \tag{1.88}$$

gdzie l jest numerem kolejnego przybliżenia rozwiązania równań. Począwszy od wartości startowej $\boldsymbol{x}_0$ oblicza się kolejne przybliżenia $\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, ... \boldsymbol{x}_l, \boldsymbol{x}_{l+1}$ aż do uzyskania zadanej dokładności

$$\left|\boldsymbol{x}_{l+1} - \boldsymbol{x}_l\right| < \varepsilon \tag{1.89}$$

W przypadku równań opisujących sieć systemu elektroenergetycznego korzysta się z równania (1.68) oraz równania (1.69) zapisanego w następujący sposób:

$$\underline{S}_i^* = \underline{U}_i^* \underline{I}_i = \underline{U}_i^* \underline{U}_i \underline{Y}_{ii} + \underline{U}_i^* \sum_{j \neq i} \underline{Y}_{ij} \underline{U}_j \tag{1.90}$$

gdzie $\underline{S}_i = P_i + \mathrm{j}Q_i$ jest mocą węzłową. Po podzieleniu obu stron tego równania przez $\underline{U}_i^* \underline{Y}_{ii}$ otrzymuje się następującą formułę iteracyjną:

$$\underline{U}_{i(l+1)} = \frac{\underline{S}_{i(l)}^*}{\underline{U}_{i(l)}^* \underline{Y}_{ii}} - \sum_{j \neq i} \frac{\underline{Y}_{ij}}{\underline{Y}_{ii}} \underline{U}_{j(l)} \tag{1.91}$$

Drugi składnik po prawej stronie tego równania można rozbić na dwa składniki w następujący sposób:

$$\underline{U}_{i(l+1)} = \frac{\underline{S}_{i(l)}^*}{\underline{U}_{i(l)}^* \underline{Y}_{ii}} - \sum_{j<i} \frac{\underline{Y}_{ij}}{\underline{Y}_{ii}} \underline{U}_{j(l+1)} - \sum_{j>i} \frac{\underline{Y}_{ij}}{\underline{Y}_{ii}} \underline{U}_{j(l)} \tag{1.92}$$

Dzięki takiemu rozbiciu składników dla węzłów o numerach $j > i$ wykorzystuje się wartości $\underline{U}_{j(l+1)}$ obliczone już w danej iteracji, a nie wartości $\underline{U}_{j(l)}$ z poprzedniej iteracji. Przyspiesza to obliczenia. Algorytm obliczeń oparty na formule iteracyjnej (1.92) jest następujący. Obliczenia zaczyna się od wczytania danych oraz przyjęcia punktu startowego. Jeśli w danych nie ma wartości startowych, to dla węzłów odbiorczych przyjmuje się wartości znamionowe napięć i zerowe wartości ich argumentów. Kolejno dla węzłów, korzystając z (1.92), oblicza się zespolone wartości napięć i na ich podstawie odpowiednio moduły i argumenty. Wartości te przyjmuje się jako nowe przybliżenia dla węzłów odbiorczych, a dla węzłów wytwórczych modyfikuje się tylko argumenty napięć. Po określeniu nowych wartości napięć oblicza się moce bierne węzłów wytwórczych. Jeśli nie ma przekroczenia

mocy biernej węzła wytwórczego, to akceptuje się ostatnio obliczone wartości napięcia. Następnie za pomocą nierówności (1.89) sprawdza się spełnienie zadanej dokładności. Jeśli nierówność nie jest spełniona, to wraca się do wykonania kolejnej iteracji. Jeśli nierówność jest spełniona, to oblicza się prądy i moce we wszystkich (lub zadanych) gałęziach sieci oraz starty mocy czynnej i biernej.

Zaletą metody Gaussa-Seidela jest jej prostota. Wadą natomiast jest powolna zbieżność w otoczeniu rozwiązania. Błędy $\left|\boldsymbol{x}_{l+1}-\boldsymbol{x}_{l}\right|$ szybko maleją z każdym krokiem na początku, gdy przybliżenie jest odległe od rozwiązania. Gdy przybliżenia zbliżają się do rozwiązania, na poprawę dokładności jest wymagana coraz większa liczba iteracji.

Metoda Newtona

W metodzie Newtona zakłada się, że $\boldsymbol{x}_{l+1}$ jest rozwiązaniem równania $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{0}$, a $\boldsymbol{x}_{l}$ jest jego przybliżeniem. Korzystając z rozwinięcia funkcji w szereg Taylora poszukuje się takiego $\Delta\boldsymbol{x}_{(l+1)}=(\boldsymbol{x}_{l+1}-\boldsymbol{x}_{l})$, przy którym

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}_{(l)})+\left(\frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial \boldsymbol{x}}\right)_{l}\Delta\boldsymbol{x}_{(l+1)}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^{2}\boldsymbol{F}}{\partial \boldsymbol{x}^{2}}\right)_{l}\Delta\boldsymbol{x}_{(l+1)}^{2}+\ldots=\boldsymbol{0} \tag{1.93}$$

Po pominięciu wyrazów wyższego rzędu otrzymuje się

$$\left(\frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial \boldsymbol{x}}\right)_{l}\Delta\boldsymbol{x}_{(l+1)}=-\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}_{(l)}) \quad \text{lub} \quad \Delta\boldsymbol{x}_{(l+1)}=-\left(\frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial \boldsymbol{x}}\right)_{l}^{-1}\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}_{(l)}) \tag{1.94}$$

Stąd

$$\boldsymbol{x}_{l+1}=\boldsymbol{x}_{l}+\Delta\boldsymbol{x}_{(l+1)} \quad \text{lub} \quad \boldsymbol{x}_{(l+1)}=\boldsymbol{x}_{l}-\left(\frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial \boldsymbol{x}}\right)_{l}^{-1}\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}_{(l)}) \tag{1.95}$$

gdzie $[\partial\boldsymbol{F}/\partial\boldsymbol{x}]$ jest macierzą Jacobiego (macierz pochodnych cząstkowych). Jak widać, w danym kroku do obliczenia nowego przybliżenia trzeba rozwiązać równanie liniowe (1.94). W przypadku gdy liczba równań jest bardzo duża (jak w rzeczywistych SEE), równań tych nie rozwiązuje się przez jawne obliczenie inwersji macierzy Jacobiego, lecz za pomocą jej faktoryzacji i podstawień wstępnych i wstecznych [86].

W przypadku SEE metodą Newtona rozwiązuje się równania (1.70), (1.71) lub (1.72), (1.73) przy założeniu, że (zgodnie z tabl. 1.4) dla węzłów odbiorczych są zadane zarówno moc czynna, jak i moc bierna, a dla węzłów wytwórczych tylko moc czynna. Przy takim podziale węzłów równanie przyrostowe (1.78) może być zapisane w następujący sposób:

$$\begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{P}_{\mathrm{L}} \\ \hline \Delta \boldsymbol{P}_{\mathrm{G}} \\ \hline \Delta \boldsymbol{Q}_{\mathrm{L}} \\ \hline \Delta \boldsymbol{Q}_{\mathrm{G}} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c|c|c} \boldsymbol{H}_{\mathrm{LL}} & \boldsymbol{H}_{\mathrm{LG}} & \boldsymbol{M}_{\mathrm{LL}} & \boldsymbol{M}_{\mathrm{LG}} \\ \hline \boldsymbol{H}_{\mathrm{GL}} & \boldsymbol{H}_{\mathrm{GG}} & \boldsymbol{M}_{\mathrm{GL}} & \boldsymbol{M}_{\mathrm{GG}} \\ \hline \boldsymbol{N}_{\mathrm{LL}} & \boldsymbol{N}_{\mathrm{LG}} & \boldsymbol{K}_{\mathrm{LL}} & \boldsymbol{K}_{\mathrm{LG}} \\ \hline \boldsymbol{N}_{\mathrm{GL}} & \boldsymbol{N}_{\mathrm{GG}} & \boldsymbol{K}_{\mathrm{GL}} & \boldsymbol{K}_{\mathrm{GG}} \end{array}\right] \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\delta}_{\mathrm{L}} \\ \hline \Delta \boldsymbol{\delta}_{\mathrm{G}} \\ \hline \Delta \boldsymbol{U}_{\mathrm{L}} \\ \hline \Delta \boldsymbol{U}_{\mathrm{G}} \end{bmatrix} \tag{1.96}$$

gdzie: $\Delta \boldsymbol{P}$, $\Delta \boldsymbol{Q}$ – wektory zmian mocy węzłowych (czynnej i biernej) wszystkich węzłów; $\Delta \boldsymbol{U}$, $\Delta \boldsymbol{\delta}$ – wektory zmian napięć węzłowych i ich argumentów; $\boldsymbol{H}$, $\boldsymbol{M}$, $\boldsymbol{N}$, $\boldsymbol{K}$ – macierze pochodnych cząstkowych obliczonych zgodnie z wzorami (1.79). Dla węzłów wytwórczych wartości napięć są zadane i w związku z tym $\Delta \boldsymbol{U}_{\mathrm{G}} = \boldsymbol{0}$. Pozwala to zredukować równanie (1.96) do postaci

$$\begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{P}_{\mathrm{L}(l)} \\ \Delta \boldsymbol{P}_{\mathrm{G}(l)} \\ \Delta \boldsymbol{Q}_{\mathrm{L}(l)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_{\mathrm{LL}} & \boldsymbol{H}_{\mathrm{LG}} & \boldsymbol{M}_{\mathrm{LL}} \\ \boldsymbol{H}_{\mathrm{GL}} & \boldsymbol{H}_{\mathrm{GG}} & \boldsymbol{M}_{\mathrm{GL}} \\ \boldsymbol{N}_{\mathrm{LL}} & \boldsymbol{N}_{\mathrm{LG}} & \boldsymbol{K}_{\mathrm{LL}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\delta}_{\mathrm{L}(l+1)} \\ \Delta \boldsymbol{\delta}_{\mathrm{G}(l+1)} \\ \Delta \boldsymbol{U}_{\mathrm{L}(l+1)} \end{bmatrix} \tag{1.97}$$

gdzie indeksy (l) oraz $(l+1)$ zostały dodane dla uzyskania formuły iteracyjnej. Wykorzystanie tej formuły jest następujące. Dla danych wartości $\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{L}(l)}$, $\boldsymbol{\delta}_{\mathrm{G}(l)}$, $\boldsymbol{U}_{\mathrm{L}(l)}$ oblicza się moce węzłowe $\boldsymbol{P}_{\mathrm{L}(l)}$, $\boldsymbol{P}_{\mathrm{G}(l)}$, $\boldsymbol{Q}_{\mathrm{L}(l)}$ oraz niezbilansowania $\Delta \boldsymbol{P}_{\mathrm{L}(l)}$, $\Delta \boldsymbol{P}_{\mathrm{G}(l)}$, $\Delta \boldsymbol{Q}_{\mathrm{L}(l)}$ w stosunku do zadanych wartości mocy. Następnie rozwiązuje się równanie (1.97) otrzymując wymagane korekty argumentów i modułów napięć $\Delta \boldsymbol{\delta}_{\mathrm{L}(l+1)}$, $\Delta \boldsymbol{\delta}_{\mathrm{G}(l+1)}$, $\Delta \boldsymbol{U}_{\mathrm{L}(l+1)}$.

W metodzie Newtona macierz Jacobiego jest modyfikowana w każdym kroku, tj. wartości jej elementów są obliczane dla każdej iteracji. Istnieje kilka wariantów uproszczonych wersji tej metody. Najbardziej rozpowszechniona jest metoda Newtona-Raphsona, w której macierz Jacobiego jest obliczana raz na początku procesu iteracyjnego lub jest modyfikowana co kilka kroków. Stosowana jest też metoda rozłączna, w której równanie (1.97) zastępuje się dwoma równaniami postaci

$$\begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{P}_{\mathrm{L}(l)} \\ \Delta \boldsymbol{P}_{\mathrm{G}(l)} \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_{\mathrm{LL}} & \boldsymbol{H}_{\mathrm{LG}} \\ \boldsymbol{H}_{\mathrm{GL}} & \boldsymbol{H}_{\mathrm{GG}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\delta}_{\mathrm{L}(l+1)} \\ \Delta \boldsymbol{\delta}_{\mathrm{G}(l+1)} \end{bmatrix} \quad \text{oraz} \quad [\Delta \boldsymbol{Q}_{\mathrm{L}(l)}] = [\boldsymbol{K}_{\mathrm{LL}}]\,[\Delta \boldsymbol{U}_{\mathrm{L}(l+1)}] \tag{1.98}$$

Zastosowanie metody rozłącznej jest uzasadnione faktem, że na moc czynną największy wpływ mają argumenty napięć, a na moc bierną moduły napięć. Szczegółowy opis wariantów metody Newtona w zastosowaniu do równań sieci SEE można znaleźć w [71].

2

Stabilność kątowa układu generator–sieć sztywna

W uproszczonych rozważaniach, gdy moc danego zespołu wytwórczego jest dużo mniejsza od mocy pozostałych generatorów, można uznać, że zmiany mocy tego generatora nie powodują zmian napięcia wewnątrz sieci przesyłowej. Przy tym założeniu SEE można zastąpić źródłem napięcia $\underline{U}_s$ o stałej wartości zarówno co do modułu, jak i fazy oraz reaktancją zastępczą systemu X_s. Reaktancję tę oblicza się z wzoru

$$S_K'' = U_n^2 / X_s \quad \text{oraz} \quad X_s = U_n^2 / S_K'' \tag{2.1}$$

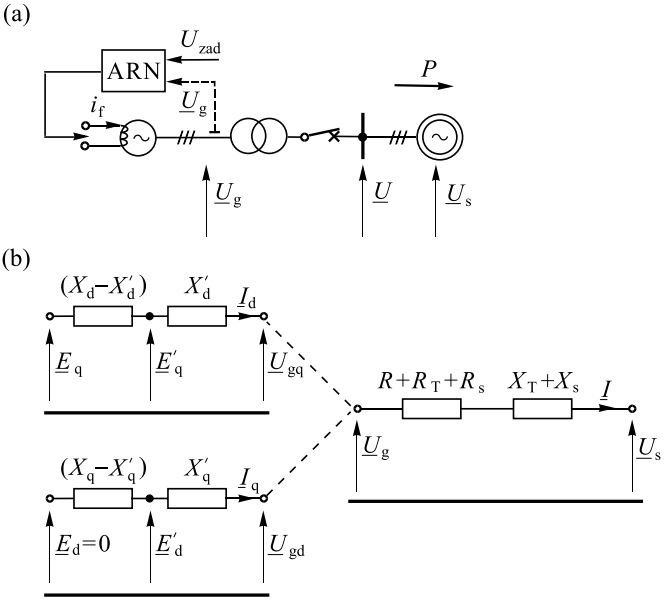
gdzie: S_K'' – moc zwarciowa dostarczana przez SEE z pominięciem udziału danego generatora, U_n – napięcie znamionowe (międzyfazowe) sieci. Takie źródło zastępujące SEE nazywa się *siecią sztywną* (ang. *infinite bus*).

2.1. Charakterystyka mocy w stanie ustalonym

Do dalszych rozważań przyjmuje się układ generator–sieć sztywna jak na rys. 2.1. W układzie tym blok generator–transformator (lewa strona rys. 2.1a) pracuje na SEE (prawa strona rys. 2.1a), który jest zastąpiony siecią sztywną o napięciu $\underline{U}_s$ za reaktancją X_s. W stanie ustalonym generator jest zastąpiony siłami elektromotorycznymi $\underline{E}_q \neq 0$ oraz $\underline{E}_d = 0$ za reaktancjami odpowiednio X_d oraz X_q, a w stanie przejściowym siłami elektromotorycznymi $\underline{E}'_q$ oraz $\underline{E}'_d$ za reaktancjami odpowiednio X'_d oraz X'_q.

Wykres fazorowy i charakterystykę mocy układu z rys. 2.1 dla stanu ustalonego pokazano na rys. 2.2. Przy konstruowania tego wykresu do impedancji generatora jest dodana impedancja transformatora blokowego oraz impedancja zastępcza SEE, czyli:

$$r = R + R_T + R_s; \qquad x_d = X_d + X_T + X_s; \qquad x_q = X_q + X_T + X_s \tag{2.2}$$



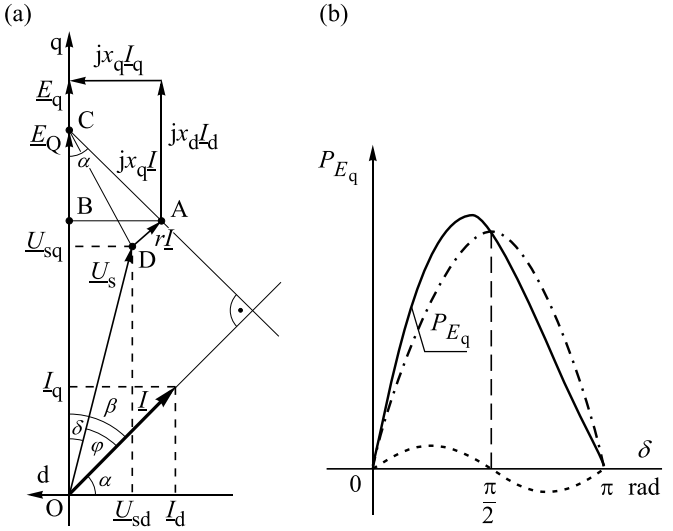
Rys. 2.1. Układ generator–sieć sztywna wg [79]: (a) schemat ideowy, (b) schematy zastępcze z uwzględnieniem asymetrii wirnika

Przy złożeniu, że jest zadane napięcie sieci sztywnej oraz moc do niej dopływająca, wykres fazorowy konstruuje się w następujący sposób:

1. Rysuje się fazor napięcia $\underline{U}_s$ oraz fazor prądu $\underline{I}$ przesunięty o kąt φ zgodnie z zadanym obciążeniem.
2. Oblicza się $\underline{E}_Q = \underline{U}_s + \underline{I}r + \mathrm{j}x_q\underline{I}$, co wyznacza fikcyjną siłę elektromotoryczną oraz punkt C, przez który przechodzi oś q (dowód niżej).
3. Z twierdzenia Pitagorasa dla trójkąta ACD oblicza się długość boku DC.
4. Z twierdzenia kosinusów zachodzi: $|\mathrm{DC}|^2 = |\mathrm{OC}|^2 + |\mathrm{OD}|^2 - 2|\mathrm{OC}|\cdot|\mathrm{OD}|\cdot\cos\delta$. Stąd oblicza się kąt δ między fazorem napięcia sieci sztywnej a osią q.
5. Oblicza się kąt $\beta = \delta + \varphi$.
6. Oblicza się składowe prądu $\underline{I}_d = \underline{I}\sin\beta$ oraz $\underline{I}_q = \underline{I}\cos\beta$.
7. Oblicza się siłę elektromotoryczną generatora $\underline{E}_q = \underline{U}_s + \underline{I}r + \mathrm{j}x_d\underline{I}_d + \mathrm{j}x_q\underline{I}_q$.

Dowód na to, że punkt C wyznaczony przez wyżej obliczone $\underline{E}_Q$ leży na osi q jest następujący. Odcinek AB ma długość X_qI_q odpowiadającą stracie napięcia na reaktancji X_q. Z trójkąta ABC można obliczyć

$$|\mathrm{AC}| = \frac{|\mathrm{AB}|}{\sin\alpha} = \frac{X_qI_q}{\sin\alpha} = X_q\frac{I_q}{\sin\alpha} = X_qI$$



Rys. 2.2. Wykres fazorowy i kątowa charakterystyka mocy układu generator–sieć sztywna dla stanu ustalonego wg [79]: (a) wykres fazorowy, (b) kątowa charakterystyka mocy

Oznacza to, że odcinek AC (prostopadły do prądu) ma długość $X_q I$. Fakt ten jest podstawą metody wykreślania wykresu fazorowego i znajdywania rozkładu prądu oraz napięć na osie prostokątne d, q. Fikcyjną sem odpowiadającą odcinkowi OC oznacza się zwyczajowo przez E_Q.

Warto zwrócić uwagę, że $\left|\underline{E}_q\right| - \left|\underline{E}_Q\right| = (x_d - x_q)I_d$. W przypadku generatorów z biegunami utajonymi (turbogeneratory) zachodzi $x_d = x_q$, czyli $\underline{E}_q = \underline{E}_Q$. W przypadku generatorów z biegunami wydatnymi (hydrogeneratory) zachodzi $x_d \neq x_q$, czyli $\underline{E}_q \neq \underline{E}_Q$.

Dla wygody dalsze rozważania są przeprowadzone dla wartości rzeczywistych odpowiadających długości poszczególnych fazorów. Dla prądu i jego składowych oraz napięcia i jego składowych można napisać następujące zależności:

$$I_d = -I\sin\beta \quad \text{oraz} \quad I_q = I\cos\beta \tag{2.3}$$

$$U_{sd} = -U_s\sin\delta \quad \text{oraz} \quad U_{sq} = U_s\cos\delta \tag{2.4}$$

Na podstawie sumowania odpowiednich odcinków na wykresie fazorowym (rys. 2.2) można napisać następujące równanie:

$$\begin{bmatrix} -U_{sd} \\ E_q - U_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r & x_q \\ -x_d & r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

Stąd po obliczeniu inwersji macierzy otrzymuje się

$$\begin{bmatrix} I_{\mathrm{d}} \\ I_{\mathrm{q}} \end{bmatrix} = \frac{1}{z^2} \begin{bmatrix} r & -x_{\mathrm{q}} \\ +x_{\mathrm{d}} & r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -U_{\mathrm{sd}} \\ E_{\mathrm{q}} - U_{\mathrm{sq}} \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

gdzie $z^2 = r^2 + x_{\mathrm{d}} x_{\mathrm{q}}$.

Przy zadanej wartości siły elektromotorycznej generatora moc czynna dopływająca do sieci sztywnej jest wyrażona wzorem $P = U_{\mathrm{s}} I \cos\varphi$. Biorąc pod uwagę powyższe zależności (2.3) oraz $\beta = \delta + \varphi$, wzór na moc czynną można przekształcić w następujący sposób:

$$\begin{aligned} P &= U_{\mathrm{s}} I \cos\varphi = U_{\mathrm{s}} I \cos(\beta - \delta) = U_{\mathrm{s}} I \cos\beta \cos\delta + U_{\mathrm{s}} I \sin\beta \sin\delta \\ &= -U_{\mathrm{s}} I_{\mathrm{d}} \sin\delta + U_{\mathrm{s}} I_{\mathrm{q}} \cos\delta \end{aligned}$$

Stąd, biorąc pod uwagę (2.4), otrzymuje się

$$P = U_{\mathrm{sd}} I_{\mathrm{d}} + U_{\mathrm{sq}} I_{\mathrm{q}} \tag{2.7}$$

Podstawiając tu zależności wynikające z (2.6), można napisać

$$\begin{aligned} P &= U_{\mathrm{sd}} I_{\mathrm{d}} + U_{\mathrm{sq}} I_{\mathrm{q}} \\ &= \frac{1}{z^2} \left\{ U_{\mathrm{sd}} \left[-r U_{\mathrm{sd}} - x_{\mathrm{q}} \left(E_{\mathrm{q}} - U_{\mathrm{sq}} \right) \right] + U_{\mathrm{sq}} \left[-x_{\mathrm{d}} U_{\mathrm{sd}} + r \left(E_{\mathrm{q}} - U_{\mathrm{sq}} \right) \right] \right\} \end{aligned} \tag{2.8}$$

Po podstawieniu zależności (2.4) i odpowiednim uporządkowaniu z równania tego otrzymuje się

$$P = \frac{E_{\mathrm{q}} U_{\mathrm{s}}}{z} \frac{x_{\mathrm{q}}}{z} \sin\delta + \frac{1}{2} \frac{U_{\mathrm{s}}^2}{z} \frac{x_{\mathrm{d}} - x_{\mathrm{q}}}{z} \sin 2\delta + \frac{E_{\mathrm{q}} U_{\mathrm{s}}}{z} \frac{r}{z} \cos\delta - \frac{U_{\mathrm{s}}^2}{z} \frac{r}{\mathrm{z}} \tag{2.9}$$

Przy pominięciu rezystancji (założenie $r \cong 0$) otrzymuje się $z^2 = r^2 + x_{\mathrm{d}} x_{\mathrm{q}} = x_{\mathrm{d}} x_{\mathrm{q}}$. Wzór (2.9) upraszcza się wtedy do następującej postaci:

$$P = \frac{E_{\mathrm{q}} U_{\mathrm{s}}}{x_{\mathrm{d}}} \sin\delta + \frac{U_{\mathrm{s}}^2}{2} \frac{x_{\mathrm{d}} - x_{\mathrm{q}}}{x_{\mathrm{d}} x_{\mathrm{q}}} \sin 2\delta \tag{2.10}$$

Warto zauważyć, że drugi składnik wzoru (2.9) lub (2.10) pojawia się tylko w przypadku, gdy $x_{\mathrm{q}} \neq x_{\mathrm{d}}$, tj. dla generatorów z biegunami wydatnymi. Moc odpowiadającą temu składnikowi nazywa się *mocą reluktancyjną*. O wartości mocy reluktancyjnej decyduje asymetria magnetyczna generatora $X_{\mathrm{q}} \neq X_{\mathrm{d}}$ oraz impedancja układu przesyłowego.

Przy dużych wartościach impedancji sieci sztywnej oraz transformatora blokowego wyrażenie

$$\frac{x_{\mathrm{d}}-x_{\mathrm{q}}}{x_{\mathrm{d}}x_{\mathrm{q}}}=\frac{(X_{\mathrm{d}}+X_{\mathrm{T}}+X_{\mathrm{s}})-(X_{\mathrm{q}}+X_{\mathrm{T}}+X_{\mathrm{s}})}{(X_{\mathrm{d}}+X_{\mathrm{T}}+X_{\mathrm{s}})(X_{\mathrm{q}}+X_{\mathrm{T}}+X_{\mathrm{s}})}$$
$$=\frac{X_{\mathrm{d}}-X_{\mathrm{q}}}{(X_{\mathrm{d}}+X_{\mathrm{T}}+X_{\mathrm{s}})(X_{\mathrm{q}}+X_{\mathrm{T}}+X_{\mathrm{s}})} \tag{2.11}$$

przyjmuje małą wartość i drugi składnik we wzorach (2.9) (2.10) odpowiadający mocy reluktancyjnej ma bardzo małą amplitudę i może być pominięty.

W przypadku turbogeneratorów zachodzi $X_{\mathrm{q}}=X_{\mathrm{d}}$. W takim przypadku moc reluktancyjna nie występuje, a wzór (2.9) przyjmuje postać

$$P=\frac{E_{\mathrm{q}}U_{\mathrm{s}}}{z}\frac{x_{\mathrm{q}}}{z}\sin\delta+\frac{E_{\mathrm{q}}U_{\mathrm{s}}}{z}\frac{r}{z}\cos\delta-\frac{U_{\mathrm{s}}^2}{z}\frac{r}{\mathrm{z}} \tag{2.12}$$

Wprowadzając oznaczenia

$$\frac{r}{z}=\sin\mu \quad \text{oraz} \quad \frac{x_{\mathrm{q}}}{z}=\cos\mu \tag{2.13}$$

można przekształcić wzór (2.12) do następującej postaci:

$$P=\frac{E_{\mathrm{q}}U_{\mathrm{s}}}{z}\sin(\delta+\mu)-\frac{U_{\mathrm{s}}^2}{z}\sin\mu \tag{2.14}$$

Przy pominięciu rezystancji dla $r\cong 0$ oraz $\mu\cong 0$ wzory (2.12) oraz (2.14) sprowadzają się do dość prostego wzoru

$$P=\frac{E_{\mathrm{q}}U_{\mathrm{s}}}{x_{\mathrm{d}}}\sin\delta \tag{2.15}$$

Wzór ten ma identyczną postać jak wzór (1.64) wyprowadzony w p. 1.4.3 dla dowolnego elementu reaktancyjnego.

Ponieważ moc przesyłana do systemu zależy od δ kąta położenia wirnika generatora względem napięcia sieci sztywnej, kąt ten jest nazywany *kątem obciążenia* układu generator–sieć sztywna. Zależności $P=P(\delta)$ dane wzorami (2.9), (2.10), (2.12), (2.14), (2.15) są nazywane *kątowymi charakterystykami mocy*.

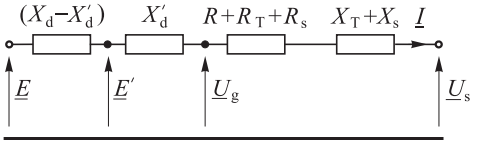
Kątową charakterystykę mocy z małą mocą reluktancyjną na rys. 2.2b narysowano linią ciągłą, a jej składniki zależne od $\sin 2\delta$ oraz $\sin\delta$ linią przerywaną i przerywaną kropkową. Jak widać, moc reluktancyjna powoduje, że maksimum kątowej charakterystyki mocy wypada dla kąta obciążenia mniejszego od $\pi/2$.

Przy pominięciu lub braku mocy reluktancyjnej kątowa charakterystyka mocy jest sinusoidą i osiąga maksimum dokładnie dla $\pi/2$.

W dalszej części kątowa charakterystyka mocy w stanie ustalonym (synchronicznym) generatora przy E_q = const będzie oznaczana dodaniem indeksu E_q, czyli

$$P_{E_q} = P(\delta)\big|_{E_q=\text{const}} \tag{2.16}$$

W stanie nieustalonym generatora synchroniczna siła elektromotoryczna generatora nie jest stała w czasie. Do badania stanów nieustalonych musi być użyta kątowa charakterystyka mocy dla stanu przejściowego omówiona w p. 2.3.2.



Rys. 2.3. Schemat zastępczy układu generator–sieć sztywna dla stanu ustalonego przy pominięciu asymetrii magnetycznej wirnika

Przy założeniu $X_q = X_d$ zamiast dwóch schematów zastępczych generatora (rys. 2.1b) dla składowych d, q można zastosować jeden schemat wspólny jak na rys. 2.3. W schemacie tym płynie prąd $\underline{I}$ taki sam jak w impedancji zastępczej transformatora i reaktancji zastępczej SEE. Wynika to następującego wzoru:

$$\underline{E}_q = \underline{U}_s + \underline{I}r + \mathrm{j}x_d\underline{I}_d + \mathrm{j}x_q\underline{I}_q = \underline{U}_s + \underline{I}r + \mathrm{j}x_d(\underline{I}_d + \underline{I}_q) = \underline{U}_s + \underline{I}r + \mathrm{j}x_d\underline{I} \tag{2.17}$$

gdyż fazorowo $\underline{I} = \underline{I}_d + \underline{I}_q$

2.2. Stan równowagi

Ruch wirnika generatora względem osi wirującej synchronicznie jest opisany równaniem różniczkowym (1.29) szczegółowo omówionym w p. 1.3.4. Dla ułatwienia dalszych rozważań równanie to można przepisać w następujący sposób:

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}t} &= \Delta\omega \\ M\frac{\mathrm{d}\Delta\omega}{\mathrm{d}t} &= P_m - P(\delta) - D\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}t} \end{aligned} \tag{2.18}$$

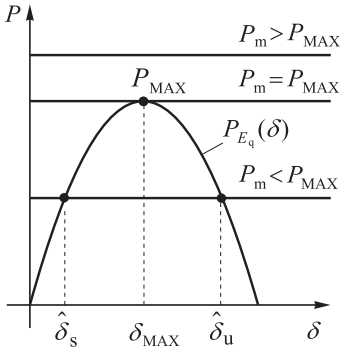
gdzie $P(\delta) = P_{E_q}$ jest mocą elektryczną odpowiadającą kątowej charakterystyce mocy (rys. 2.2b) rozważanego układu generator–sieć sztywna (rys. 2.1). W ozna-

czeniu $P(\delta)$ w nawiasie celowo wpisano kąt obciążenia dla podkreślenia faktu, że moc jest funkcją kąta. Jest to funkcja nieliniowa i równanie (2.18) jest nieliniowe.

Układ opisany równaniami (2.18) znajduje się w stanie równowagi, gdy dany generator pracuje synchronicznie z napięciem sieci sztywnej, to jest wtedy, gdy

$$\Delta\omega = (\omega - \omega_{\mathrm{s}}) = \frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}t} = 0 \quad \text{oraz} \quad \varepsilon = \frac{\mathrm{d}\Delta\omega}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}t^2} = 0 \tag{2.19}$$

Z równania (2.19) wynika, że stan równowagi spełniający równania (2.18) jest możliwy tylko wtedy, gdy $P(\delta) = P_{\mathrm{T}}$, tzn. gdy moc czynna generatora (hamująca wirnik) i moc turbiny (napędzająca wirnik) równoważą się.



Rys. 2.4. Punkty równowagi $\hat{\delta}_{\mathrm{s}}$, $\hat{\delta}_{\mathrm{u}}$ oraz punkt graniczny δ_{MAX} układu generator–sieć sztywna

Kątowa charakterystyka mocy $P(\delta) = P_{E_{\mathrm{q}}}$ ma kształt funkcji sinus i dana wartość mocy może wystąpić przy dwóch wartościach kąta. Ilustruje to rys. 2.4. Ogólnie przy danej wartości mocy turbiny P_{m} mogą wystąpić następujące przypadki:

1) dla $P_{\mathrm{m}} < P_{\mathrm{MAX}}$ są dwa punkty równowagi $\hat{\delta}_{\mathrm{s}}$, $\hat{\delta}_{\mathrm{u}}$,
2) dla $P_{\mathrm{m}} = P_{\mathrm{MAX}}$ jest jeden punkt równowagi $\hat{\delta}_{\mathrm{u}} = \delta_{\mathrm{MAX}}$,
3) dla $P_{\mathrm{m}} > P_{\mathrm{MAX}}$ nie ma żadnego punktu równowagi.

Symbolem P_{MAX} oznaczono moc maksymalną odpowiadającą amplitudzie kątowej charakterystyki mocy $P(\delta) = P_{E_{\mathrm{q}}}$ stanu ustalonego. Kąt δ, przy którym $P(\delta) = P_{\mathrm{MAX}}$ oznaczono δ_{MAX}. Jak wynika z rys. 2.2b, w przypadku $x_{\mathrm{d}} \neq x_{\mathrm{q}}$ zachodzi $\delta_{\mathrm{MAX}} < \pi/2$. Natomiast w przypadku $x_{\mathrm{q}} = x_{\mathrm{d}}$ znika moc reluktancyjna i wtedy $\delta_{\mathrm{MAX}} = \pi/2$.

W przypadku $x_{\mathrm{q}} = x_{\mathrm{d}}$ moc maksymalną można obliczyć, podstawiając do wzoru (2.15) wartość $\delta = \pi/2$. Otrzymuje się

$$P_{\mathrm{MAX}} = \frac{E_{\mathrm{q}} U_{\mathrm{s}}}{x_{\mathrm{d}}} \tag{2.20}$$

Z wzoru tego wynika, że moc maksymalna zależy od następujących czynników:
1) siły elektromotorycznej E_q generatora w stanie ustalonym,
2) napięcia sieci sztywnej U_s,
3) reaktancji x_d układu generator–sieć sztywna, będącej, zgodnie z wzorem (2.2), sumą reaktancji synchronicznej generatora, reaktancji transformatora blokowego oraz reaktancji zastępczej SEE.

Wartość siły elektromotorycznej E_q generatora zależy od obciążenia generatora mocą bierną, a w szczególności $\sin\varphi$. Im większa jest moc bierna generatora, tym większa jest siła elektromotoryczna E_q i tym większa jest amplituda kątowej charakterystyki mocy. W przypadku obciążenia generatora mocą bierną pojemnościową moc bierna generatora oraz $\sin\varphi$ mają znak ujemny i siła elektromotoryczna E_q przyjmuje małą wartość. Tym samym moc maksymalna P_{MAX} ma małą wartość.

Napięcie sieci sztywnej U_s nie ulega dużym zmianom i jest zwykle bliskie wartości znamionowej napięcia sieci.

Na wartość reaktancji $x_d = X_d + X_T + X_s$ w dużym stopniu wpływa reaktancja synchroniczna generatora, która jest bardzo duża w porównaniu do reaktancji transformatora blokowego. Istotny wpływ ma również reaktancja zastępcza sieci przesyłowej łączącej dany generator z SEE. Dla elektrowni o słabych powiązaniach sieciowych z SEE moc maksymalna jest mała.

Dla mocy turbiny większych od mocy maksymalnej $P_m > P_{MAX}$ nie ma żadnego punktu równowagi, gdyż zachodzi $P_m > P(\delta)$. Zgodnie z równaniem ruchu wirnika generatora (2.18) istnieje wtedy dodatnie przyspieszenie

$$\varepsilon = \frac{\mathrm{d}\Delta\omega}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}t^2} > 0 \tag{2.21}$$

powodujące, że wirnik generatora obraca się asynchronicznie względem napięcia sieci sztywnej.

Poniżej zostanie wykazane, że punkt równowagi $\hat{\delta}_s$ jest punktem stabilnym lokalnie, a punkt $\hat{\delta}_u$ jest punktem niestabilnym lokalnie.

2.3. Stabilność kątowa lokalna

Dany punkt równowagi jest *stabilny lokalnie*, jeśli po wystąpieniu małego zakłócenia układ ma tendencję powrotu do punktu równowagi. Dany punkt równowagi jest *niestabilny lokalnie*, jeśli po wystąpieniu małego zakłócenia układ nie ma tendencji powrotu do punktu równowagi. *Małymi kołysaniami* nazywa się niewielkie zmiany kąta położenia wirnika generatora przy prędkościach bliskich prędkości synchronicznej. Poniżej są omawiane *kołysania swobodne* wymuszone zakłóceniem w postaci niezerowych warunków początkowych.

2.3.1. Metoda małych zakłóceń

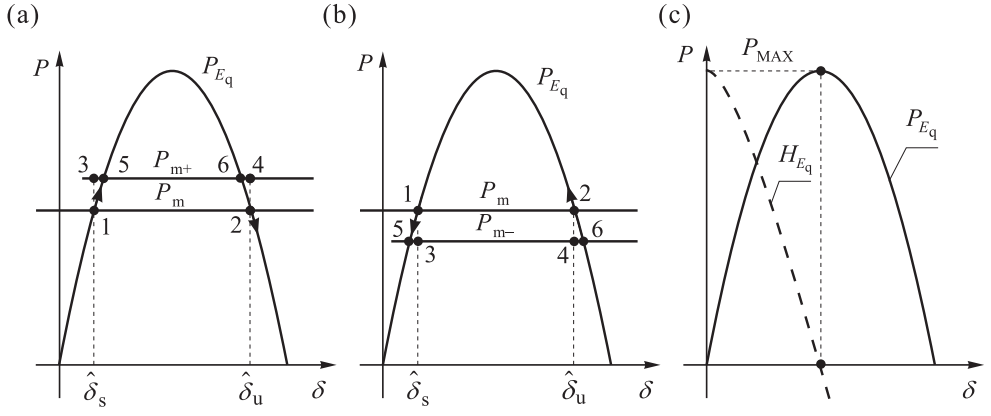
Poniżej warunek stabilności lokalnej układu generator–sieć sztywna zostanie wyjaśniony za pomocą metody małych zakłóceń. Matematyczna analiza jest zamieszczona w p. 2.3.5.

W przypadku omawianego układu generator sieć–sztywna małym zakłóceniem może być mała zmiana kąta lub mała zmiana mocy. Zachowanie się układu pod wpływem małej zmiany mocy mechanicznej ilustruje rys. 2.5.

Rys. 2.5a dotyczy wpływu zwiększenia mocy mechanicznej z wartości P_{m} do wartości $P_{\mathrm{m+}}$. Nowymi punktami równowagi są punkty 5 oraz 6. W otoczeniu punktu równowagi 1 sytuacja jest następująca. W pierwszej chwili po zmianie mocy mechanicznej wskutek bezwładności wirnika (współczynnik *M* w równaniu ruchu) kąt położenia wirnika nie ulega zmianie i moc elektryczna odpowiada wartości w punkcie 1. Między nową mocą mechaniczną a mocą elektryczną powstaje różnica odpowiadająca odcinkowi 3-1. Zgodnie z równaniem ruchu wirnika (2.18) różnica ta wywołuje przyspieszenie wyrażone wzorem

$$\varepsilon = \frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}t^2} = \frac{P_{m+} - P(\hat{\delta}_{\mathrm{s}})}{M} > 0$$

Przyspieszenie to jest dodatnie i wywołuje ruch wirnika w kierunku zwiększenia kąta δ, czyli ruch w kierunku nowego punktu równowagi 5.



Rys. 2.5. Wpływ zmian mocy mechanicznej w otoczeniu punktów równowagi: (a) zwiększenie mocy, (b) zmniejszenie mocy, (c) moc synchroniczna i moc synchronizująca

W otoczeniu punktu równowagi 2 sytuacja jest odmienna. W pierwszej chwili po zmianie mocy mechanicznej wskutek bezwładności wirnika kąt położenia wirnika również nie ulega zmianie i moc elektryczna odpowiada wartości w punkcie 2.

Między nową mocą mechaniczną a mocą elektryczną powstaje różnica odpowiadająca odcinkowi 4-2. Zgodnie z równaniem ruchu wirnika (2.18) różnica ta wywołuje przyspieszenie wyrażone wzorem

$$\varepsilon = \frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}t^2} = \frac{P_{m+} - P(\hat{\delta}_\mathrm{u})}{M} > 0$$

Przyspieszenie to jest dodatnie i wywołuje ruch wirnika w kierunku zwiększenia kąta δ, czyli ruch w kierunku przeciwnym niż do nowego punktu równowagi 5.

Rys. 2.5b dotyczy wpływu zmniejszenia mocy mechanicznej z wartości P_m do wartości $P_{\mathrm{m}-}$. Nowymi punktami równowagi są punkty 5 oraz 6. W otoczeniu punktu równowagi 1 sytuacja jest tu następująca. W pierwszej chwili po zmianie mocy mechanicznej powstaje różnica mocy odpowiadająca odcinkowi 3-1 wywołująca przyspieszenie

$$\varepsilon = \frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}t^2} = \frac{P_{\mathrm{m}-} - P(\hat{\delta}_\mathrm{s})}{M} < 0$$

Przyspieszenie to jest ujemne i wywołuje ruch wirnika w kierunku zmniejszenia kąta δ, czyli ruch w kierunku nowego punktu równowagi 5.

W otoczeniu punktu równowagi 2 sytuacja jest odmienna. W pierwszej chwili po wystąpieniu zmiany mocy mechanicznej powstaje różnica mocy odpowiadająca odcinkowi 4-2 wywołująca przyspieszenie

$$\varepsilon = \frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}t^2} = \frac{P_{m-} - P(\hat{\delta}_\mathrm{u})}{M} < 0$$

Przyspieszenie to jest ujemne i wywołuje ruch wirnika w kierunku zmniejszenia kąta δ, czyli ruch w kierunku przeciwnym niż do nowego punktu równowagi 6.

Z analizy tej wynika wniosek, że stabilnym punktem równowagi jest punkt $\hat{\delta}_\mathrm{s}$ leżący po lewej stronie charakterystyki $P(\delta) = P_{E_\mathrm{q}}$. Po lewej stronie charakterystyki układ ma tendencję powracania do punktu równowagi. Punkt $\hat{\delta}_\mathrm{u}$ leżący po prawej stronie charakterystyki $P(\delta) = P_{E_\mathrm{q}}$ jest punktem niestabilnym. Po prawej stronie charakterystyki układ nie ma tendencji powracania do punktu równowagi. Zmiana mocy powoduje tu odchodzenie układu od punktu równowagi. Po lewej stronie charakterystyki (gdzie punkty równowagi są stabilne) funkcja $P(\delta) = P_{E_\mathrm{q}}$ jest rosnąca i z tego względu warunek stabilności punktu równowagi może być zapisany w następujący sposób:

$$H_{E_\mathrm{q}} = \left.\frac{\partial P_{E_\mathrm{q}}}{\partial \delta}\right|_{\delta=\hat{\delta}_\mathrm{s}} > 0 \qquad (2.22)$$

Pochodna cząstkowa mocy synchronicznej generatora względem kąta położenia wirnika jest nazywana *mocą synchronizującą*. Jak wynika z wzoru (2.15), w przypadku pominięcia rezystancji oraz asymetrii wirnika moc synchronizująca jest kosinusoidą i jest dana wzorem

$$H_{E_\mathrm{q}} = \frac{\partial P_{E_\mathrm{q}}}{\partial \delta} = \frac{E_\mathrm{q} U_\mathrm{s}}{x_\mathrm{d}} \cos\ \delta \tag{2.23}$$

Zależność mocy synchronizującej od kąta położenia wirnika ilustruje rys. 2.5c.

W praktyce każdy układ podlega zakłóceniom i jest oczywiste, że może pracować tylko w stabilnym punkcie równowagi. Rozważany tu układ generator–sieć sztywna może pracować w dowolnym punkcie równowagi po lewej stronie charakterystyki $P(\delta) = P_{E_\mathrm{q}}$ przy mocy mniejszej od mocy maksymalnej P_MAX odpowiadającej amplitudzie kątowej charakterystyki mocy. Z tego względu moc ta jest nazywana także *mocą graniczną* (ang. *pull-out power*). W zakresie stabilnej części charakterystyki moc synchronizująca ma wartość maksymalną przy braku obciążenia ($\delta = 0$) i maleje do zera na granicy stabilności przy mocy maksymalnej. Obie te wielkości (moc obciążenia i moc synchronizująca) pozwalają na zdefiniowanie następujących dwóch *współczynników zapasu stabilności lokalnej naturalnej*:

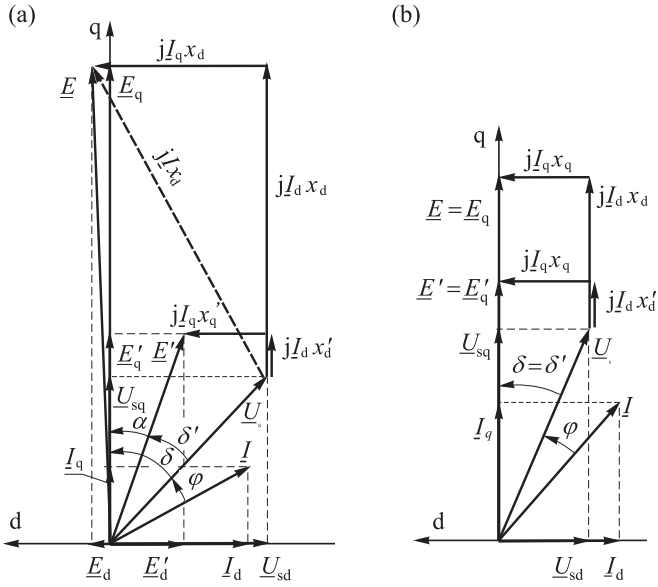
$$k_\mathrm{P} = \frac{P_\mathrm{MAX} - P_\mathrm{m}}{P_\mathrm{MAX}}; \qquad k_\Delta = \frac{H_{E_\mathrm{q}}(\delta)}{H_{E_\mathrm{q}}(0)} \tag{2.24}$$

Słowo „naturalnej" jest tu dodane z tego powodu, że w powyższych rozważaniach i warunku stabilności (2.22) pominięto wpływ oddziaływania na siłę elektromotoryczną generatora automatycznego regulatora napięcia, czyli badano naturalne zachowanie się generatora bez układów regulacyjnych. Możliwości uogólnienia i stosowania tych współczynników dla SEE wielogeneratorowych są omówione w p. 6.1.1.

2.3.2. Charakterystyka mocy w stanie przejściowym

Powyżej w opisie rys. 2.5 stwierdzono, że przy spełnieniu warunku (2.22) po wystąpieniu zakłócenia układ ma tendencję powrotu do punktu równowagi. Nie omówiono jednak charakteru tego ruchu. Będzie to przedmiotem poniższych rozważań.

Po wystąpieniu zakłócenia w uzwojeniach generatora synchronicznego zachodzą stany nieustalone, które zaczynają się od stanu podprzejściowego, przechodzą do stanu przejściowego i dalej do stanu ustalonego [68]. Obrazy strumieni magnetycznych generatora w tych stanach pokazano na rys. 1.4 w p. 1.3.1. Do uproszczonej analizy ruchu wirnika po wystąpieniu zakłócenia można posłużyć się modelem generatora synchronicznego dla stanu przejściowego. Modelem tym jest źródło



Rys. 2.6. Wykres fazorowy układu generator–sieć sztywna dla stanu przejściowego z pominięciem rezystancji: (a) dla generatora z biegunami utajonymi, (b) dla generatora z biegunami wydatnymi i wirnikiem z blach $x'_{\mathrm{q}} \cong x_{\mathrm{q}}$

napięcia w postaci siły elektromotorycznej przejściowej za reaktancją przejściową. W układzie pokazanym na rys. 2.1 są to odpowiednio siła elektromotoryczna E'_{q} za reaktancją X'_{d} oraz E'_{d} za X'_{q}. Analogicznie do (2.6) można napisać

$$\begin{bmatrix} I_{\mathrm{d}} \\ I_{\mathrm{q}} \end{bmatrix} = \frac{1}{(z')^2} \begin{bmatrix} r & -x'_{\mathrm{q}} \\ +x'_{\mathrm{d}} & r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E'_{\mathrm{d}} - U_{\mathrm{sd}} \\ E'_{\mathrm{q}} - U_{\mathrm{sq}} \end{bmatrix} \tag{2.25}$$

gdzie analogicznie do (2.2) oznaczono:

$$r = R + R_{\mathrm{T}} + R_{\mathrm{s}}; \qquad x'_{\mathrm{d}} = X'_{\mathrm{d}} + X_{\mathrm{T}} + X_{\mathrm{s}}; \qquad x'_{\mathrm{q}} = X'_{\mathrm{q}} + X_{\mathrm{T}} + X_{\mathrm{s}} \tag{2.26}$$

oraz $(z')^2 = r^2 + x'_{\mathrm{d}} x'_{\mathrm{q}}$. Przy pominięciu rezystancji z równania (2.25) otrzymuje się:

$$E'_{\mathrm{d}} = U_{\mathrm{sd}} + x'_{\mathrm{q}} I_{\mathrm{q}}; \qquad E'_{\mathrm{q}} = U_{\mathrm{sq}} - x'_{\mathrm{d}} I_{\mathrm{d}} \tag{2.27}$$

gdzie U_{sd} oraz U_{sq} są dane wzorami (2.4). Odpowiedni wykres fazorowy z pominięciem rezystancji pokazano na rys. 2.6. Wykres ten odpowiada schematowi z rys. 2.1 i uwzględnia stan ustalony i przejściowy generatora. Kąt położenia wirnika (podobnie jak na rys. 2.2) jest liczony względem napięcia sieci sztywnej.

Moc czynna generatora jest dana wzorem (2.7). Podstawiając do tego wzoru za I_q, I_d wartości wynikające z (2.27), otrzymuje się

$$P = U_{sd}I_d + U_{sq}I_q = -\frac{E'_q U_{sd}}{x'_d} + \frac{U_{sd}U_{sq}}{x'_d} + \frac{E'_d U_{sq}}{x'_q} - \frac{U_{sd}U_{sq}}{x'_q} \tag{2.28}$$

W stanie przejściowym składowe przejściowej siły elektromotorycznej E'_q, E'_d można uznać za w przybliżeniu za stałe. Przy stałych wartościach składowych E'_q, E'_d stała jest również $E' = \sqrt{\left(E'_q\right)^2 + \left(E'_d\right)^2}$. W dalszej części kątowa charakterystyka mocy w stanie przejściowym przy stałych E'_q, E'_d będzie oznaczana dodaniem indeksu E', czyli

$$P_{E'} = P(\delta)\big|_{E'=\text{const}} \tag{2.29}$$

Uwzględniając wzory (2.4), po dość prostych przekształceniach z wzoru (2.28) otrzymuje się

$$P_{E'} = \frac{E'_q U_s}{x'_d}\sin\delta + \frac{E'_d U_s}{x'_q}\cos\delta - \frac{U_s^2}{2}\frac{x'_q - x'_d}{x'_q x'_d}\sin 2\delta \tag{2.30}$$

Wzór (2.30) określa kątową charakterystykę mocy w stanie przejściowym w funkcji kąta położenia wirnika. Z wykresu fazorowego na rys. 2.6 wynika, że:

$$\delta = \delta' + \alpha; \qquad E'_q = E'\cos\alpha; \qquad E'_d = -E'\sin\alpha \tag{2.31}$$

gdzie δ' jest argumentem przejściowej siły elektromotorycznej względem napięcia sieci sztywnej. Podstawiając (2.31) do (2.30), po dość prostych przekształceniach otrzymuje się

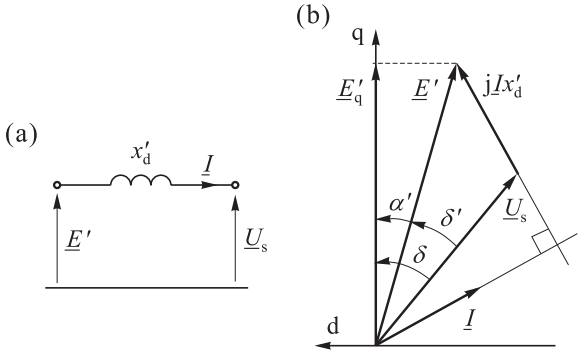
$$P_{E'} = \frac{E'U_s}{x'_d}\left[\sin\delta'\left(\cos^2\alpha + \frac{x'_d}{x'_q}\sin^2\alpha\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{x'_q - x'_d}{x'_q}\right)\cos\delta'\sin 2\alpha\right]$$
$$-\frac{U_s^2}{2}\frac{x'_q - x'_d}{x'_d x'_q}\sin 2(\delta' + \alpha) \tag{2.32}$$

W przypadku generatora z wirnikiem z biegunami wydatnymi zachodzi $x'_q \cong x_q$ i jak pokazano na rys. 2.6b przejściowa siła elektromotoryczna leży na osi poprzecznej. Tym samym $\alpha = 0$ oraz $\delta' \quad \delta$. W takim przypadku wzór (2.32) upraszcza się do następującej postaci:

$$P_{E'} = \frac{E'_q U_s}{x'_d}\sin\delta' - \frac{U_s^2}{2}\frac{x_q - x'_d}{x_q x'_d}\sin 2\delta' \tag{2.33}$$

W praktyce do uproszczonych analiz stanów przejściowych generatory synchroniczne zastępuje się stałą co do modułu siłą elektromotoryczną przejściową E' za reaktancją przejściową X'_{d}. Ściśle rzecz biorąc w stanie przejściowym, zgodnie z rys. 2.1, generatorowi synchronicznemu odpowiadają dwa źródła napięciowe, odpowiednio E'_{q} za X'_{d} oraz E'_{d} za X'_{q}. Przy pominięciu asymetrii dla stanu przejściowego, czyli założeniu $X'_{\mathrm{q}} \cong X'_{\mathrm{d}}$, można wykazać (analogicznie do (2.17)), że te dwa źródła można zastąpić jednym źródłem $\underline{E}'$ za X'_{d}, przez które płynie prąd $\underline{I} = \underline{I}_{\mathrm{d}} + \underline{I}_{\mathrm{q}}$. Taki uproszczony model generatora synchronicznego dla stanu przejściowego nazywa się *modelem klasycznym*.

Schemat układu generator–sieć sztywna w stanie przejściowym z modelem klasycznym generatora można otrzymać ze schematu z rys. 2.3 po odrzuceniu jego lewej części odpowiadającej $(X_{\mathrm{d}} - X'_{\mathrm{d}})$. Biorąc pod uwagę oznaczenia (2.26), otrzymuje się schemat pokazany na rys. 2.7.



Rys. 2.7. Układ generator–sieć sztywna z modelem klasycznym generatora: (a) schemat, (b) wykres fazorowy

Model klasyczny ma schemat identyczny jak pojedynczy element sieci pokazany na rys. 1.23. Dla takiego schematu moc czynna jest dana wzorem (1.64). Analogicznie do tego wzoru dla modelu klasycznego można napisać

$$P_{E'} \cong \frac{E' U_{\mathrm{s}}}{x'_{\mathrm{d}}} \sin \delta' \tag{2.34}$$

Taki sam wzór otrzymuje się, podstawiając do wzoru (2.32) wartości $x'_{\mathrm{d}} \cong x'_{\mathrm{q}}$. Założenie takie jest uzasadnione wpływem impedancji transformatora blokowego i impedancji zastępczej SEE. Przykładowo składnik wzoru (2.32) zależny od

$$\begin{aligned} \frac{x'_{\mathrm{d}} - x'_{\mathrm{q}}}{x'_{\mathrm{d}} x'_{\mathrm{q}}} &= \frac{(X'_{\mathrm{d}} + X_{\mathrm{T}} + X_{\mathrm{s}}) - (X'_{\mathrm{q}} + X_{\mathrm{T}} + X_{\mathrm{s}})}{(X'_{\mathrm{d}} + X_{\mathrm{T}} + X_{\mathrm{s}})(X'_{\mathrm{q}} + X_{\mathrm{T}} + X_{\mathrm{s}})} \\ &= \frac{X'_{\mathrm{d}} - X'_{\mathrm{q}}}{(X'_{\mathrm{d}} + X_{\mathrm{T}} + X_{\mathrm{s}})(X'_{\mathrm{q}} + X_{\mathrm{T}} + X_{\mathrm{s}})} \end{aligned} \tag{2.35}$$

przyjmuje tym mniejszą wartość, im większe jest $(X_{\mathrm{T}} + X_{\mathrm{s}})$.

Warto zwrócić uwagę, że w schemacie z rys. 2.7a wykorzystującym model klasyczny generatora przejściowa siła elektromotoryczna jest obliczana z wzoru

$$\underline{E}' = \underline{U} + \mathrm{j}X'_{\mathrm{d}}\underline{I} \tag{2.36}$$

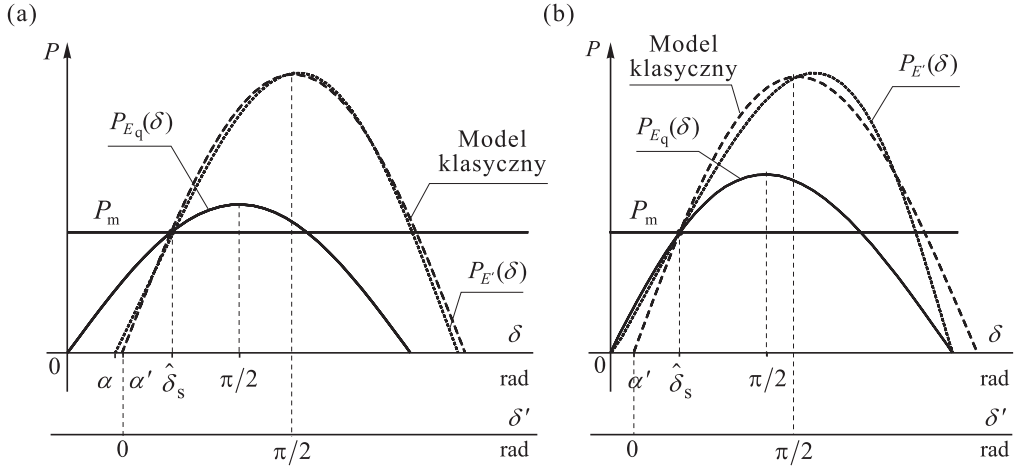
podczas gdy w schemacie z rys. 2.1b oraz wykresie fazorowym z rys. 2.6a muszą być użyte wzory (2.27). Ponieważ wzór (2.36) nie uwzględnia asymetrii $x'_{\mathrm{d}} \neq x'_{\mathrm{q}}$, obliczona za jego pomocą siła elektromotoryczna przejściowa nie odpowiada dokładnie co do modułu i fazy sile elektromotorycznej obliczonej z wzorów (2.27). Z tego względu na wykresie fazorowym na rys. 2.7b przesunięcie $\underline{E}'$ względem osi q oznaczono jako α', podczas gdy na rys. 2.6a przesunięcie to było oznaczone α. Ogólnie $\alpha' \neq \alpha$. Różnice te nie są jednak duże. Przykład liczbowy podano w [82]. W przypadku modelu klasycznego kąt położenia wirnika względem napięcia sieci sztywnej jest określony wzorem: $\delta = \delta' + \alpha'$.

Dla dalszych rozważań istotne jest porównanie kątowej charakterystyki mocy stanu przejściowego z kątową charakterystyką mocy stanu ustalonego. W tym celu należy zauważyć następujące fakty:

1. Amplituda (maksymalna wartość) kątowej charakterystyki stanu ustalonego zależy od reaktancji x_{d}, podczas gdy amplituda omawianej tu kątowej charakterystyki stanu przejściowego zależy od reaktancji x'_{d}. Amplituda charakterystyki stanu przejściowego jest dużo większa od amplitudy charakterystyki stanu ustalonego, gdyż $x_{\mathrm{d}} >> x'_{\mathrm{d}}$.
2. Kątowa charakterystyka stanu ustalonego jest wyrażona jako funkcja kąta δ, podczas gdy kątowa charakterystyka stanu przejściowego jest wyrażona jako funkcja kąta δ'. Różnica miedzy tymi kątami wynosi α dla modelu z uwzględnieniem asymetrii lub α' dla modelu z pominięciem asymetrii. Oznacza to, że na wspólnej osi obie charakterystyki (stanu ustalonego i przejściowego) są przesunięte względem siebie.

Oba wymienione fakty ilustruje rys. 2.8. W dolnej części tego rysunku zaznaczono dwie osie poziome: oś δ oraz oś δ' przesuniętą o α'. Charakterystyka stanu ustalonego $P_{E_{\mathrm{q}}}(\delta)$ zaczyna się w zerze osi δ. Charakterystyka stanu przejściowego $P_{E'}(\delta')$ ma większą amplitudę i na osi δ jest przesunięta o α. Charakterystykę stanu przejściowego uzyskaną dla modelu klasycznego narysowano linią przerywaną. Jest ona przesunięta o kąt α'.

Z porównania charakterystyk pokazanych na rys. 2.8 wynika, że charakterystyka stanu przejściowego uzyskana dla modelu klasycznego dość dokładanie odwzorowuje charakterystykę stanu przejściowego otrzymaną z uwzględnieniem asymetrii $x'_{\mathrm{d}} \neq x'_{\mathrm{q}}$. Model klasyczny jest prostszy w użyciu i z tego względu jest najczęściej stosowany w uproszczonych rozważaniach dotyczących elektromechanicznych stanów nieustalonych.



Rys. 2.8. Kątowe charakterystyki mocy układu generator–sieć sztywna dla stanu ustalonego i przejściowego: (a) dla generatora z biegunami utajonymi, (b) dla generatora z biegunami wydatnymi i wirnikiem z blach $x'_q \cong x_q$

Kątowe charakterystyki mocy stanu ustalonego i stanu przejściowego przecinają się w punkcie równowagi $\hat{\delta}_s$ odpowiadającym równości mocy elektrycznej i mechanicznej

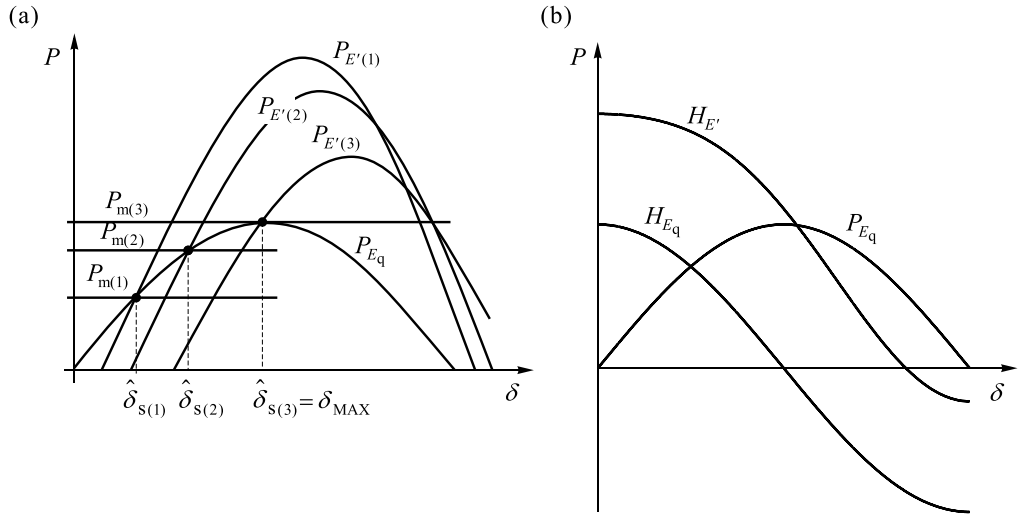
$$P_{E_q}(\hat{\delta}_s) = P_{E'}(\hat{\delta}_s) = P_m \tag{2.37}$$

Wpływ zmian mocy mechanicznej na kątową charakterystykę stanu przejściowego ilustruje rys. 2.9. Dla danej siły elektromotorycznej E_q przy mocy mechanicznej $P_m = P_{m(1)}$ siła elektromotoryczna przejściowa ma wartość $E' = E'(1)$ i dla tej siły elektromotorycznej uzyskuje się (rys. 2.9a) charakterystykę $P_{E'(1)}$. Przy tej samej wartości E_q i większej mocy mechanicznej $P_m = P_{m(2)}$ siła elektromotoryczna $E' = E'(2)$ jest mniejsza, gdyż większy jest prąd i większa jest strata napięcia. Z tego względu charakterystyka $P_{E'(2)}$ ma mniejszą amplitudę. Dla mocy $P_m = P_{m(3)} = P_{MAX}$ amplituda $P_{E'(3)}$ jest jeszcze mniejsza.

Analogicznie do wzoru (2.22) wprowadza się pojęcie mocy synchronizującej dla stanu przejściowego

$$H_{E'} = \left.\frac{\partial P_{E'}}{\partial \delta'}\right|_{\delta' = \hat{\delta}'_s} \tag{2.38}$$

Zależność mocy synchronizującej dla stanu ustalonego i stanu przejściowego od kąta obciążenia ilustruje rys. 2.9b. Warto zwrócić uwagę, że dla mocy granicznej moc synchronizująca charakterystyki stanu ustalonego maleje do zera, podczas gdy moc synchronizująca charakterystyki stanu przejściowego jest nadal dodatnia.



Rys. 2.9. Wpływ zmian mocy mechanicznej na kątową charakterystykę stanu przejściowego: (a) charakterystyki mocy, (b) moce synchronizujące

2.3.3. Metoda równych pól

Do omówienia ruchu wirnika po wystąpieniu zakłócenia i towarzyszących mu oscylacji mocy generatora pomocna jest niżej opisana metoda równych pól wywodząca się z zasady zachowania energii.

Kołysania przy pominięciu tłumienia

Metodę równych pól można najprościej wyjaśnić badając ruch wirnika przy pominięciu tłumienia ruchu oraz przy założeniu stałości przejściowej siły elektromotorycznej. W takim przypadku równanie ruchu (2.18) można zapisać w następujący sposób:

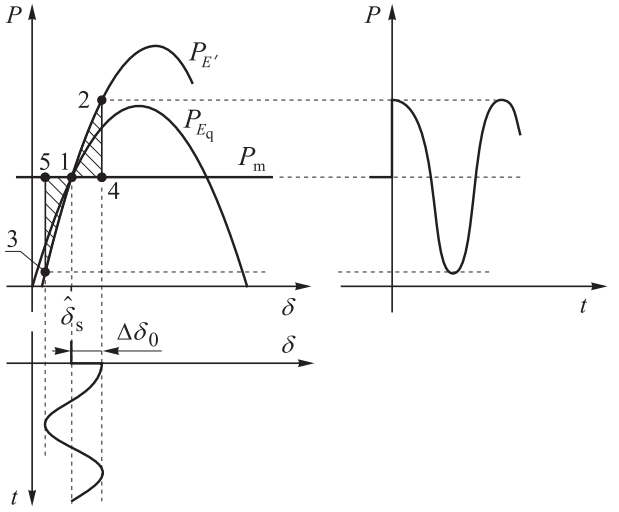
$$M\frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}t^2} = P_{\mathrm{m}} - P_{E'}(\delta) \tag{2.39}$$

przy czym $P_{E'}(\delta)$ odpowiada mocy elektrycznej generatora danej wzorem (2.30) lub (2.34), zależnie od przyjętych założeń odnośnie do kątowej charakterystyki w stanie przejściowym.

Do dalszych rozważań przyjmuje się myślowe założenie, że jakieś bliżej nieokreślone zakłócenie spowodowało niezerowe warunki początkowe typu:

$$\begin{aligned}\Delta\delta(t=t_{0+}) &= \Delta\delta_0 \neq 0\\ \Delta\omega(t=t_{0+}) &= \Delta\omega_0 = 0\end{aligned} \tag{2.40}$$

to znaczy zmianę kąta przy braku zmiany prędkości, gdzie $\Delta\omega = \mathrm{d}\delta / \mathrm{d}t$. Takie niezerowe warunki początkowe wywołują niezerowe rozwiązanie równania (2.39) opisujące ruch swobodny wirnika $\Delta\delta(t)$. Zmiany kąta i mocy towarzyszące ruchowi swobodnemu ilustruje rys. 2.10.



Rys. 2.10. Kołysanie wirnika i towarzyszące mu oscylacje mocy przy pominięciu tłumienia ruchu wirnika

Na rys. 2.10 założono, że przed zakłóceniem w chwili $t = 0_-$ układ znajdował się w stanie równowagi w punkcie oznaczonym cyfrą 1. Po wystąpieniu zakłócenia kąt wirnika ulega zmianie i przyjmuje wartość $\hat{\delta}_s + \Delta\delta_0$. Przy założeniu, że przejściowa siła elektromotoryczna generatora jest stała, zmiana mocy czynnej generatora odbywa się zgodnie z charakterystyką $P_{E'}$. W chwili $t = 0_+$ układ przechodzi do punktu oznaczonego cyfrą 2. W punkcie tym moc elektryczna jest większa od mocy mechanicznej i zgodnie z równaniem (2.39) powstaje ujemne przyspieszenie

$$\varepsilon = \frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}t^2} = \frac{P_m - P_{E'}(\delta)}{M} < 0$$

Wskutek ujemnego przyspieszenia wirnik zaczyna poruszać się w stronę malejącej wartości kąta, czyli w kierunku punktu równowagi 1. Przy stałej wartości przejściowej siły elektromotorycznej ruch odbywa się wzdłuż charakterystyki $P_{E'}(\mathrm{d})$, czyli moc czynna maleje. W trakcie ruchu na odcinku 2-1 układ wykonuje pracę hamowania wirnika proporcjonalną do całki prawej strony równania ruchu, czyli

$$W_{1-2} = \int_{\delta_1}^{\delta_2} \left[P_{E'}(\delta) - P_{\mathrm{m}} \right] \mathrm{d}\delta = \text{pole } (1,\ 2,\ 4) \tag{2.41}$$

przy czym δ_1, δ_2 są kątami w punktach odpowiednio 1 oraz 2. Wskutek bezwładności wirnik nie zatrzymuje się w punkcie równowagi 1, lecz podąża dalej wzdłuż charakterystyki $P_{E'}(\delta)$. Po przekroczeniu punktu 1 moc mechaniczna jest większa od mocy elektrycznej i zgodnie z równaniem (2.39) powstaje dodatnie przyspieszenie

$$\varepsilon = \frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}t^2} = \frac{P_m - P_{E'}(\delta)}{M} > 0$$

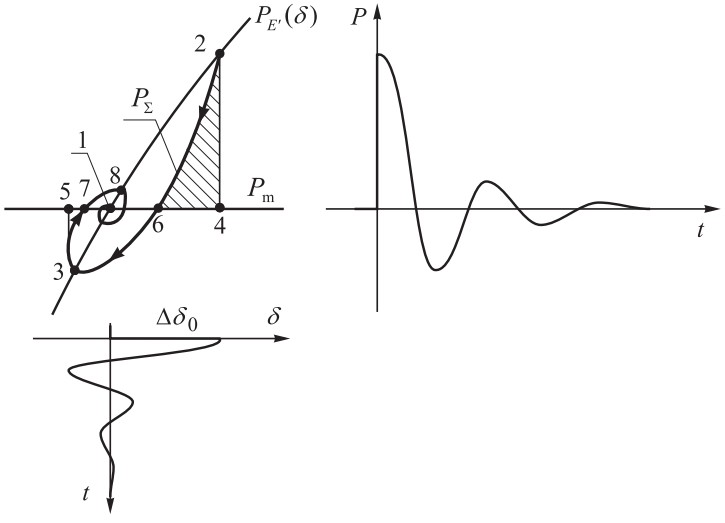
przeciwdziałające ruchowi wirnika w kierunku zmniejszania się kąta. Następuje przyspieszanie wirnika. Wirnik uzyska prędkość synchroniczną, czyli $\Delta\omega = \mathrm{d}\delta / \mathrm{d}t = 0$, dopiero w punkcie 3, w którym praca przyspieszania wirnika

$$W_{1-3} = \int_{\delta_1}^{\delta_3} \left[P_{E'}(\delta) - P_{\mathrm{m}} \right] \mathrm{d}\delta = \text{pole } (1,\ 3,\ 5) \tag{2.42}$$

zrównoważy poprzednio włożoną pracę hamowania wirnika, czyli gdy

$$\text{pole } (1,\ 3,\ 5) = \text{pole } (1,\ 2,\ 4) \tag{2.43}$$

Pole (1, 3, 5) leżące pod linią P_{m} jest nazywane *polem przyspieszeń*, a pole (1, 2, 4) leżące nad linią P_{m} jest nazywane *polem hamowań*. Na podstawie równości (2.40) pola przyspieszeń i pola hamowań można określić amplitudę wychylenia się wirnika w stronę przeciwną niż warunek początkowy. Stąd nazwa *metoda równych pól*.



Rys. 2.11. Kołysanie wirnika i towarzyszące mu oscylacje mocy przy uwzględnieniu tłumienia ruchu wirnika

W p. 2.4.8 będzie wykazane, że metoda równych pól jest równoważna bezpośredniej metodzie Lapunowa przy założeniu, że funkcją Lapunowa jest energia całkowita układu generator–sieć sztywna, czyli suma energii kinetycznej i potencjalnej.

Po osiągnięciu w punkcie 3 prędkości synchronicznej (zerowy poślizg) wirnik zaczyna wracać w kierunku punktu równowagi 1, gdyż moc mechaniczna jest większa od mocy elektrycznej i jest dodatnie przyspieszenie. W trakcie ruchu na odcinku 3-1 jest wykonywana praca przyspieszania i wirnik zyskuje energię kinetyczną. Wskutek bezwładności wirnik nie zatrzymuje się w punkcie 1, lecz podąża nadal w kierunku rosnącej wartości kąta. Prędkość synchroniczna zostanie osiągnięta w punkcie 2, gdy praca hamowania zrównoważy pracę przyspieszania, to znaczy gdy pole (1, 2, 4) zrównoważy pole (3, 5, 1). Przy braku tłumienia wirnik oscyluje między punktami 2 i 3, co ilustruje dolna część rysunku. Jest to nazywane *kołysaniami wirnika*. Kołysaniom wirnika towarzyszą oscylacje mocy czynnej pokazane po prawej stronie rysunku.

W p ł y w t ł u m i e n i a

Uwzględniając tłumienie ruchu wirnika, równanie (2.18) można zapisać w następujący sposób:

$$M\frac{\mathrm{d}^2\delta}{\mathrm{d}t^2} = P_{\mathrm{m}} - \left[P_{E'}(\delta) + D\Delta\omega\right] \tag{2.44}$$

gdzie D jest dodatnim współczynnikiem tłumienia. Z równania (2.44) wynikają następujące wnioski. Przy maleniu kąta obciążenia poślizg $\Delta\omega = \mathrm{d}\delta / \mathrm{d}t$ jest ujemny i moc odpowiadająca składnikowi $D\Delta\omega$ pomniejsza moc $P_{E'}(\delta)$. Przy zwiększaniu się kąta poślizg $\Delta\omega = \mathrm{d}\delta / \mathrm{d}t$ jest dodatni i moc odpowiadająca składnikowi $D\Delta\omega$ powiększa moc $P_{E'}(\delta)$. Takie oddziaływanie członu tłumiącego powoduje, że na płaszczyźnie $P-\delta$ ruch wirnika nie odbywa się wzdłuż charakterystyki $P_{E'}(\delta)$, lecz odpowiednio pod nią dla $\Delta\omega < 0$ oraz nad nią dla $\Delta\omega > 0$. Ilustruje to rys. 2.11.

Na rys. 2.11 dla pierwszej chwili po wystąpieniu zakłócenia $\Delta\delta_0$ założono $\Delta\omega_0 = 0$. Punkt 2 leży na charakterystyce $P_{E'}(\delta)$, gdyż składnik $D\Delta\omega$ nie zmienia mocy. Gdy kąt obciążenia zaczyna maleć, wówczas powstaje $\Delta\omega < 0$ i ruch wirnika odbywa się po charakterystyce P_{Σ} gdzie

$$P_{\Sigma} = P_{E'}(\delta) + D\Delta\omega \tag{2.45}$$

Po przekroczeniu punktu 6 moc mechaniczna jest większa od mocy elektrycznej i następuje przyspieszanie wirnika. Wirnik uzyskuje $\Delta\omega = \mathrm{d}\delta / \mathrm{d}t = 0$ w punkcie 3, w którym pole (6, 3, 5) równoważy pole (2, 4, 6). Na odcinku 2-6 tłumienie spowodowało zmniejszenie pola hamowań o pole (2, 6, 1) w stosunku do pola (2, 4, 1) przy braku tłumienia. Na odcinku 6-3 tłumienie spowodowało zwiększenie pola przyspieszeń o pole (6, 3, 1) w stosunku do pola (1, 3, 5) przy braku tłumienia.

Zgodnie z metodą równych pól oba te działania powodują, że wychylenie wirnika odpowiadające punktowi 3 jest znacznie mniejsze od zakłócenia $\Delta\delta_{1-3} < \Delta\delta_{1-2}$. W punkcie 3 moc mechaniczna jest większa od mocy elektrycznej i następuje przyspieszanie i ruch wirnika w kierunku zwiększenia kąta. Przy zwiększaniu kąta obciążenia poślizg $\Delta\omega > 0$ i składnik $D\Delta\omega$ zwiększa moc w stosunku do $P_{E'}(\delta)$. Ruch odbywa się po krzywej P_{Σ} leżącej powyżej charakterystyki $P_{E'}(\delta)$. Na odcinku 3-7 jest wykonywana bardzo mała praca przyspieszania odpowiadająca polu (3, 5, 7). Wirnik uzyskuje prędkość synchroniczną w punkcie 8. Z każdą kolejną oscylacją maleje amplituda wychylenia i układ dąży do punktu równowagi 1. Tłumionym kołysaniom wirnika towarzyszą tłumione oscylacje mocy.

Wpływ zmian E'_{q}

Założenie stałości przejściowej siły elektromotorycznej jest spełnione tylko w przybliżeniu. W rzeczywistości przy zmianach kąta położenia wirnika lub napięcia wzbudzenia przejściowa siła elektromotoryczna ulega niewielkim powolnym zmianom. Można wykazać [82, 85], że zmiana przejściowej siły elektromotorycznej pod wpływem zmiany napięcia wzbudzenia generatora i\lub zmiany kąta obciążenia jest dana następującym wzorem:

$$\Delta E'_{\mathrm{q}}(s) = \frac{B}{(1 + sBT'_{\mathrm{do}})}\Delta E_{\mathrm{f}}(s) - \frac{AB}{(1 + sBT'_{\mathrm{do}})}\Delta\delta(s) \tag{2.46}$$

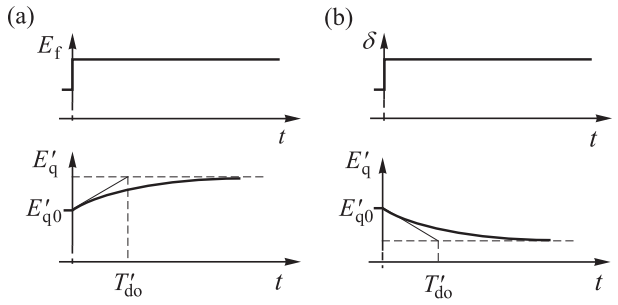
w którym ΔE_{f} jest zmianą napięcia wzbudzenia generatora, $\Delta\delta$ jest zmianą kąta obciążenia, A oraz B są stałymi zależnymi od reaktancji układu oraz kąta obciążenia w stanie przed zakłóceniem. Przykład przebiegu $E'_{\mathrm{q}}(t)$ pod wpływem skokowych zmian napięcia wzbudzenia oraz kąta obciążenia podano na rys. 2.12.

Warto zwrócić uwagę, że w tym przykładzie po zwiększeniu kąta obciążenia przejściowa siła elektromotoryczna maleje ze stałą czasową T'_{do}. Ponieważ rezystancja uzwojenia wzbudzenia jest mała, a indukcyjność uzwojenia wzbudzenia duża, stała czasowa $T'_{\mathrm{do}} = L_{\mathrm{f}} / R_{\mathrm{f}}$ jest duża (rzędu kilku sekund). Tak więc zmiany E'_{q} są powolne.

Dla okresowych zmian kąta obciążenia odpowiadających kołysaniom wirnika zgodnie z rachunkiem operatorowym można przyjąć $s = \mathrm{j}\Omega$, przy czym Ω jest prędkością kątową odpowiadającą częstotliwości kołysań. Dla typowych parametrów systemu zachodzi $BT'_{\mathrm{do}}\Omega >> 1$ i przy założeniu stałości napięcia wzbudzenia wzór (2.46) można uprościć do następującej postaci:

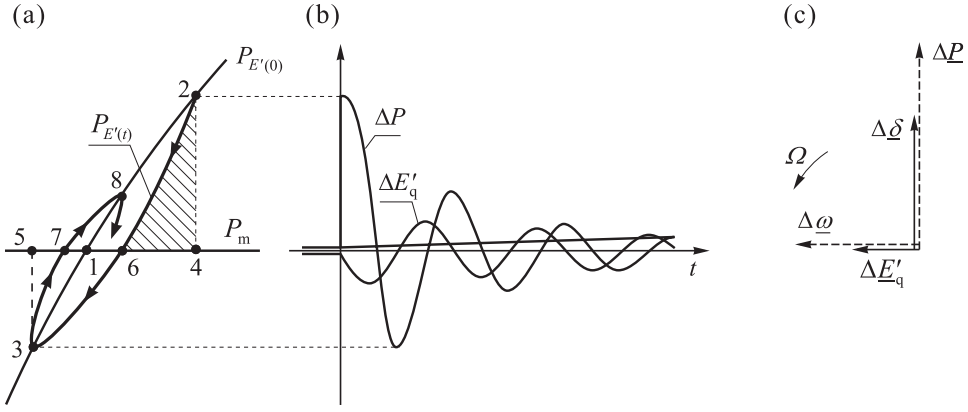
$$\Delta E'_{\mathrm{q}}(\mathrm{j}\Omega) \cong -\frac{AB}{BT'_{\mathrm{do}}\mathrm{j}\Omega}\Delta\delta(\mathrm{j}\Omega) = \frac{A}{T'_{\mathrm{do}}\mathrm{j}\Omega}\Delta\delta(\mathrm{j}\Omega) \tag{2.47}$$

Oznacza to, że kołysaniom wirnika towarzyszą oscylacje przejściowej siły elektromotorycznej, przy czym przebieg $\Delta E'_{\mathrm{q}}(t)$ wyprzedza przebieg $\Delta\delta(t)$ o kąt $\pi/2$.



Rys. 2.12. Zmiany E'_{q} przy skokowej zmianie: (a) napięcia wzbudzenia E_{f}, (b) kąta obciążenia δ

Z faktu, że $\Delta E'_{\mathrm{q}}(t)$ wyprzedza $\Delta\delta(t)$ o kąt $\pi/2$ wynika, że po wystąpieniu zakłócenia kąta położenia wirnika o wartość $\Delta\delta_0$, gdy wirnik zaczyna wracać w stronę punktu równowagi następuje malenie przejściowej siły elektromotorycznej, gdyż $\Delta E'_{\mathrm{q}}$ staje się ujemne. Ilustruje to rys. 2.13.



Rys. 2.13. Dodatnie tłumienie: (a) trajektoria $P(\delta)$, (b) zmiany w czasie, (c) fazory

Na rys. 2.13a na płaszczyźnie $P-\delta$ pokazano w powiększeniu w otoczeniu punktu równowagi 1 odpowiednie charakterystyki istotne dla metody równych pól. Po wystąpieniu zakłócenia układ znajduje się w punkcie 2. Wskutek przewagi mocy elektrycznej nad mocą mechaniczną wirnik zaczyna wracać z tego punktu w kierunku punktu równowagi 1. W trakcie tego ruchu (zgodnie z tym, co zostało wyżej powiedziane) przejściowa siła elektromotoryczna maleje (rys. 2.13b). Wskutek malenia przejściowej siły elektromotorycznej amplituda charakterystyki $P_{E'}(\delta)$ zmniejsza

się, co jasno wynika z wzorów (2.30), (2.33), (2.34). W rezultacie malenia amplitudy charakterystyki $P_{E'}(\delta)$ ruch wirnika nie odbywa się po charakterystyce $P_{E'(0)}$ odpowiadającej początkowej wartości E', lecz po krzywej $P_{E'(t)}$ odpowiadającej nowym wartościom $E'(t)$. W punkcie 6 zarówno $\Delta E'$, jak również $\Delta\omega = \mathrm{d}\delta / \mathrm{d}t$ osiągają największe ujemne wartości. Zgodnie z metodą równych pól wskutek bezwładności wirnik wychyla się do punktu 3, w którym pole (6, 3, 5) równoważy pole (2, 4, 1). W punkcie 3 zachodzi $\Delta\omega = 0$ oraz $\Delta E' = 0$. Dzięki temu punkt 3 leży na charakterystyce $P_{E'(0)}$ odpowiadającej pierwotnej wartości $E'(t)$. Dalej zgodnie z przebiegiem pokazanym na rys. 2.13b następuje zwiększanie przejściowej siły elektromotorycznej i tym samym amplitudy charakterystyki $P_{E'}(\delta)$. Ruch odbywa się po krzywej $P_{E'(t)}$, która na odcinku 3-8 leży powyżej $P_{E'(0)}$.

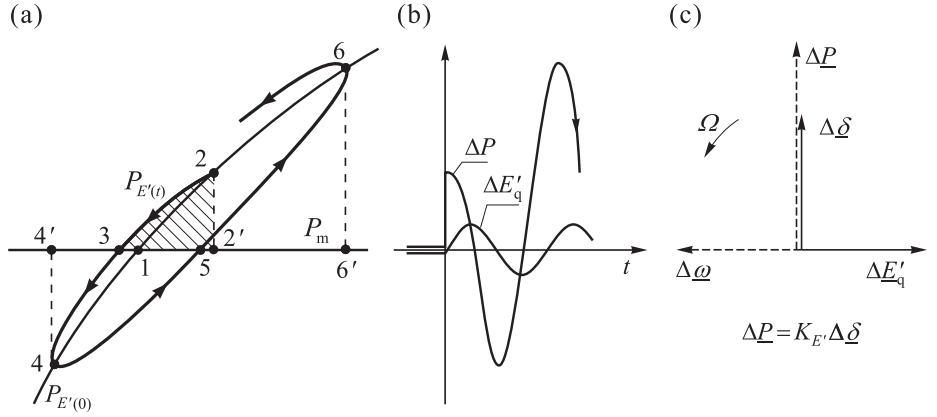
Jak widać z porównania rys. 2.13 oraz rys. 2.11, zmiany przejściowej siły elektromotorycznej w omawianym przypadku wpływają na ruch wirnika tak samo jak tłumienie pochodzące od momentu asynchronicznego wywołanego działaniem uzwojeń tłumiących.

Na rys. 2.13c pokazano fazory odpowiadające przebiegom pokazanym na rys. 2.13b. Fazor $\Delta\underline{P}$ jest w fazie z fazorem $\Delta\underline{\delta}$, gdyż funkcja $P(\delta)$ jest funkcją rzeczywistą i zmiana jej wartości musi być w fazie ze zmianą argumentu. Fazor $\Delta\underline{\omega}$ odpowiadający zmianom prędkości wyprzedza o kąt $\pi/2$ fazor $\Delta\underline{\delta}$ odpowiadający kątowi obciążenia, gdyż poślizg $\Delta\omega = \mathrm{d}\delta / \mathrm{d}t$ jest pochodną kąta obciążenia. Przy okresowych zmianach kąta obciążenia poślizg ulega zmianom z przesunięciem w czasie odpowiadającym $\pi/2$. W omówionym przypadku fazor $\Delta\underline{E}'_{\mathrm{q}}$ wyprzedza fazor $\Delta\underline{\delta}$ o kąt $\pi/2$.

Powyższe rozważania dotyczące pozytywnego wpływu zmian przejściowej siły elektromotorycznej na tłumienie kołysań mocy są słuszne tylko w przypadku pominięcia rezystancji omawianego układu generator–sieć sztywna (rys. 2.1). W układach z dużą wartością rezystancji sytuacja może być odmienna. Wynika to z następujących faktów:

1) rezystancja zmienia kształt charakterystyk stanu ustalonego $P_{E_{\mathrm{q}}}(\delta)$ oraz stanu przejściowego $P_{E'}(\delta)$,
2) wzory (2.46), (2.47) są słuszne tylko w przypadku pominięcia rezystancji, przy uwzględnieniu rezystancji przesunięcie fazowe między zmianami kąta i zmianami przejściowej siły elektromotorycznej może być inne.

Przy małych wartościach kąta obciążenia oraz dużych wartościach rezystancji układu zmiany przejściowej siły elektromotorycznej mogą być w przeciwfazie ze zmianami prędkości. W takim przypadku zmiany przejściowej siły elektromotorycznej pogarszają tłumienie ruchu wirnika lub mogą nawet spowodować tłumienie ujemne prowadzące do narastania amplitudy oscylacji. Zjawisko takie ilustruje rys. 2.14.



Rys. 2.14. Ujemne tłumienie: (a) trajektoria $P(\delta)$, (b) zmiany w czasie, (c) fazory

Na rys. 2.14 założono, że fazor $\Delta\underline{E}'_{\mathrm{q}}$ jest w przeciwfazie do $\Delta\underline{\omega}$, czyli opóźnia się w stosunku do fazora $\Delta\underline{\delta}$ o kąt $\pi/2$. Wskutek wystąpienia zakłócenia układ przechodzi z punktu równowagi 1 do punktu 2. Moc elektryczna przeważa tu moc mechaniczną i wirnik zaczyna wracać. W trakcie ruchu powrotnego w omawianym przypadku przejściowa siła elektromotoryczna zwiększa się, co powoduje zwiększenie amplitudy charakterystyki $P_{E'}(\delta)$. W rezultacie zwiększenia amplitudy charakterystyki $P_{E'}(\delta)$ ruch wirnika nie odbywa się po charakterystyce $P_{E'(0)}$ odpowiadającej początkowej wartości E', lecz po krzywej $P_{E'(t)}$ odpowiadającej nowym wartościom $E'(t)$. Praca hamowania wirnika odpowiada teraz polu (2, 2′, 3) i jest większa od pracy hamowania (2, 2′, 1) przy stałej wartości przejściowej siły elektromotorycznej. Zwiększenie się pola hamowań wskutek zmian przejściowej siły elektromotorycznej powoduje, że w ruchu wstecznym wirnik musi się wychylić aż do punktu 4, w którym pole (3, 4, 4′) równoważy pole (2, 2′, 3). Jak widać (rys. 2.14b), amplituda wstecznego wychylenia jest większa od wychylenia spowodowanego przez zakłócenie. W punkcie 4 moc mechaniczna jest większa od mocy elektrycznej i wirnik jest przyspieszany. Wskutek malenia przejściowej siły elektromotorycznej ruch odbywa się po krzywej $P_{E'(t)}$. Do punktu 5 jest wykonana duża praca przyspieszania odpowiadająca polu (4′, 4, 5). Wskutek bezwładności wirnik przekracza punkt 6 i uzyskuje prędkość synchroniczną dopiero w punkcie 6, w którym pole hamowania (5, 6′, 6) zrównoważy pole przyspieszeń (4′, 4, 5). Jak widać, amplituda kołysań nadal zwiększa się. Coraz większym kołysaniom wirnika towarzyszą coraz większe oscylacje mocy.

Opisane zjawisko narastania amplitudy kołysań jest nazywane *kołysaniami spontanicznymi*. Może ono wystąpić w przypadku małych generatorów pracujących z niewielką mocą na sieci średniego napięcia, gdzie rezystancje mają spore wartości [79].

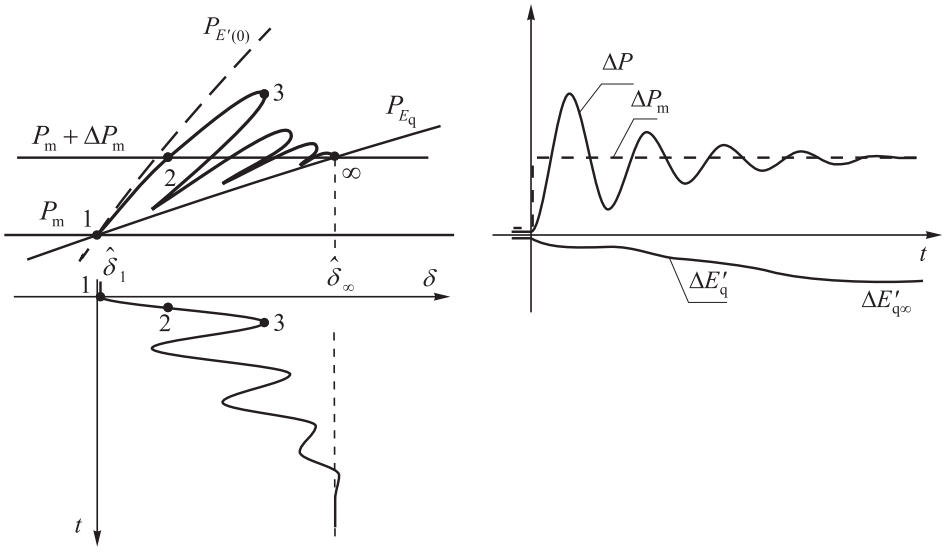
W przypadku generatorów dużej mocy pracujących na sieci wysokiego napięcia zjawisko kołysań spontanicznych spowodowanych rezystancjami układu nie występuje. Z tego względu dokładna analiza tych zjawisk nie jest tu omawiana.

2.3.4. Kołysania po zakłóceniu mocy mechanicznej

Na rys. 2.5 pokazano, że po zmianie mocy mechanicznej ustala się nowy punkt pracy, o ile dla nowej mocy jest spełniony warunek stabilności (2.22). Oczywiście wskutek bezwładności wirnika dochodzeniu do nowego punktu równowagi towarzyszą kołysania wirnika i oscylacje mocy podobne do wyżej opisanych kołysań i oscylacji wywołanych zakłóceniem położenia wirnika.

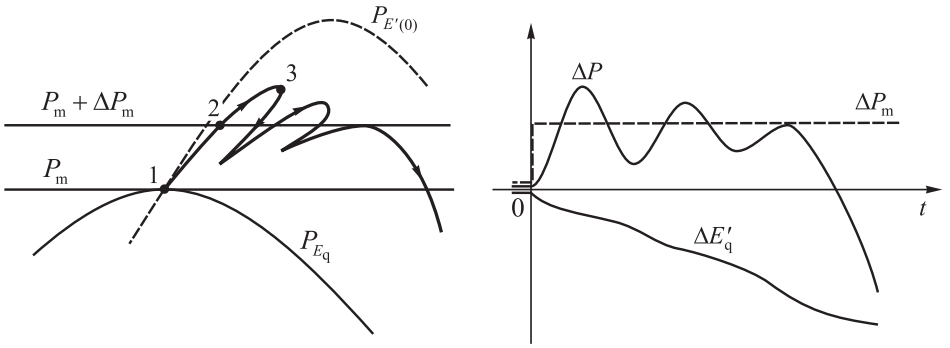
Interesujące jest prześledzić, jak wyglądają kołysania wirnika i oscylacje mocy towarzyszące dochodzeniu do nowego punktu równowagi. Odpowiednią ilustrację dla punktów spełniających warunek stabilności (2.22) pokazano na rys. 2.15. Lewa górna część tego rysunku pokazuje w powiększeniu otoczenie punktu 1, będącego punktem równowagi przed zmianą mocy mechanicznej, oraz punktu ∞, będącego nowym punktem równowagi po zmianie mocy mechanicznej. Oba punkty leżą na kątowej charakterystyce mocy w stanie ustalonym P_{E_q}. Przez punkt 1 przeprowadzono też charakterystykę mocy $P_{E'(0)}$, odpowiadającej początkowej wartości E'. Przy stałym wzbudzeniu generatora wzrostowi obciążenia musi towarzyszyć zmalenie przejściowej siły elektromotorycznej. Wskutek malenia przejściowej siły elektromotorycznej kołysania nie odbywają się po charakterystyce $P_{E'(0)}$, lecz po krzywych odpowiadających coraz to nowym wartościom $E'(t)$. Tłumienie ruchu powoduje malenie amplitudy kołysań, aż po kilku oscylacjach układ zatrzymuje się w nowym punkcie równowagi ∞.

Przebieg zjawisk przy próbie zwiększenia mocy mechanicznej powyżej punktu granicznego (rys. 2.4) i mocy granicznej danej wzorem (2.20) pokazano na rys. 2.16. W tym przypadku układ oscyluje wokół nowej wartości mocy dopóty, dopóki przejściowa siła elektromotoryczna utrzymuje się blisko wartości początkowej. Kołysania odbywają się po krzywych odpowiadających aktualnym wartościom $E'(t)$. W miarę upływu czasu przejściowa siła elektromotoryczna maleje i krzywe te obniżają się, aż dochodzi do sytuacji, że charakterystyka $P_{E'(t)}$ dla stanu przejściowego ma amplitudę mniejszą od nowej mocy mechanicznej. Od tej chwili wskutek permanentnej przewagi mocy mechanicznej nad elektryczną następuje przyspieszanie wirnika i wzrost kąta obciążenia. Towarzyszy temu malenie mocy czynnej po prawej malejącej części charakterystyki $P_{E'(t)}$ oraz malenie przejściowej siły elektromotorycznej. Generator wypada z synchronizmu, co jest utożsamiane z utratą stabilności. Nie da się zwiększyć mocy powyżej mocy granicznej. Dla mocy większej od mocy granicznej nie ma punktu równowagi (rys. 2.4).



Rys. 2.15. Kołysanie wirnika i towarzyszące mu oscylacje mocy po zmianie mocy mechanicznej w stabilnym punkcie równowagi

W przykładzie pokazanym na rys. 2.16 utrata stabilności w otoczeniu punktu granicznego jest oscylacyjna, gdyż dla czytelności rysunku założono dość duży wzrost mocy mechanicznej. W praktyce tak duży nagły wzrost mocy mechanicznej nie jest możliwy, gdyż każdy napęd ma też swoją bezwładność. Przy bardzo małym nagłym wzroście mocy i uwzględnieniu silnego tłumienia ruchu wirnika wynikającego z mocy asynchronicznej utrata stabilności w otoczeniu punktu granicznego jest *aperiodyczna*. Będzie to pokazane w następnym punkcie 2.3.5.



Rys. 2.16. Kołysanie wirnika i towarzyszące mu oscylacje mocy po zmianie mocy mechanicznej w granicznym punkcie równowagi

Przypadek pokazany na rys. 2.16 jest bardzo istotny dla zwrócenia uwagi, że klasyczny model generatora zakładający stałość przejściowej siły elektromotorycznej nie nadaje się do badania stanów bliskich granicy stabilności lokalnej. Gdyby założyć stałość przejściowej siły elektromotorycznej w stanie pokazanym na tym rysunku, wówczas wirnik powinien oscylować wokół nowej mocy na charakterystyce $P_{E'(0)}$, a tak nie może być, gdyż nie ma możliwości ustalenia się nowego punktu równowagi. Założenie stałości przejściowej siły elektromotorycznej daje dobre oszacowanie zjawisk tylko w stanach dalekich od stanu granicznego. To powoduje, że model klasyczny ma ograniczone zastosowanie. Aktualnie dokładne badania stanów nieustalonych wykonuje się metodami symulacji komputerowej z użyciem dokładnych modeli matematycznych.

2.3.5. Rozwiązanie równania ruchu

Zachowanie się nieliniowego układu dynamicznego pod wpływem małych zakłóceń w otoczeniu danego punktu równowagi można badać matematycznie, dokonując linearyzacji układu równań różniczkowych opisujących ten układ. Upoważnia do tego pierwsze twierdzenie Lapunowa mówiące o tym, że układ nieliniowy jest stabilny dla małego zakłócenia, jeśli stabilne jest jego przybliżenie liniowe. Analiza taka zostanie tu wykonana dla układu generator–sieć sztywna przy zastosowaniu klasycznego modelu generatora ze względu na prostotę tego modelu.

Rozważa się dowolny punkt równowagi $\hat{\delta}_s$ na kątowej charakterystyce mocy dla stanu ustalonego $P_{E_q}(\delta)$ i przechodzącą przez niego charakterystykę dla stanu przejściowego $P_{E'}(\delta)$. Dla punktu równowagi stabilnego lokalnie ilustruje to rys. 2.17.

Zmiana mocy wywołana zmianą kąta w otoczeniu danego punktu równowagi jest równa przyrostowi funkcji $P_{E'}(\delta)$ odpowiadającej kątowej charakterystyce mocy w stanie przejściowym

$$\Delta P = \left.\frac{\partial P_{E'}}{\partial \delta}\right|_{\delta=\hat{\delta}_s} \Delta\delta + \left.\frac{\partial P_{E'}}{\partial E'}\right|_{E'=\hat{E}'_s} \Delta E' = H_{E'}\Delta\delta + K_{E'}\Delta E' \tag{2.48}$$

Przy założeniu stałości przejściowej siły elektromotorycznej E' zachodzi $\Delta E' \cong 0$ i wzór (2.48) upraszcza się do następującej postaci:

$$\Delta P = H_{E'}\Delta\delta \tag{2.49}$$

Pochodna $H_{E'} = \partial P_{E'} / \partial\delta$ jest nazywana *mocą synchronizującą* w stanie przejściowym. Zgodnie z wzorem (2.31) dla stanu przejściowego zachodzi $\delta = \delta' + \alpha$, przy czym dla modelu klasycznego $\alpha = \text{const}$. Z tego względu $\partial P_{E'} / \partial\delta = \partial P_{E'} / \partial\delta'$ i obojętne jest czy różniczkuje się po kącie δ, czy też δ'.