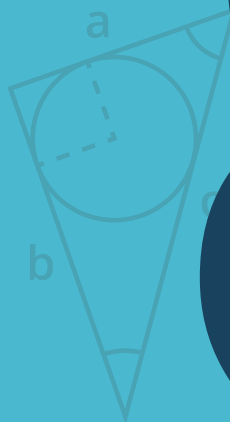


Seria repetytoriów dla szkół podstawowych

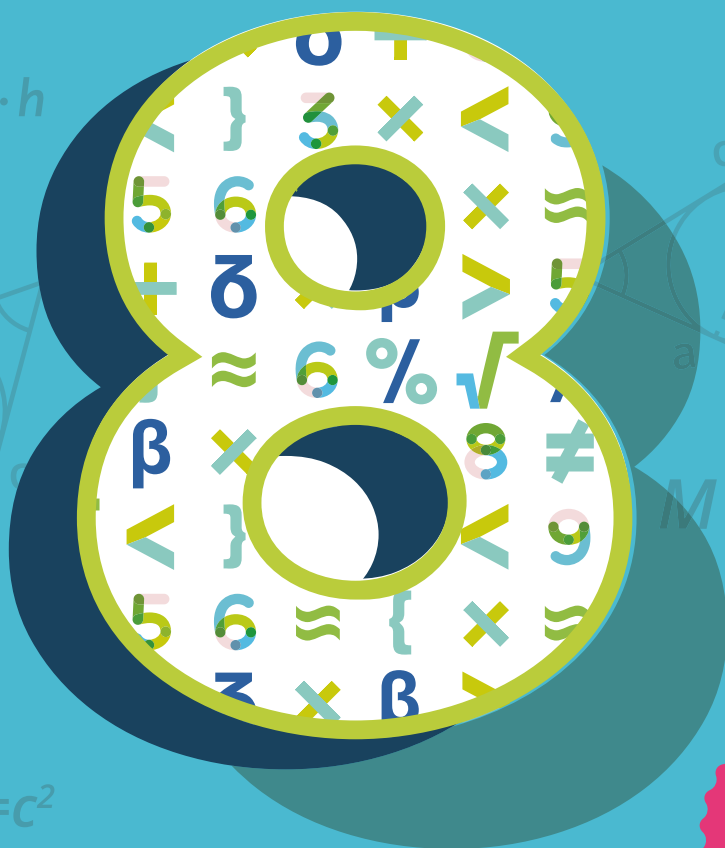
MATEMATYKA

KOREPETYCJE ÓSMOKLASISTY

$$P = 1/2 a \cdot h$$



$$a^2 + b^2 = c^2$$



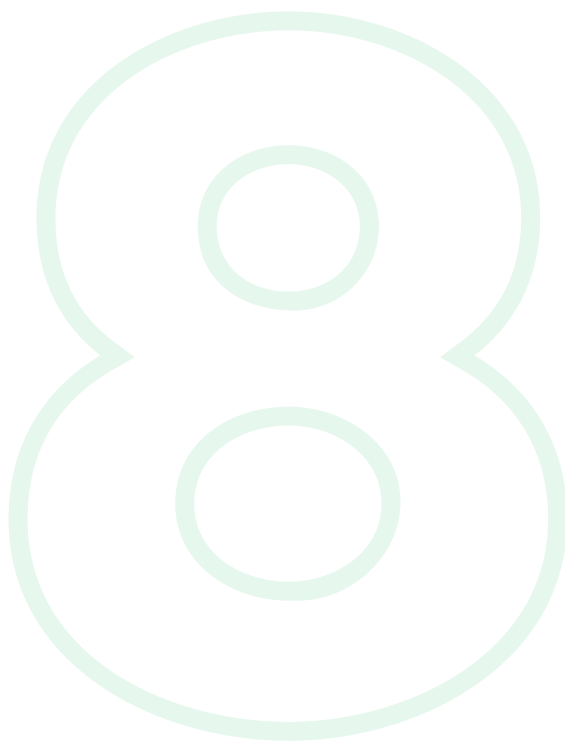
$$M = (x, y)$$



MATEMATYKA

KOREPETYCJE ÓSMOKLASISTY

• ZASADY • PRZYKŁADY • ZADANIA



OLDSCHOOL

• STARADOBRAZSKOŁA •

Koncepcja serii „Korepetycje ósmoklasisty”:

Alicja Berman, Anna Laskowska, Kaja Mikoszevska

Autorzy tekstów: **Adam Konstantynowicz, Anna Konstantynowicz**

Opracowanie redakcyjne: **Alicja Berman**

Projekt okładki: **Teresa Chylińska-Kur, KurkaStudio**

Korekta: **Marek Kowalik**

Projekt makiety: **Kaja Mikoszevska**

Producent wydawniczy: **Marek Jannasz**

© Copyright by Wydawnictwo Lingo sp.j., Warszawa 2019

Serii OldSchool szukaj też na:    

www.egzamin.guru

ISBN: 978-83-7892-654-2

ISBN wydania elektronicznego: 978-83-7892-678-8

Skład i łamanie: Kaja Mikoszevska

Spis treści

LICZBY DODATNIE I UJEMNE	7
POTĘGI I PIERWIASTKI	39
PROCENTY	51
OBLICZENIA PRAKTYCZNE	63
WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE	77
RÓWNANIA	87
FIGURY PŁASKIE	101
BRYŁY	131
UKŁAD WSPÓŁRZĘDNYCH	141
STATYSTYKA OPISOWA I WPROWADZENIE DO RACHUNKU PRAWDOPODOBIENSTWA	147
ZADANIA	159
ROZWIĄZANIA	180



Książka „**Matematyka. Korepetycje ósmoklasisty**” to idealna publikacja dla wszystkich uczniów, którzy chcą powtórzyć i utrwalić wiadomości przed sprawdzianem lub przygotowują się do egzaminu ósmoklasisty. Zawiera szczegółowo opracowany materiał obowiązujący w ostatnich klasach szkoły podstawowej, zgodny z podstawą programową.

Treść podzielona została na 10 rozdziałów:

1. Liczby dodatnie i ujemne,
2. Potęgi i pierwiastki,
3. Procenty,
4. Obliczenia praktyczne,
5. Wyrażenia algebraiczne,
6. Równania,
7. Figury płaskie,
8. Bryły,
9. Układ współrzędnych,
10. Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa.

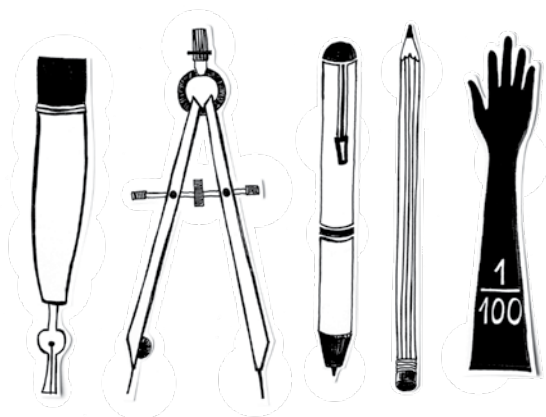
Każdy rozdział składa się z teoretycznego omówienia danego zagadnienia oraz przykładów zadań wraz z rozwiązaniami. Zadbano przy tym o klarowność objaśnień i przejrzystą szatę graficzną.

Książka zawiera również zestawy zadań do samodzielnego rozwiązania wraz z odpowiedziami – do każdego zagadnienia osobny zestaw. Są one znakomitym uzupełnieniem części teoretycznej, ponieważ pozwalają na sprawdzenie wiadomości w praktyce.

Mamy nadzieję, że nasza publikacja pomoże uczniom w powtórzeniu materiału i przygotowaniu do czekających ich sprawdzianów. Nawet ci, którzy nie dostrzegają w sobie zdolności matematycznych, przekonają się, że matematyka wcale nie musi być trudna.

Życzymy przyjemnej nauki!

Zespół OldSchool



LICZBY DODATNIE I UJEMNE

Liczby należą do podstawowych pojęć współczesnej matematyki. Jednym z działów matematyki zajmujących się liczbami jest ARYTMETYKA, która opiera się na najprostszych pojęciach matematycznych, zajmuje się prawidłowościami liczenia, czyli działaniami wykonywanymi na liczbach.

Liczby naturalne w dziesiętkowym systemie pozycyjnym

Liczbami naturalnymi są liczby: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11...

Do zapisywania liczb naturalnych używamy 10 znaków zwanych cyframi.

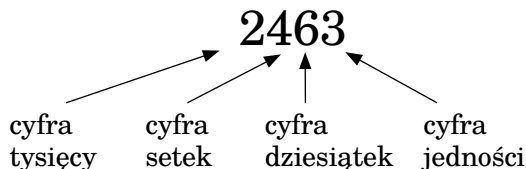
Są to:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Liczby 147 i 714 zawierają te same cyfry, ale nie są równe. Znaczenie cyfry w liczbie zależy od miejsca (pozycji), na którym się znajduje.

Zapis 2463 oznacza liczbę czterocyfrową równą

$$2 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 3 \cdot 1$$



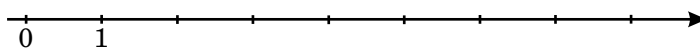
Nasz system liczenia nazywamy dziesiętkowym, bo 10 jednostek rzędu niższego stanowi jedną jednostkę rzędu bezpośrednio wyższego. Zatem 10 jedności to jedna dziesiątka, 10 dziesiątek to jedna setka, 10 setek to jeden tysiąc itd.

Odczytywanie liczb ułatwia grupowanie cyfr po trzy (zaczynając od prawej strony).

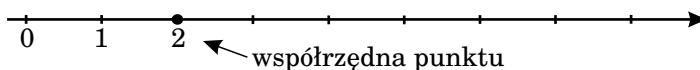
96003	zapiszemy	96 003
5710440	zapiszemy	5 710 440
2536600120	zapiszemy	2 536 600 120

Zapis 1000 to tysiąc, 1 000 000 to milion, 1 000 000 000 to miliard, 1 000 000 000 000 to bilion.

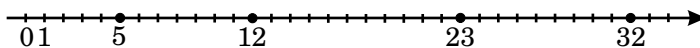
- Liczby naturalne możemy przedstawiać na osi liczbowej, czyli prostej, na której ustalono zwrot (strzałkę), obrano punkt zerowy i ustalono jednostkę odległości.



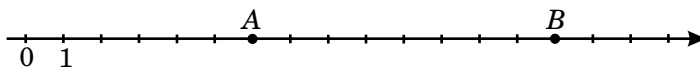
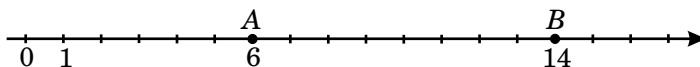
- Liczby odpowiadające zaznaczonym punktom na osi liczbowej nazywamy ich współrzędnymi.

**PRZYKŁAD 1**

Zaznacz na osi liczbowej punkty o współrzędnych będących liczbami: 5, 12, 23, 32.

Rozwiązanie**PRZYKŁAD 2**

Odczytaj współrzędne punktów A i B zaznaczonych na osi liczbowej.

**Rozwiązanie**

Odpowiedź: Punkt A ma współrzędną równą 6, a punkt B ma współrzędną równą 14.

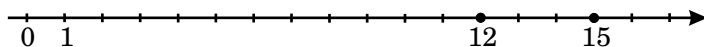
- Porównując dwie liczby, określamy, która z nich jest większa lub mniejsza albo czy są równe. Pomocna może być oś liczbową, gdyż ta liczba naturalna jest większa, która odpowiada punktowi leżącemu dalej od zera na tej osi.

PRZYKŁAD 3

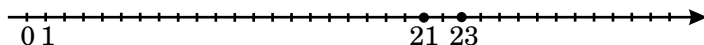
Porównaj liczby naturalne: a) 12 i 15; b) 23 i 21.

Rozwiązanie

a) $12 < 15$, ponieważ punkt o współrzędnej 12 leży bliżej zera na osi liczbowej niż punkt o współrzędnej 15;



b) $23 > 21$, ponieważ punkt o współrzędnej 23 leży dalej zera na osi liczbowej niż punkt o współrzędnej 21.

**PRZYKŁAD 4**

Porównaj liczby naturalne:

a) 1 234 567 i 357 612; b) 2 445 566 i 2 445 199.

Rozwiązanie

a) $1\,234\,567 > 357\,612$, ponieważ liczba 1 234 567 jest siedmiocyfrowa, a liczba 357 612 sześciocyfrowa;

b) obie liczby są siedmiocyfrowe, więc sprawdzamy, jakie cyfry stoją w tych samych rzędach, zaczynając od lewej. W rzędzie setek znajdujemy różne cyfry: 5 i 1, zatem $2\,445\,566 > 2\,445\,199$.

PRZYKŁAD 5

Która z kwot jest największa, a która najmniejsza:

2830 mln zł; 7640 tys. zł; 1200 mln 71 tys. zł; 5 mld 120 zł?

Rozwiązanie

Wykorzystujemy wiadomość, że:

tys. to tysiąc, mln to milion oraz mld to miliard.

Wyrażamy kwoty w milionach złotych:

2830 mln zł

7640 tys. zł = 7 mln 640 tys. zł

1200 mln 71 tys. zł

5 mld 120 zł = 5000 mln 120 zł.

Porównujemy kwoty:

7 mln 640 tys. zł < 1200 mln 71 tys. zł < 2830 mln zł < 5000 mln 120 zł.

Odpowiedź: Najmniejsza kwota to 7640 tys. zł, a największa 5 mld 120 zł.

Działania na liczbach naturalnych

Dodawanie i odejmowanie liczb naturalnych możemy wykonywać w pamięci, pisemnie lub za pomocą kalkulatora.

- Liczby, które dodajemy, nazywamy składnikami, a wynik dodawania – sumą.

$$\begin{array}{c} 2 + 3 = 5 \\ \swarrow \quad \searrow \quad \nearrow \\ \text{składniki} \quad \text{suma} \end{array}$$

- Liczbę, od której odejmujemy, nazywamy odjemną. Liczba odejmowana to odjemnik, a wynik odejmowania – różnica.

$$\begin{array}{c} 9 - 5 = 4 \\ \swarrow \quad \nearrow \quad \searrow \\ \text{odjemna} \quad \text{odjemnik} \quad \text{różnica} \end{array}$$

- Odejmowanie jest działaniem przeciwnym do dodawania.
- Poprawność odejmowania możemy sprawdzić za pomocą dodawania.

Mnożenie i dzielenie liczb naturalnych przez liczbę naturalną jedno- lub wielocyfrową również możemy wykonywać w pamięci, pisemnie albo za pomocą kalkulatora.

- Liczby, które mnożymy, nazywamy czynnikami, a wynik iloczynem.

$$\begin{array}{ccc} 8 \cdot 3 = 24 \\ \swarrow \quad \searrow \quad \nearrow \\ \text{czynniki} \quad \text{iloczyn} \end{array}$$

- Liczbę, którą dzielimy, nazywamy dzielną. Liczbę, przez którą dzielimy – dzielnikiem. Wynik nazywamy ilorazem.

$$\begin{array}{ccccc} & 14 : 7 = 2 \\ \nearrow \quad \nwarrow \quad \nearrow \quad \nwarrow \\ \text{dzielna} \quad \text{dzielnik} \quad \text{iloraz} \end{array}$$

- Dzielenie jest działaniem odwrotnym do mnożenia.
- Poprawność dzielenia możemy sprawdzić za pomocą mnożenia.

Liczby wielocyfrowe możemy dodawać i odejmować pisemnie.

- Dodając liczby sposobem pisemnym, zapisujemy je jedna pod drugą – cyfry jedności pod jednościami, cyfry dziesiątek pod dziesiątkami, cyfry setek pod setkami itd.
- Dodawanie zawsze zaczynamy od cyfr jedności. Dopiero później dodajemy kolejno cyfry dziesiątek, cyfry setek itd.
- Przy odejmowaniu sposobem pisemnym również liczby zapisujemy jedna pod drugą – jedności pod jednościami, dziesiątki pod dziesiątkami, a setki pod setkami. Odejmowanie, tak jak dodawanie, zaczynamy od jedności.

PRZYKŁAD 1

Wykonaj działania sposobem pisemnym.

a) $256 + 48$; b) $159 - 87$.

Rozwiązanie

a)

		1	1		
		2	5	6	
	+		4	8	
		3	0	4	

b)

		0	15		
		1	5	9	
	-		8	7	
			7	2	

Mnożąc lub dzieląc dowolną liczbę przez 1, otrzymujemy tę liczbę, na przykład $236 \cdot 1 = 236$; $4567 : 1 = 4567$.

Każda liczba naturalna pomnożona przez 0 daje w wyniku 0, ale żadnej liczby nie możemy dzielić przez 0, np. $5 \cdot 0 = 0$, $3268 \cdot 0 = 0$; $546 : 0$ – nie można wykonać.

- Dzieląc dowolną liczbę różną od 0 przez nią samą, otrzymamy liczbę 1, na przykład $83 : 83 = 1$.

Mnożąc liczby sposobem pisemnym, zapisujemy je jedna pod drugą – cyfry jedności pod jednościami, cyfry dziesiątek pod dziesiątkami, cyfry setek pod setkami itd.

Wykonując pisemnie mnożenie dwóch liczb, najpierw mnożymy pierwszą liczbę przez cyfrę jedności drugiej, później mnożymy pierwszą liczbę przez cyfrę dziesiątek drugiej, następnie mnożymy pierwszą liczbę przez cyfrę setek drugiej itd. Tak otrzymane iloczyny odpowiednio podpisane dodajemy.

PRZYKŁAD 2

Wykonaj mnożenie sposobem pisemnym: $652 \cdot 12$

Rozwiązanie

			1				
			6	5	2		
		.		1	2		
			1	3	0	4	
	+	6	5	2			
		7	8	2	4		

- Mnożąc pisemnie liczby z zerami na końcu, należy pamiętać przy podpisywaniu liczb o wysuwaniu wszystkich zer.

PRZYKŁAD 3

Wykonaj mnożenie sposobem pisemnym

a) $1246 \cdot 400$; b) $6200 \cdot 120$.

Rozwiązanie

a)

			1	2	4	6			
		.				4	0	0	
			4	9	8	4	0	0	

b)

			6	2	0	0			
		.	1	2	0				
			1	2	4				
	+	6	2						
		7	4	4	0	0	0		

Kolejne kroki postępowania przy dzieleniu liczb naturalnych ilustrują przykłady.



ZADANIA



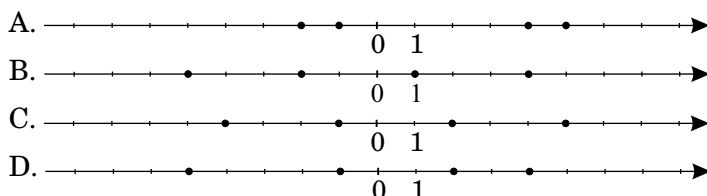
Liczby dodatnie i ujemne

1. Spośród podanych zdań wybierz zdanie fałszywe.

- A. Jeżeli liczba jest podzielna przez 18, to jest podzielna przez 6 i przez 3.
- B. Jeżeli liczba jest podzielna przez 8, to jest podzielna przez 2 i przez 4.
- C. Jeżeli liczba jest podzielna przez 3 i przez 5, to jest podzielna przez 15.
- D. Jeżeli liczba jest podzielna przez 2 i przez 4, to jest podzielna przez 8.

2. Dokończ zdanie tak, aby otrzymać zdanie prawdziwe.

Punkty o współrzędnych -4 , -1 , 0 , 2 , 5 zaznaczono na osi liczbowej



3. Dokończ zdanie tak, aby otrzymać zdanie prawdziwe.

Liczbami odwrotnymi nie są liczby

- A. 8 i 0,125.
- B. -5 i $-\frac{1}{5}$.
- C. $2\frac{1}{2}$ i 0,4.
- D. 1,75 i $-\frac{4}{7}$.

4. Bartek porównał cztery pary liczb.

- I. $-8,3 < -8,03$;
- II. $\frac{2}{7} > \frac{2}{9}$;
- III. $-2\frac{1}{3} < \frac{7}{3}$;
- IV. $1\frac{7}{8} = 1,875$.

Bartek poprawnie wykonał zadanie dla:

- A. I i III pary liczb;
- B. I, II i IV pary liczb;
- C. tylko II pary liczb;
- D. wszystkich par liczb.

5. Dokończ zdanie tak, aby otrzymać zdanie prawdziwe.

Liczbą dodatnią jest wynik odejmowania

A. $-5,6 - (-23,1)$.

B. $4,2 - 4,33$.

C. $-9,8 - (-7,07)$.

D. $-0,14 - 1,5$.

6. Jaką liczbę trzeba podzielić przez $-1\frac{1}{4}$, aby otrzymać $3\frac{1}{2}$? Wybierz odpowiedź spośród podanych.

A. $-\frac{5}{14}$;

B. $-2,8$;

C. $-4,375$;

D. $4,375$.

7. Dokończ zdanie tak, aby otrzymać zdanie prawdziwe.

Obliczając wartość liczbową ułamka

$$\frac{12 \cdot 1\frac{1}{3} - [1\frac{6}{15} : \frac{21}{45} - (13 - 12\frac{16}{21}) \cdot (-4\frac{1}{5})]}{\frac{1}{4} : \frac{1}{2} + 1\frac{13}{15} \cdot 1\frac{7}{8}}, \text{ otrzymamy}$$

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. $2\frac{7}{15}$.

8. Uporządkuj rosnąco liczby: $-2\frac{1}{2}$; $1\frac{1}{4}$; 0; $2\frac{1}{5}$; $-2\frac{1}{3}$.**9. O ile liczba a jest mniejsza od liczby b , jeśli: $a = -3 - (1\frac{1}{7} + 1 : 1\frac{1}{6})$ oraz $b = (0,3 - \frac{1}{4}) \cdot [-4,2 - (-5\frac{3}{5})]$?****10. Znajdź liczbę, której $\frac{3}{4}$ jest równe wartości liczbowej wyrażenia**

$$\frac{(1 - \frac{2}{3}) + 0,5 \cdot (-4)}{-12 \cdot (\frac{1}{6} + 0,5)}$$

Rozwiązania

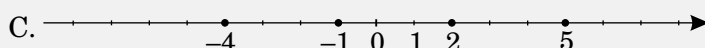
Liczby dodatnie i ujemne

1. Spośród podanych zdań wybierz zdanie fałszywe.

D. Jeżeli liczba jest podzielna przez 2 i przez 4, to jest podzielna przez 8.

2. Dokończ zdanie tak, aby otrzymać zdanie prawdziwe.

Punkty o współrzędnych -4 , -1 , 0 , 2 , 5 zaznaczono na osi liczbowej



3. Liczbami odwrotnymi nie są liczby D. $1,75$ i $-\frac{4}{7}$.

4. Bartek porównał cztery pary liczb. Bartek poprawnie wykonał zadanie dla:

D. wszystkich par liczb.

5. Liczbą dodatnią jest wynik odejmowania

A. $-5,6 - (-23,1) = -5,6 + 23,1 = 17,5$.

6. Jaką liczbę trzeba podzielić przez $-1\frac{1}{4}$, aby otrzymać $3\frac{1}{2}$?

C. $-4,375$, ponieważ $3\frac{1}{2} \cdot (-1\frac{1}{4}) = \frac{7}{2} \cdot (-\frac{5}{4}) = -\frac{35}{8} = -4\frac{3}{8} = -4,375$.

7. Obliczając wartość liczbową ułamka

$$\frac{12 \cdot 1\frac{1}{3} - [1\frac{6}{15} : \frac{21}{45} - (13 - 12\frac{16}{21}) \cdot (-4\frac{1}{5})]}{\frac{1}{4} : \frac{1}{2} + 1\frac{13}{15} \cdot 1\frac{7}{8}}, \text{ otrzymamy}$$

$$C. \frac{12 \cdot 1\frac{1}{3} - [1\frac{6}{15} : \frac{21}{45} - (13 - 12\frac{16}{21}) \cdot (-4\frac{1}{5})]}{\frac{1}{4} : \frac{1}{2} + 1\frac{13}{15} \cdot 1\frac{7}{8}} =$$

$$= \frac{12 \cdot \frac{4}{3} - [\frac{21}{15} \cdot \frac{45}{21} - \frac{5}{21} \cdot (-\frac{21}{5})]}{\frac{1}{4} \cdot 2 + \frac{28}{15} \cdot \frac{15}{8}} = \frac{16 - (3 + 1)}{\frac{1}{2} + \frac{7}{2}} = \frac{16 - 4}{4} = \frac{12}{4} = 3.$$

8. Uporządkuj rosnąco liczby. $-2\frac{1}{2} < -2\frac{1}{3} < 0 < 1\frac{1}{4} < 2\frac{1}{5}$.

9. O ile liczba a jest mniejsza od liczby b ?

$$a = -3 - \left(1\frac{1}{7} + 1 : 1\frac{1}{6}\right) = -3 - \left(\frac{8}{7} + 1 \cdot \frac{6}{7}\right) = -3 - \left(\frac{8}{7} + \frac{6}{7}\right) = -3 - \frac{14}{7} = -3 - 2 = -5;$$

$$b = \left(0,3 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left[-4,2 - \left(-5\frac{3}{5}\right)\right] = (0,3 - 0,25) \cdot (-4,2 + 5,6) = 0,05 \cdot 1,4 = 0,07;$$

$$b - a = 0,07 - (-5) = 0,07 + 5 = 5,07.$$

Liczba a jest mniejsza od liczby b o 5,07.

10. Znajdź liczbę, której $\frac{3}{4}$ jest równe wartości liczbowej podanego wyrażenia.

x – szukana liczba;

$$\frac{3}{4} \cdot x = \frac{5}{24}; \quad x = \frac{5}{24} : \frac{3}{4} = \frac{5}{24} \cdot \frac{4}{3} = \frac{5}{18}. \text{ Szukaną liczbą jest } \frac{5}{18}.$$

Potęgi i pierwiastki

1. Zapisując liczbę $2\frac{1}{4}$ w postaci potęgi o wykładniku naturalnym, otrzymamy

$$\text{A. } 2\frac{1}{4} = \frac{9}{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \left(1\frac{1}{2}\right)^2.$$

2. Iloczyn $9^8 \cdot 9^6$ jest równy: C. $9^8 \cdot 9^6 = 9^{8+6} = 9^{14}$.

3. W którym przypadku znak równości wpisano prawidłowo? B. $5^7 : 5^4 = 5^3$.

4. Pierwiastkiem kwadratowym z liczby 196 jest liczba D. 14, bo $\sqrt{196} = 14$.

5. Liczba 16 jest pierwiastkiem sześciennym z liczby B. 4096, ponieważ $\sqrt[3]{4096} = 16$.

6. Określ prawdziwość zdań. FPPF

7. Liczbą mniejszą od liczby $6\sqrt{8}$ jest liczba:

$$\text{A. } 3\sqrt{12}, \text{ ponieważ } 6\sqrt{8} = \sqrt{288}; \quad 3\sqrt{12} = \sqrt{108}; \quad \sqrt{108} < \sqrt{288}.$$

8. Sumę liczb $16^{15} + 8^{20} + 4^{30} + 2^{60}$ przedstaw w postaci potęgi o podstawie 2.

$$16^{15} + 8^{20} + 4^{30} + 2^{60} = (2^4)^{15} + (2^3)^{20} + (2^2)^{30} + 2^{60} = 2^{60} + 2^{60} + 2^{60} + 2^{60} = 4 \cdot 2^{60} = 2^2 \cdot 2^{60} = 2^{62}$$

9. Oblicz, korzystając z własności potęg:

$$\text{a) } \frac{4^5 \cdot 5^3}{20^4} = \frac{4^5 \cdot 5^3}{(4 \cdot 5)^4} = \frac{4^5 \cdot 5^3}{4^4 \cdot 5^4} = 4 \cdot 5^{-1} = 4 \cdot \frac{1}{5} = \frac{4}{5},$$

$$\text{b) } \frac{2^9}{81} \cdot \frac{3^7}{4^5} = \frac{2^9}{3^4} \cdot \frac{3^7}{(2^2)^5} = \frac{2^9}{3^4} \cdot \frac{3^7}{2^{10}} = 2^{-1} \cdot 3^3 = \frac{1}{2} \cdot 27 = \frac{27}{2} = 13\frac{1}{2}.$$