

Michał Knauff

OBLICZANIE KONSTRUKCJI ŻELBETOWYCH WEDŁUG EUROKODU 2

WYDANIE III POSZERZONE



PWN

OBLICZANIE KONSTRUKCJI ŻELBETOWYCH WEDŁUG EUROKODU 2

Michał Knauff

OBLICZANIE KONSTRUKCJI ŻELBETOWYCH WEDŁUG EUROKODU 2

WYDANIE III POSZERZONE



PWN

Projekt okładki i stron tytułowych **Ireneusz Gawliński**

Ilustracja na okładce **Michał Knauff**

Wydawca **Karol Zawadzki**

Koordynator ds. redakcji **Adam Kowalski**

Redaktor **Agnieszka Grabarczyk**

Produkcja **Mariola Grzywacka**

Łamanie **ScanSystem.pl** **Ewa Szelatyńska**

Książka, którą nabyłeś, jest dziełem twórcy i wydawcy. Prosimy, abyś przestrzegał praw, jakie im przysługują. Jej zawartość możesz udostępnić nieodpłatnie osobom bliskim lub osobiście znanym. Ale nie publikuj jej w internecie. Jeśli cytujesz jej fragmenty, nie zmieniaj ich treści i koniecznie zaznacz, czyje to dzieło. A kopiując jej część, rób to jedynie na użytek osobisty.

Szanujmy cudzą własność i prawo.
Więcej na www.legalnakultura.pl
Polska Izba Książki

Copyright © by Wydawnictwo Naukowe PWN SA
Warszawa 2012, 2015, 2018

ISBN 978-83-01-19987-6

Wydanie III
Warszawa 2019

Wydawnictwo Naukowe PWN SA
02-460 Warszawa, ul. Gottlieba Daimlera 2
tel. 22 69 54 321; faks 22 69 54 288; infolinia 801 33 33 88
e-mail: pwn@pwn.com.pl; reklama@pwn.pl
www.pwn.pl

Druk i oprawa: OSDW Azymut Sp. z o.o

Spis treści

Podstawowe oznaczenia	XVII
Spis tablic	XXIX
1. Wstęp	1
2. Właściwości betonu	5
2.1. Uwagi wstępne, struktura a właściwości mechaniczne betonu	5
2.2. Doświadczalne wyznaczanie wytrzymałości betonu	9
2.2.1. Wytrzymałość na ściskanie	9
2.2.2. Wytrzymałość na rozciąganie	12
2.3. Wytrzymałość na ściskanie jako zmienna losowa o rozkładzie normalnym ..	14
2.4. Wytrzymałość charakterystyczna na ściskanie	16
2.4.1. Definicja wytrzymałości charakterystycznej	16
2.4.2. Kontrola jakości i wyznaczanie wytrzymałości betonu	17
2.5. Klasy wytrzymałości i wytrzymałość obliczeniowa betonu	21
2.5.1. Klasy wytrzymałości i cechy mechaniczne betonu	21
2.5.2. Wytrzymałość obliczeniowa	23
2.6. Zależność naprężenie-odkształcenie przy obciążeniu krótkotrwałym	24
2.6.1. Zależność naprężenie-odkształcenie zalecana do analizy konstrukcji	24
2.6.2. Zależności stosowane do analizy nośności granicznej	26
2.7. Wpływ wieku betonu na jego wytrzymałość i moduł sprężystości	29
2.8. Wytrzymałość w trójosiowym stanie naprężenia i wytrzymałość betonu skrępowanego	31
2.8.1. Uwagi ogólne	31
2.8.2. Wpływ wyężenia w dwu- i trójosiowych stanach naprężenia według normy [N1]	33
2.9. Skurcz	35
2.9.1. Skurcz swobodny, wpływ skurczu na konstrukcję, rodzaje skurczu	35

2.9.2.	Miarodajny wymiar h_0 i współczynnik k_h	38
2.9.3.	Odształcenia skurczowe – końcowe wartości i zależność od wieku betonu	39
2.10.	Pełzanie	41
2.10.1.	Definicja, pełzanie liniowe przy stałym naprężeniu	41
2.10.2.	Pełzanie nieliniowe	43
2.10.3.	Wyznaczanie wartości współczynnika pełzania	44
2.10.4.	Zmodyfikowany wiek betonu t_0	44
2.10.5.	Końcowy współczynnik pełzania $\varphi(\infty, t_0)$	46
2.10.6.	Współczynnik pełzania jako funkcja wieku betonu	48
2.10.7.	Uwagi o wpływie pełzania na konstrukcje z betonu	49
2.11.	Przykłady	51
3.	Zbrojenie – właściwości i ogólne zasady konstruowania	54
3.1.	Ogólna charakterystyka zbrojenia i wymagania norm projektowania	54
3.2.	Właściwości stali zbrojeniowej	55
3.2.1.	Podstawowe cechy zbrojenia i norma PN-EN 10080	55
3.2.2.	Granica plastyczności i wytrzymałość stali zbrojeniowej	57
3.2.3.	Zależność naprężenie-odkształcenie	57
3.2.4.	Ciągliwość	58
3.2.5.	Obliczeniowa granica plastyczności i uproszczony wykres σ - ε	59
3.2.6.	Uźbrowanie i średnica nominalna	61
3.2.7.	Inne właściwości stali zbrojeniowej	62
3.3.	Przykładowe rodzaje stali zbrojeniowej	62
3.3.1.	Stal według polskiej normy projektowania PN 2002	63
3.3.2.	Przykłady wyrobów dziś oferowanych na rynku	64
3.4.	Ogólne zasady konstruowania i kotwienia zbrojenia	65
3.4.1.	Uwagi wstępne	65
3.4.2.	Odstępy pomiędzy prętami	67
3.4.3.	Krzywizna prętów	67
3.4.4.	Przyczepność i podstawowa, wymagana długość zakotwienia $l_{b,rqd}$	71
3.4.5.	Wyznaczanie i odmierzanie obliczeniowej długości zakotwienia ...	75
3.5.	Połączenia prętów na zakład	79
3.5.1.	Rozmieszczanie połączeń na zakład i prętów w połączeniach	79
3.5.2.	Obliczeniowa długość zakładu	82
3.5.3.	Zbrojenie poprzeczne w strefie zakładu	83
3.6.	Połączenia na zakład siatek spajanych z prętów żebrowanych	85
3.6.1.	Połączenia zbrojenia głównego	85
3.6.2.	Zakłady zbrojenia drugorzędowego i rozdzielczego	86
3.7.	Dodatkowe wymagania dotyczące grubych prętów i wiązek prętów	86
3.7.1.	Pręty o dużych średnicach	86
3.7.2.	Wiązki prętów	87
3.7.3.	Zbrojenie przypowierzchniowe	88

4. Siły i naprężenia w przekrojach elementów żelbetowych	89
4.1. Uwagi wstępne	89
4.2. Fazowy opis stanu przekrojów żelbetowych	91
4.2.1. Osiowe rozciąganie	91
4.2.2. Zginanie	93
4.2.3. Przekroje z niezerową siłą podłużną i moment M_{s1}	94
4.3. Klasyczna teoria liniowa	97
4.3.1. Założenia, przekroje sprowadzone	97
4.3.2. Krzywizna i naprężenia	98
4.3.3. Faza I	101
4.3.4. Czyste zginanie w fazie II	101
4.3.5. Faza II przy $N \neq 0$	102
4.3.6. Faza II – rozciąganie z małym mimośrodem	104
4.3.7. Algorytmy teorii liniowej	105
4.3.8. Przykłady	107
5. Podstawy projektowania	115
5.1. Podstawowe wymagania	115
5.1.1. Uwagi wstępne i zastosowanie teorii niezawodności	115
5.1.2. Wymagania ogólne	118
5.2. Norma projektowania konstrukcji z betonu na tle systemu norm europejskich	120
5.3. Metoda współczynników częściowych (stanów granicznych)	123
5.3.1. Uwagi wstępne	123
5.3.2. Stany graniczne	123
5.3.3. Sytuacje obliczeniowe, oddziaływania charakterystyczne i reprezentatywne	125
5.3.4. Kombinacje oddziaływań i ogólne zasady sprawdzania stanów granicznych	127
5.3.5. Metoda współczynników częściowych – krótkie podsumowanie	130
5.4. Trwałość konstrukcji i otulenie zbrojenia	132
5.4.1. Podstawowe czynniki i zjawiska wpływające na trwałość	132
5.4.2. Środowisko – klasy ekspozycji i wymagane klasy wytrzymałości betonu	133
5.4.3. Ogólne zasady określania otulenia zbrojenia	137
5.4.4. Dodatkowe wymagania dotyczące otulenia	140
5.4.5. Odchyłki otulenia	140
5.4.6. Wyznaczanie otulenia – ujęcie algorytmiczne i przykład	141
5.5. Uwzględnianie pożaru w projektowaniu konstrukcji	143
5.5.1. Uwagi wstępne	143
5.5.2. Ogólne zasady projektowania i wpływ temperatur pożarowych na właściwości betonu i zbrojenia	144
5.5.3. Pożar nominalny i kryteria R, E, I	146

5.5.4.	Stosowanie metody częściowych współczynników do sprawdzania kryterium R	147
5.5.5.	Projektowanie tabelaryczne	149
5.5.6.	Odpryskiwanie i odpadanie betonu oraz konstrukcja połączeń	161
5.5.7.	Beton wysokiej wytrzymałości	162
5.5.8.	Obliczanie nośności w warunkach pożaru metodą izotermy 500 ...	163
5.5.9.	Zasady konstruowania zwiększające bezpieczeństwo pożarowe konstrukcji	166
6.	Nośność graniczna przekrojów normalnych – podstawy teorii	169
6.1.	Uwagi wstępne	169
6.2.	Nośność graniczna według Eurokodu	170
6.2.1.	Założenia Eurokodu	170
6.2.2.	Wybrane założenia Eurokodu zastosowane w książce	173
6.3.	Naprężenia i siły w stanie granicznym nośności	175
6.4.	Obliczanie nośności przekrojów o dowolnym kształcie	177
6.5.	Graniczny zasięg strefy ściskanej i racjonalne zbrojenie belek	180
7.	Zginanie	183
7.1.	Przekroje prostokątne	183
7.1.1.	Podstawowe zależności	183
7.1.2.	Podstawowe zależności w funkcji zmiennych bezwymiarowych	186
7.1.3.	Obliczanie przekrojów pojedynczo zbrojonych	189
7.1.4.	Algorytmy, wykresy, tablice	190
7.1.5.	Przekroje podwójnie zbrojone	199
7.2.	Przekroje teowe i inne obliczane jako teowe	202
7.2.1.	Uwagi wstępne	202
7.2.2.	Stosowanie prostokątnego wykresu naprężeń w betonie	202
7.2.3.	Obliczanie zbrojenia i nośności przekrojów teowych	205
7.2.4.	Przekroje skrzynkowe i inne obliczane jako teowe	208
7.3.	Minimalne i maksymalne zbrojenie podłużne elementów zginanych	210
7.3.1.	Zbrojenie minimalne	210
7.3.2.	Zbrojenie maksymalne	213
7.4.	Przykłady	214
8.	Obliczanie przekrojów, na które działa moment zginający i siła podłużna	221
8.1.	Uwagi wstępne	221
8.2.	Przekrój prostokątny – siły wewnętrzne i odkształcenia w stanie granicznym	222
8.3.	Obliczanie momentu granicznego	225
8.4.	Obliczanie przekrojów symetrycznie zbrojonych za pomocą krzywych granicznych	231
8.4.1.	Stosowanie przekrojów symetrycznie zbrojonych	231

8.4.2.	Krzywa graniczna przekroju	231
8.4.3.	Obliczanie przekrojów prostokątnych i kołowych	233
8.5.	Obliczanie zbrojenia niesymetrycznego	240
8.5.1.	Podstawowe zależności – przypadki CT i CC	240
8.5.2.	Obliczanie zbrojenia w przypadku CT	244
8.5.3.	Obliczanie zbrojenia w przypadku CC	246
8.5.4.	Algorytmy UU	247
8.6.	Ukośne zginanie	249
8.7.	Elementy rozciągane	251
8.8.	Obliczanie zbrojenia za pomocą komputerów	254
8.9.	Przykłady	256
9.	Analiza konstrukcji	264
9.1.	Zakres i zadania analizy konstrukcji	264
9.2.	Idealizacja kształtu konstrukcji i obliczanie ustrojów jednokierunkowo zginanych	268
9.2.1.	Uwagi wstępne	268
9.2.2.	Płyty, belki, słupy, ściany, tarcze – podstawowe definicje	269
9.2.3.	Schematy statyczne, rozpiętości efektywne i kombinacje obciążeń	271
9.2.4.	Obliczanie belek ciągłych	278
9.2.5.	Wymagania dotyczące minimalnych momentów w przęsłach i na podporach	285
9.2.6.	Efektywna szerokość pólek przekrojów teowych	286
9.3.	Elementy usztywniające i usztywnione	287
9.4.	Imperfekcje geometryczne konstrukcji i elementów wydzielonych	289
9.4.1.	Definicja elementów wydzielonych	289
9.4.2.	Rodzaje imperfekcji	289
9.4.3.	Wpływ nachylenia konstrukcji na siły wewnętrzne	290
9.4.4.	Trzy podstawowe zagadnienia związane z wpływem imperfekcji ...	292
9.4.5.	Przykłady zastosowania przepisów normy do analizy wpływu imperfekcji	295
9.5.	Wpływ efektów drugiego rzędu na elementy ściskane	302
9.5.1.	Ogólne zasady uwzględniania efektów drugiego rzędu	302
9.5.2.	Efektywna długość elementów wydzielonych	305
9.5.3.	Wspólne zasady metod polegających na analizie wydzielonych elementów	309
9.5.4.	Metoda nominalnej sztywności i współczynnik powiększenia momentu	310
9.5.5.	Metoda nominalnej krzywizny	314
9.5.6.	Pomijanie wpływu efektów drugiego rzędu na elementy wydzielone	316
9.5.7.	Krytyczne przekroje w słupach, algorytmy i postępowanie iteracyjne	319
9.5.8.	Wpływ efektów drugiego rzędu na słupy w niektórych typach budynków	322

9.5.9.	Globalne efekty drugiego rzędu	324
9.5.10.	Przykłady	328
10.	Ścinanie	336
10.1.	Uwagi wstępne	336
10.2.	Ogólne zasady sprawdzania nośności na ścinanie	342
10.3.	Zasady konstruowania zbrojenia na ścinanie	344
10.4.	Minimalne zbrojenie poprzeczne	347
10.5.	Przypadki, w których obliczanie zbrojenia na ścinanie jest zbędne	349
10.5.1.	Siła graniczna $V_{Rd,c}$	349
10.5.2.	Obliczeniowa wartość siły poprzecznej V_{Ed}	352
10.5.3.	Przykłady	353
10.6.	Przypadki, w których należy obliczyć zbrojenie na ścinanie	356
10.6.1.	Model kratownicowy i warunki równowagi	356
10.6.2.	Pionowe zbrojenie na ścinanie	358
10.6.3.	Ukośne strzemiona i pręty odgięte	363
10.6.4.	Obliczeniowa wartość siły poprzecznej V_{Ed}	364
10.6.5.	Optymalne projektowanie strzemion pionowych	365
10.6.6.	Nośność jako funkcja zbrojenia i maksymalne zbrojenie na ścinanie	370
10.6.7.	Elementy z nierównoległymi krawędziami	372
10.6.8.	Projektowanie zbrojenia na ścinanie – podsumowanie	372
10.6.9.	Przykłady	375
10.7.	Ścinanie między półkami i środkiem w elementach teowych	381
10.7.1.	Naprężenia styczne w styku i graniczne wartości tych naprężeń	381
10.7.2.	Miarodajne wartości siły F_d i naprężeń stycznych v_{Ed}	384
10.7.3.	Rola zbrojenia na zginanie płyty i łączne zbrojenie poprzeczne w styku	388
10.7.4.	Przykład	389
10.7.5.	Uwagi o zbrojeniu układów płyta-żebro-podciąg	392
10.8.	Przebiecie	393
10.8.1.	Uwagi wstępne	393
10.8.2.	Podstawy teorii według [N1]	395
10.8.3.	Sprawdzanie przebiecia w ustrojach usztywnionych	400
10.8.4.	Szczegółowe zasady wyznaczania obwodów kontrolnych	401
10.8.5.	Wyznaczanie krytycznego obwodu kontrolnego w fundamentach ..	404
10.8.6.	Współczynniki β i k w najważniejszych szczególnych przypadkach ..	405
10.8.7.	Zbrojenie na przebiecie	407
10.8.8.	Algorytmy	415
10.8.9.	Przykłady	419
10.8.10.	Komentarz	423
11.	Skręcanie	424
11.1.	Uwagi wstępne	424

11.1.1.	Przykłady skręcania i pomijanie skręcania w obliczeniach	424
11.1.2.	Naprężenia styczne wywołane skręcaniem	426
11.2.	Cienkościenny przekrój zamknięty jako model przekroju żelbetowego	427
11.3.	Wymagania konstrukcyjne	429
11.4.	Warunki równowagi w stanie granicznym nośności na skręcanie	430
11.5.	Wymiarowanie przekrojów prostokątnych na jednoczesne skręcanie i ścinanie	433
11.5.1.	Maksymalna nośność ze względu na beton	433
11.5.2.	Przypadki, w których obliczanie zbrojenia poprzecznego jest zbędne	434
11.5.3.	Obliczanie zbrojenia	434
11.6.	Przykłady	434
12.	Ogólne zasady analizy konstrukcji	438
12.1.	Ogólna charakterystyka metod analizy zalecanych w normie	438
12.2.	Działy mechaniki a modele do analizy konstrukcji z betonu	440
12.3.	Stosowanie teorii plastyczności	441
12.3.1.	Uwagi wstępne	441
12.3.2.	Przeguby plastyczne, redystrybucja momentów zginających, przykład	442
12.3.3.	Graniczny kąt obrotu w strefie przegubu plastycznego	445
12.3.4.	Ograniczenia zastępujące sprawdzanie kątów obrotu	446
12.4.	Liniowe i nieliniowe metody obliczeń i efekty drugiego rzędu	448
12.4.1.	Zasady ogólne	448
12.4.2.	Klasyfikacja metod obliczeń	450
13.	Stany graniczne użyteczności – wymagania ogólne, obliczanie naprężeń	454
13.1.	Podstawowe wymagania i zasady	454
13.2.	Ograniczenia naprężeń	456
13.2.1.	Ograniczenia naprężeń ściskających w betonie	456
13.2.2.	Ograniczenia naprężeń rozciągających w zbrojeniu	458
13.3.	Siła rysująca i moment rysujący	459
13.4.	Obliczanie naprężeń	462
13.4.1.	Zastosowanie teorii klasycznej	462
13.4.2.	Uprozczone obliczanie naprężeń	463
13.4.3.	Przykłady	465
14.	Zarysowanie	467
14.1.	Zarysowanie jako zjawisko i wymagania normy	467
14.1.1.	Rysy wywołane oddziaływaniami bezpośrednimi	468
14.1.2.	Rysy spowodowane ograniczeniem swobody odkształceń	468
14.1.3.	Przeciwdziałanie zarysowaniu spowodowanemu skrępowaniem odkształceń	472
14.2.	Wymagania dotyczące zarysowania konstrukcji	473

14.3.	Obliczanie rozstawu i szerokości rys	475
14.3.1.	Założenia teorii	475
14.3.2.	Wpływ przyczepności na rozstaw rys	478
14.3.3.	Efektywne pole rozciągane	479
14.3.4.	Wpływ otulenia i wymiarów strefy rozciąganej	480
14.3.5.	Obliczanie rozstawu rys	481
14.3.6.	Szerokość rys	482
14.4.	Kontrola zarysowania na podstawie tablicy maksymalnych średnic zbrojenia	488
14.5.	Przykład	490
15.	Minimalne zbrojenie ze względu na zarysowanie	493
15.1.	Do czego służy minimalne zbrojenie ze względu na zarysowanie?	493
15.2.	Doktryna i podstawowy wzór normy [N1] oraz uzupełnienia niemieckie	496
15.2.1.	Doktryna	496
15.2.2.	Sprawdzanie minimalnego zbrojenia, efektywna wytrzymałość $f_{ct,eff}$ i współczynnik k	496
15.2.3.	Uzupełnienia niemieckie do normy europejskiej	499
15.3.	Uproszczone wyznaczanie minimalnego zbrojenia	501
15.4.	Minimalne zbrojenie ze względu na naprężenia termiczno-skurczowe	506
15.4.1.	Naprężenia wywołane odpływem ciepła hydratacji i skurczem betonu	506
15.4.2.	Obliczanie naprężeń wymuszonych	509
15.4.3.	Termin 1 – temperatura i naprężenia wywoływane hydratacją cementu	513
15.4.4.	Termin 2 – odkształcenia i naprężenia wywołane skurczem betonu	515
15.5.	Przykłady	516
15.6.	Podsumowanie	536
16.	Sztywność, krzywizna i ugięcia elementów zginanych	538
16.1.	Uwagi wstępne	538
16.2.	Wymagania dotyczące ugięć	539
16.3.	Sztywność	540
16.3.1.	Sztywność elementów zginanych w fazach I i II	540
16.3.2.	Sztywność elementów ściskanych	542
16.4.	Uśredniona krzywizna i obliczanie ugięć przez całkowanie	542
16.5.	Przybliżone obliczanie ugięć na podstawie najmniejszej sztywności pręśła	547
16.5.1.	Podstawowe wzory	547
16.5.2.	Obliczanie ugięć wywołanych przyrostami obciążenia	549
16.6.	Kontrola ugięć przez ograniczenie smukłości elementów zginanych	550
16.7.	Przykłady	553

17. Dwuosiowy rozkład naprężeń i projektowanie za pomocą modeli ST	559
17.1. Uwagi wstępne	559
17.2. Obliczanie zbrojenia na podstawie naprężeń	560
17.2.1. Obliczanie zbrojenia według Załącznika F do normy [N1]	560
17.3. Projektowanie za pomocą modeli ST	567
17.3.1. Uwagi wstępne	567
17.3.2. Obszary typu B i typu D – schemat projektowania metodą ST	568
17.3.3. Naprężenia graniczne w prętach S i T	570
17.3.4. Węzły i strefy węzłowe	573
17.3.5. Przykład	577
17.4. Krótkie wsporniki	579
17.4.1. Kształt, podstawowe wymagania	579
17.4.2. Obliczanie zbrojenia głównego	581
17.4.3. Obliczanie strzemion	584
17.4.4. Przykład	586
18. Zasady konstruowania	590
18.1. Uwagi wstępne	590
18.2. Wpływ siły poprzecznej na siłę w zbrojeniu podłużnym	591
18.3. Rozciągane zbrojenie podłużne – rozmieszczanie i kotwienie na podporach	596
18.3.1. Rozmieszczanie zbrojenia podłużnego	596
18.3.2. Kotwienie zbrojenia dolnego na podporach skrajnych	596
18.4. Płyty	600
18.4.1. Grubość, głębokość oparcia i zakotwienie zbrojenia na podporach	600
18.4.2. Zbrojenie na zginanie	601
18.4.3. Zbrojenie krawędzi swobodnych i naroży	604
18.4.4. Zbrojenie na ścinanie	605
18.4.5. Wpływ elementów ograniczających ugięcia stropów, obciążenia lokalne i obrzeża otworów	605
18.5. Belki	606
18.5.1. Kształt, wysokość i proporcje belek, zbrojenie minimalne i maksymalne	606
18.5.2. Zakotwienia zbrojenia przęsłowego na podporach	609
18.5.3. Zbrojenie górne nad podporami belek	610
18.5.4. Ściskane zbrojenie podłużne	611
18.5.5. Zbrojenie na ścinanie i na skręcanie	611
18.5.6. Zbrojenie w skrzyżowaniach belek	611
18.5.7. Zbrojenie przypowierzchniowe i zbrojenie wysokich belek	612
18.6. Słupy	613
18.6.1. Zbrojenie podłużne	613
18.6.2. Zbrojenie poprzeczne	613
18.7. Ściany	615
18.8. Systemy wiążące i wieńce	616

18.8.1.	Podstawowe zasady	616
18.8.2.	Wieńce obwodowe	617
18.8.3.	Wieńce wewnętrzne	617
18.8.4.	Powiązania poziome stropów ze słupami i/lub ścianami	618
18.8.5.	Powiązania pionowe	618
18.9.	Fundamenty	619
18.9.1.	Ławy i stopy niezbrojone	619
18.9.2.	Zakotwienie zbrojenia głównego fundamentów	619
18.10.	Zbrojenie elementów załamanych i zakrzywionych	622
19.	Konstrukcje sprężone	624
19.1.	Uwagi wstępne, idea konstrukcji sprężonych	624
19.1.1.	Uwagi wstępne	624
19.1.2.	Oddziaływanie siły sprężającej na beton	625
19.2.	Obliczanie naprężeń w przekrojach elementów sprężonych	632
19.3.	Stal sprężająca – właściwości, naprężenia graniczne	633
19.3.1.	Rodzaje stali sprężającej, wymagania, zależność naprężenie-odkształcenie	633
19.3.2.	Stal sprężająca według normy [N5]	634
19.3.3.	Relaksacja	634
19.3.4.	Naprężenia graniczne	636
19.4.	Straty sprężenia	637
19.4.1.	Rodzaje strat sprężenia	637
19.4.2.	Straty wywołane pielęgnacją cieplną betonu	637
19.4.3.	Straty spowodowane odkształceniem sprężystym betonu	638
19.4.4.	Relaksacja stali sprężającej jako przyczyna strat sprężenia	641
19.4.5.	Tarcie kabli o ścianki kanałów	642
19.4.6.	Straty w zakotwieniu	644
19.4.7.	Straty opóźnione	648
19.5.	Stan graniczny użytkowalności – wymagania	652
19.5.1.	Zasady ogólne	652
19.5.2.	Ograniczenia naprężeń w betonie w sytuacji początkowej	653
19.5.3.	Ograniczenia naprężeń w betonie w sytuacji trwałej	654
19.5.4.	Graniczna szerokość rys i warunek dekompresji	655
19.5.5.	Moment rysujący, siła rysująca i minimalne zbrojenie	656
19.5.6.	Graniczne ugięcia	657
19.5.7.	Niejawne wymagania implikowane przez metodę obliczeń	658
19.5.8.	Stosowanie wytrzymałości $f_{ctm,fl}$ w elementach zginanych	658
19.5.9.	Stosowanie wymagań dotyczących naprężeń i zarysowania	659
19.6.	Obliczanie szerokości rys, minimalnego zbrojenia i sprawdzanie wymagania dekompresji	662
19.6.1.	Szerokość rys i minimalne zbrojenie ze względu na zarysowanie ..	662
19.6.2.	Minimalne zbrojenie ze względu na zarysowanie	665
19.6.3.	Sprawdzanie wymagania dekompresji	666

19.7. Obliczanie ugięć	666
19.8. Nośność graniczna przekrojów sprężonych	668
19.8.1. Zasady ogólne	668
19.8.2. Nośność graniczna na zginanie w sytuacji trwałej	670
19.8.3. Nośność graniczna na zginanie w sytuacji początkowej	674
19.9. Ścinanie	677
19.9.1. Uwagi ogólne	677
19.9.2. Ścinanie na odcinkach niezarysowanych	679
19.9.3. Ścinanie na odcinkach zarysowanych	682
19.10. Strefa przypodporowa	683
19.10.1. Strefa zakotwień	683
19.10.2. Strefa zakotwień i zakotwienie cięgien w strunobetonie	687
19.11. Osiowo sprężone słupy o przekroju prostokątnym	691
19.12. Przykłady	695
Załączniki	712
Literatura	723

Podstawowe oznaczenia

Duże litery łacińskie

A	– pole przekroju
A_c	– pole przekroju betonu
$A_{c,eff}$	– efektywne pole rozciągane
A_{cs}, I_{cs}	– pole przekroju, moment bezwładności przekroju sprowadzonego (faza I)
A_{ct}	– pole przekroju betonu strefy rozciąganej, powstającej bezpośrednio przed zarysowaniem
A_d	– obliczeniowe oddziaływanie wyjątkowe (w p. 5.3)
A_I, A_{II}	– pole przekroju sprowadzonego, odpowiednio, w fazie I i II
A_{load}	– pole obciążenia
A_p	– pole przekroju stali sprężającej
$A_s, A_{s1}, A_{s2}, A_{si}$	– pole przekroju zgrupowanego zbrojenia, pole przekroju zbrojenia w pierwszej, drugiej, i -tej grupie
A_{sk}	– efektywne pole skuteczne wyznaczone według [DN4]
$A_{s,single}$	– pole przekroju jednego pręta w połączeniu na zakład
A_{sw}	– pole powierzchni przekroju (w mm^2) zbrojenia na przebicie, leżącego na jednym obwodzie otaczającym słup
A_{sw}	– pole przekroju poprzecznego jednego zestawu zbrojenia na ścinanie (np. dwóch strzemion, gdy zastosowano strzemiona podwójne)
A_{swt}	– pole przekroju zbrojenia poprzecznego, które mieści się w jednej ścianie modelu, stosowanego do obliczania ze względu na skręcanie
$A_{s,min}$	– minimalne pole przekroju zbrojenia
B	– sztywność przekroju elementu zginanego

B_I, B_{II}	– sztywność przekroju elementu zginanego w fazie I, w czystej fazie II
C	– ilość cementu w m^3 betonu
C	– siła równa $\alpha_{cw} \nu f_{cd} b_w z$
C	– stała równa $E_s \varepsilon_{cu2} / f_{yd}$
E_c	– moduł sprężystości betonu, ogólnie (w normach przyjmuje wartości E_{cm} lub $E_{c,eff}$)
E_{cm}	– średni moduł sprężystości betonu
$E_{c,eff}$	– efektywny (zależny od pełzania) moduł sprężystości betonu
E_s	– moduł sprężystości stali
E_p	– moduł sprężystości stali sprężającej
F_s	– siła w zbrojeniu rozciągany
F_{s0}	– siła w zbrojeniu rozciągany wyznaczona bez uwzględnienia wpływu sił poprzecznych
F_t	– siła, która powinna przenosić zbrojenie poprzeczne w styku półki ze środkiem
G, G_k, G_{ki}	– obciążenie stałe, wartość charakterystyczna obciążenia stałego, wartość charakterystyczna i -tego obciążenia stałego
H_i	– siła pozioma wywołana nachyleniem konstrukcji
J (lub I)	– moment bezwładności
J_I, J_{II}	– moment bezwładności przekroju sprowadzonego w fazie I i w czystej fazie II
K	– stała równa $E_s \varepsilon_{ce} / f_{yk}$
M	– moment zginający
M_{char}	– moment wywołany charakterystyczną kombinacją oddziaływań
M_{cr}	– moment rysujący
M_{Ed}	– moment zginający wywołany obciążeniem obliczeniowym
M_{fr}	– moment wywołany częstą (<i>frequent</i>) kombinacją oddziaływań
M_{lim}	– obliczeniowy moment graniczny, który osiąga się w przekroju pojedynczo zbrojonym, gdy $\xi = \xi_{lim}$
M_p	– moment zginający wywołany przez sprężenie
M_{qp}	– moment wywołany <i>quasi</i> -stałą (indeks pochodzi od <i>quasi</i> -permanent) kombinacją oddziaływań
M_{Rd}	– obliczeniowy moment graniczny miarodajny do sprawdzania SGN
M_{Rd1}	– obliczeniowy moment graniczny względem zbrojenia A_{s1} , miarodajny do sprawdzania SGN
M_{s1}, M_{Ed1}	– moment sił wewnętrznych względem zbrojenia A_{s1} (definicja w p. 4.2.3)
N	– siła podłużna
N_{cr}	– siła rysująca
N_{Ed}	– siła podłużna wywołana obciążeniem obliczeniowym

N_{Rd}	– graniczna, obliczeniowa siła podłużna
P	– siła sprężająca (w rozdziale 19)
P	– oddziaływanie sprężenia (w p. 5.3)
P_c	– siła ściskająca wytworzona przez naprężenia w betonie
P_f	– prawdopodobieństwo zniszczenia elementu konstrukcji (w rozdziale 5)
P_0	– siła naciągu
$P_{mt}(x)$	– średnia siła sprężająca w punkcie x rozpatrywana jako funkcja czasu t
P_{m0}	– średnia siła sprężająca po stratach doraźnych ($t = 0$)
Q, Q_k, Q_{ki}	– obciążenie zmienne, wartość charakterystyczna obciążenia zmiennego, wartość charakterystyczna i -tego obciążenia zmiennego
Q_7	– ciepło hydratacji cementu po 7 dniach
RH	– wilgotność względna
S	– moment statyczny
S	– siła w pręcie ściskanym modelu ST
S	– siła styczna na jednostkę długości ścianki modelu w obliczeniach ze względu na skręcanie
S	– stała równa bdf_{cd}
S_{cc}	– moment statyczny pola strefy ściskanej o zasięgu λx względem środka ciężkości przekroju
S_p	– moment statyczny pola przekroju sprowadzonego (p oznacza numer fazy)
SGN	– stan graniczny nośności
SGU	– stan graniczny użyteczności
SLS	– od ang. <i>serviceability limit state</i>
T	– moment skręcający
T	– siła w pręcie rozciągany modelu ST
T_a	– temperatura otoczenia
T_{b0}	– temperatura początkowa betonu
T_{int}	– temperatura we wnętrzu ściany
T_m	– temperatura średnia (w ścianie lub płycie)
T_p	– temperatura na powierzchni ściany
T_{Ed}	– moment skręcający wywołany obciążeniem obliczeniowym
T_{Rd}	– graniczny moment skręcający miarodajny do sprawdzania SGN
$T_{Rd,c}$	– rysujący moment skręcający
ULS	– od ang. <i>ultimate limit state</i>
V	– siła poprzeczna
V_{ccd}, V_{td}	– poprzeczne składowe sił w pasach ściskanym i rozciągany (w p. 10.6.7)

V_{Ed}	– siła poprzeczna wywołana obciążeniem, miarodajna do sprawdzania SGN
$V_{Ed,red}$	– obliczeniowa siła przebijająca zmniejszona o obciążenie działające na blok wycięty przez obwód kontrolny
$V_{Ed,0}$	– siła poprzeczna przy podporze
V_{Rd}	– graniczna siła poprzeczna miarodajna do sprawdzania SGN
$V_{Rd,c}$	– graniczna siła poprzeczna na odcinkach niewymagających zbrojenia na ścinanie
$V_{Rd,s}$	– graniczna siła poprzeczna ze względu na nośność zbrojenia poprzecznego
$V_{Rd,max}$	– maksymalna, graniczna siła poprzeczna, osiągana przy wyczerpaniu nośności betonu na ściskanie
W_1	– wskaźnik oporu plastycznego podstawowego obwodu kontrolnego u_1

Małe litery łacińskie

a	– odległość od wypadkowej siły w grupie prętów zbrojenia do krawędzi przekroju
a_1, a_2	– odległości od krawędzi przekroju do wypadkowej siły w prętach A_{s1}, A_{s2}
a_i	– odległość od krawędzi i -tej podpory do teoretycznego punktu podparcia
a_l	– długość odcinka między obwiednią sił w zbrojeniu a obwiednią poszerzoną
b	– szerokość przekroju
b_f	– szerokość półki przekroju teowego
b_w	– szerokość przekroju, grubość środnika w przekroju teowym
c	– grubość otulenia zbrojenia
c_b	– ciepło właściwe betonu
$c_{min,b}$	– otulenie minimalne ze względu na przyczepność
$c_{min,dur}$	– otulenie minimalne ze względu na trwałość
c_{nom}	– otulenie nominalne
d	– wysokość użyteczna
d_s	– odległość między grupami zbrojenia A_{s1} i A_{s2}
d_x, d_y, d_{eff}	– wysokości użyteczne dotyczące zbrojenia w kierunkach x i y , efektywna wysokość użyteczna
e	– mimośród
e_0	– mimośród minimalny (w p. 6.2)

e_i	– mimośród wywołany imperfekcjami
e_{s1}	– mimośród siły względem zbrojenia A_{s1} (definicja w p. 4.2.3)
e_{s1}, e_{s2}	– mimośrodowe wypadkowe siły przekrojowej względem zbrojeń A_{s1} i A_{s2}
f, f_I, f_{II}	– ugięcie, ugięcie według teorii fazy I i według teorii fazy II
f_{bd}	– graniczne, obliczeniowe naprężenie przyczepności
$f_c, f_{ck}, f_{cd}, f_{cm}$	– wytrzymałość betonu na ściskanie: w sensie ogólnym, wartość charakterystyczna, wartość obliczeniowa, wartość średnia
$f_{ck}(t_0)$	– wytrzymałość charakterystyczna betonu w wieku t_0
$f_{c,cyl}$	– wytrzymałość betonu na ściskanie wyznaczona na podstawie badania walców o średnicy 15 cm i wysokości 30 cm
$f_{c,cube}$	– wytrzymałość betonu na ściskanie wyznaczona na podstawie badania sześcianów o boku 15 cm
f_{cs}	– ugięcie wywołane przez skurcz betonu
$f_{ct}, f_{ctk}, f_{ctd}, f_{ctm}$	– wytrzymałość betonu na rozciąganie: w sensie ogólnym, wartość charakterystyczna, wartość obliczeniowa, wartość średnia
$f_{ctd,pl}$	– obliczeniowa wytrzymałość na rozciąganie betonu niezbrojonego
$f_{ct,eff}$	– efektywna wytrzymałość na rozciąganie
$f_{ct,fl}$	– wytrzymałość betonu na rozciąganie przy zginaniu
$f_{ctm,fl}$	– wytrzymałość betonu na rozciąganie przy zginaniu, średnia
$f_{ct,sp}$	– wytrzymałość betonu na rozciąganie wyznaczona przez rozłupywanie
f_p	– ugięcie od sprężenia (zwykle ujemne)
f_{pd}	– obliczeniowa wartość granicy plastyczności stali sprężającej
f_{pk}	– charakterystyczna wartość granicy plastyczności stali sprężającej
f_t	– wytrzymałość stali
f_y	– granica plastyczności stali w sensie ogólnym
f_{yk}, f_{yd}	– wartość charakterystyczna, wartość obliczeniowa granicy plastyczności stali
$f_{0,2k}$	– umowna 0,2% granica plastyczności stali (ang. <i>proof stress</i>)
f_M	– ugięcie wywołane obciążeniami innymi niż sprężenie
g, g_k	– obciążenie stałe, wartość charakterystyczna obciążenia stałego
h	– wysokość przekroju, grubość płyty
$h_{c,ef}$	– wysokość efektywnego pola rozciąganego
h_{ef}	– grubość płyty
h_f	– grubość półki przekroju teowego
h_{sk}	– wymiar pola A_{sk}
h_0	– miarodajny wymiar przekroju
k	– współczynnik stosowany do uwzględnienia wpływu samorozrównoważonych, rozłożonych nieliniowo naprężeń normalnych

k	– współczynnik przedstawiający udział pionowych naprężeń stycznych w przenoszeniu momentu
k	– suma kątów niezamierzonych zakrzywień trasy na metr długości kabla (w rozdziale 19)
k_1, k_2	– względne naprężenia w zbrojeniu $k_1 = \sigma_{s1}/f_{yd}, k_2 = \sigma_{s2}/f_{yd}$
k_1, k_2, k_t	– współczynniki stosowane do obliczania rozstawu i szerokości rys
k_c	– bezwymiarowy współczynnik, zależny od rozkładu naprężeń bezpośrednio przed i bezpośrednio po zarysowaniu
k_h	– współczynnik zależny od miarodajnego wymiaru przekroju
k_t	– współczynnik, stosunek średniego naprężenia w betonie do $f_{ct,eff}$
l_{disp}	– długość dyspersji
l_{eff}	– rozpiętość efektywna
$l_{b,rqd}$	– podstawowa, wymagana długość zakotwienia
l_{bd}	– obliczeniowa długość zakotwienia
l_{pt}	– długość zakotwienia (transmisji) potrzebna do osiągnięcia siły P
l_0	– obliczeniowa długość zakładu
l_0	– odległość między punktami zerowymi wykresu momentów w belce
$m_{Ed}, m_{Ed1}, m_{Rd}, m_{Rd1}$	– względne wartości momentów M_{Ed}, M_{Ed1}, M_{Rd} i M_{Rd1} , tzn. wartości tych momentów podzielone przez $bd^2 f_{cd}$
n	– wykładnik potęgi we wzorach przedstawiających zależność $\sigma_c - \varepsilon_c$
n_{Ed}	– względna wartość siły N_{Ed} równa N_{Ed}/bdf_{cd}
p, p_k	– obciążenie całkowite (suma stałego i zmiennego), wartość charakterystyczna obciążenia całkowitego
q, q_k	– obciążenie zmienne, wartość charakterystyczna obciążenia zmiennego
r	– promień bezwładności przekroju
x	– zasięg strefy, w której beton ulega skróceniu
x_{lim}	– graniczny zasięg strefy, w której beton ulega skróceniu
x_0	– odległość od bardziej ściskanej krawędzi przekroju do środka ciężkości przekroju sprowadzonego
s	– rozstaw prętów zbrojenia, rozstaw strzemion
s_r	– rozstaw obwodów zbrojenia na przebiecie mierzony wzdłuż promienia
s_0	– odstęp między prętami zbrojenia (mierzony w świetle)
s_{r0}	– długość strefy odprężenia wytworzonej przez pierwszą rysę
$s_{r,max}$	– maksymalny rozstaw rys

t	– grubość ścianki modelu stosowanego do obliczania ze względu na skręcanie
t	– grubość płyty
$t_{ef,i}$	– efektywna grubość i -tej ścianki modelu stosowanego do obliczeń na skręcanie
t	– wiek betonu, czas
$t_{0,T}$	– wiek betonu skorygowany ze względu na temperaturę
t_0	– zmodyfikowany wiek betonu wyznaczany w zależności od rodzaju cementu na podstawie $t_{0,T}$
u_0	– obwód słupa (dla słupów narożnych lub krawędziowych – część obwodu)
u_1	– długość podstawowego obwodu kontrolnego
u_i	– długość obwodu kontrolnego
u_{load}	– długość obwodu pola obciążenia
$u_{out,ef}$	– długość obwodu, na zewnątrz którego nie trzeba obliczać zbrojenia na przebicie
v_{Ed}	– obliczeniowe naprężenie styczne
v_{Rd}	– obliczeniowe, graniczne naprężenie styczne w fundamentach bez zbrojenia na przebicie
$v_{Rd,c}$	– obliczeniowe, graniczne naprężenie styczne w podstawowym przekroju kontrolnym u_1 w płytach stropowych bez zbrojenia na przebicie
$v_{Rd,cs}$	– obliczeniowe, graniczne naprężenie styczne w przekroju kontrolnym w elemencie mającym zbrojenie na przebicie
$v_{Rd,max}$	– maksymalne obliczeniowe, graniczne naprężenie styczne w przekroju kontrolnym – naprężenie to jest związane w wy-czerpaniem wytrzymałości betonu na ściskanie
w_k	– szerokość rys
w_{max}	– graniczna, maksymalna szerokość rys
x	– odległość od punktu przyłożenia siły P_{max} do rozpatrywanego przekroju mierzona wzdłuż kabla (w rozdziale 19)
x	– zasięg strefy, w której beton doznaje skrócenia, a jeśli skrócenia występują na całej wysokości przekroju, to odległość od najbardziej ściskanego skrajnego włókna do punktu zero-wego wykresu odkształceń (leżącego poza przekrojem)
z	– ramię sił wewnętrznych
z	– współrzędna (w rozdziałach 4 i 19)
z_{cp}	– mimośród siły sprężającej

Litery greckie

α	– kąt nachylenia zbrojenia poprzecznego
$\alpha_{0,\max}$	– stosunek pola przekroju zbrojenia zakotwionego na podporze A_{s0} do pola zbrojenia w przęśle A_{s1}
α_1, α_2	– w wywodach dotyczących nośności granicznej (np. w rozdziałach 6, 7 i 8) względne siły graniczne w grupach zbrojenia: $\alpha_1 = (A_{s1}f_{yd})/(bdf_{cd})$, $\alpha_2 = (A_{s2}f_{yd})/(bdf_{cd})$
$\alpha, \alpha_1, \alpha_2$	– w wywodach dotyczących obliczania naprężeń według teorii liniowej (np. w rozdziale 4) iloczyny α_e lub $\alpha_{e,t}$ i ρ, ρ_1, ρ_2
$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$	– współczynniki do obliczania l_{bd} i l_0 na podstawie $l_{b,rqd}$ (w p. 3.4.5)
α_{cw}	– współczynnik do obliczania maksymalnej siły granicznej w krzyżulcach ściskanych, zależny od poziomu średnich naprężeń ściskających
α_e	– stosunek modułów sprężystości stali E_s i betonu (E_c albo E_{cm})
$\alpha_{e,t}$	– stosunek modułu sprężystości stali do efektywnego modułu sprężystości betonu
α_p	– współczynnik wymiany ciepła z otoczeniem
β	– wskaźnik niezawodności (w rozdziale 5)
β	– współczynnik zależny od położenia siły skupionej w obliczeniach ze względu na ścinanie
β	– współczynnik we wzorze na obliczeniowe naprężenie styczne na obwodzie u_i
γ_C	– współczynnik bezpieczeństwa betonu
$\gamma_{G,j}$	– współczynnik j -ego oddziaływania stałego
$\gamma_{Q,1}$	– współczynnik dominującego oddziaływania zmiennego
$\gamma_{Q,i}$	– współczynnik i -tego oddziaływania zmiennego
γ_S	– współczynnik bezpieczeństwa stali
γ_P	– współczynnik oddziaływania siły sprężającej
δ_1, δ_2	– względne odległości sił w zbrojeniach A_{s1} i A_{s2} od krawędzi przekroju ($\delta_1 = a_1/d$, $\delta_2 = a_2/d$)
ε	– odkształcenie
ε_c	– odkształcenie betonu
ε_{ce}	– odkształcenie graniczne betonu równe ε_{c2} lub ε_{c3}
ε_{cm}	– średnie odkształcenie betonu
$\varepsilon_{c1}, \varepsilon_{c2}, \varepsilon_{c3}$	– najmniejsze odkształcenie (pierwsze odkształcenie graniczne), przy którym osiąga się wytrzymałość betonu odpowiednio dla wykresów 1, 2 i 3 według p. 2.6

ε_{cp0}	– odkształcenia betonu na poziomie wypadkowego ciągu
$\varepsilon_{cu1}, \varepsilon_{cu2}, \varepsilon_{cu3}$	– ostateczne, graniczne odkształcenie betonu odpowiednio dla wykresów 1, 2 i 3 według p. 2.6
ε_{cs}	– odkształcenie skurczowe (ogólnie)
ε_{cs}	– wartość bezwzględna odkształcenia skurczu
$\varepsilon_{cs}(t, t_s)$	– odkształcenie skurczowe w okresie od t_s do t
$\varepsilon_{cs,\infty}$	– końcowe, swobodne odkształcenie skurczowe niezbrojonego betonu
$\varepsilon_{ca}(t)$	– skurcz autogeniczny
$\varepsilon_{cd}(t)$	– skurcz spowodowany wysychaniem
$\varepsilon_{cc}(t, t_0)$	– odkształcenie pełzania betonu w wieku t wywołane obciążeniem przyłożonym w wieku t_0
$\varepsilon_c(t, t_0)$	– całkowite odkształcenie betonu w wieku t wywołane obciążeniem przyłożonym w wieku t_0 (suma odkształcenia pełzania i odkształcenia sprężystego)
ε_{pm0}	– odkształcenia ciągu wywołane przez sprężenie
$\varepsilon_s, \varepsilon_{si}$	– odkształcenie zbrojenia, odkształcenie w i -tej warstwie zbrojenia
ε_{sm}	– średnie odkształcenie zbrojenia
ε_{yd}	– najmniejsze odkształcenie, przy którym stal osiąga obliczeniową granicę plastyczności ($\varepsilon_{yd} = f_{yd}/E_s$)
$\varepsilon_{uk}, \varepsilon_{ud}$	– graniczne odkształcenie stali – wartość charakterystyczna i wartość obliczeniowa
ε_{fm}	– średnie odkształcenie półki przekroju skrzynkowego
ζ	– względne ramię sił wewnętrznych ($\zeta = z/d$)
η	– współczynnik korygujący wytrzymałość obliczeniową betonu stosowany przy aproksymacji prostokątem wykresu naprężeń w betonie
η_{fi}	– współczynnik redukcji efektów oddziaływań stosowany do analizy sytuacji pożarowej
θ	– kąt nachylenia wyimaginowanych krzyżulców ściskanych w rozdziałach dotyczących ścinania, kąt nachylenia prętów S w modelach ST
θ_f	– kąt nachylenia wyimaginowanych krzyżulców ściskanych przy sprawdzaniu ze względu na naprężenia styczne styku półki ze środkiem
θ_i	– kąt nachylenia konstrukcji wywołany imperfekcją
θ	– suma kątów zakrzywienia trasy ciągu na długości x
$\theta_{pl,d}$	– graniczny, obliczeniowy kąt obrotu w przegubie plastycznym
κ	– krzywizna (odwrotność promienia krzywizny r)

κ_I, κ_{II}	– krzywizna w fazie I, w czystej fazie II
λ	– stosunek zasięgu strefy naprężeń ściskających do zasięgu strefy skróceń, stosowany przy aproksymacji prostokątem wykresu naprężeń w betonie
λ	– smukłość ścinania równa $M_{Ed}/(V_{Ed}d)$
λ_b	– współczynnik przewodnictwa cieplnego betonu
μ	– względna wartość momentu siły P_c równa $P_{cz}/(bd^2f_{cd})$
μ	– współczynnik tarcia kabla o ściankę kanału
μ_{fi}	– stosunek obliczeniowej siły podłużnej w sytuacji pożarowej do obliczeniowej siły granicznej w temperaturze normalnej
μ_{lim}	– graniczna wartość μ (osiągana, gdy $M = M_{lim}$)
μ_{Ed}, μ_{Rd}	– względne momenty $M_{Ed}/(bd^2f_{cd})$ i $M_{Rd}/(bd^2f_{cd})$
ν	– współczynnik redukcji wytrzymałości na ściskanie (współczynnik efektywności) w ukośnych krzyżulcach i prętach S (w modelach ST)
ν_{Ed}	– średnie naprężenie styczne między półką i środkiem na wybranym odcinku
$\nu_{Rd,s}$	– graniczne naprężenie styczne między półką i środkiem
ξ	– względny zasięg strefy, w której beton ulega skróceniu (x/d)
ξ_{lim}	– graniczna wartość ξ
ρ, ρ_1, ρ_2	– stopień zbrojenia
ρ_l	– stopień zbrojenia podłużnego
ρ_{min}	– minimalny stopień zbrojenia
$\rho_{p,eff}$	– efektywny stopień zbrojenia
$\rho_{w,min}$	– minimalny stopień zbrojenia poprzecznego
ρ_{1000}	– względny spadek naprężenia w stali wywołany relaksacją po 1000 godzin pod obciążeniem $0,7f_p$ (f_p oznacza „rzeczywistą wytrzymałość na rozciąganie próbek stali sprężającej”)
$\rho_{1000,k}$	– względny spadek naprężenia w stali wywołany relaksacją po 1000 godzin pod obciążeniem $0,7f_{pk}$
σ	– naprężenie normalne
σ_c	– naprężenie normalne w betonie
σ_{cp}	– średnie naprężenie normalne w betonie (w obliczeniach ze względu na ścinanie)
σ_{cp}	– naprężenie normalne wywołane przez sprężenie
$\sigma_{sc,QP}$	– naprężenie (dodatnie przy ściskaniu) w betonie (na poziomie wypadkowej siły sprężającej) wywołane sprężeniem początkowym oraz obciążeniami <i>quasi</i> -stałymi, tzn. obciążeniami, które będą stale działać na element
σ_s, σ_{si}	– naprężenie w zbrojeniu, naprężenie w <i>i</i> -tej warstwie zbrojenia

σ_{sr}	– naprężenie w zbrojeniu, w przekroju zarysowanym, wywołane momentem rysującym lub siłą rysującą
$\sigma_{t,max}$	– wartość bezwzględna głównego naprężenia rozciągającego
$\sigma_{wł}$	– naprężenie własne
σ_{wym}	– naprężenie wymuszone
$\sigma_{Rd,max}$	– naprężenie graniczne w pręcie S lub w strefie węzłowej modelu ST
τ, τ_{xy}	– naprężenie styczne
φ	– współczynnik pełzania
$\varphi(t, t_0)$	– współczynnik pełzania w wieku t wywołany obciążeniem przyłożonym w wieku t_0
$\varphi(\infty, t_0)$	– końcowy współczynnik pełzania (przy $t \rightarrow \infty$) wywołany obciążeniem przyłożonym w wieku t_0
φ_0	– symbol stosowany jako krótsze oznaczenie $\varphi(\infty, t_0)$
$\varphi_{nl}(\infty, t_0)$	– umowny współczynnik pełzania nieliniowego
χ	– stosunek długości prostokątnej części do długości krzywoliniowej części wykresu naprężeń w betonie w SGN
ψ_0, ψ_1, ψ_2	– współczynniki zmniejszające oddziaływania zmienne (definicje w p. 5.3.3)
ω	– względna siła w betonie $P_c/(bdf_{cd})$
Δc_{dev}	– dodatek do otulenia zbrojenia ze względu na odchyłki wykonania
$\Delta F_{td}, \Delta F_s$	– dodatkowa siła powstająca w zbrojeniu podłużnym na skutek ukośnego zarysowania
ΔP_{el}	– strata sprężenia spowodowana odkształceniem sprężystym betonu
ΔP_{c+s+r}	– strata sprężenia spowodowana skurczem (ang. <i>shrinkage</i>), pełzaniem (ang. <i>creep</i>) betonu i relaksacją (ang. <i>relaxation</i>) stali sprężającej
ΔP_r	– strata sprężenia spowodowana krótkotrwałą relaksacją stali
ΔP_{sl}	– strata w zakotwieniu
ΔP_{μ}	– strata spowodowana tarciem kabli o ścianki kanałów
ΔP_{θ}	– strata sprężenia spowodowana pielęgnacją cieplną betonu
$\Delta T_{adiabat}$	– adiabatyczny (tzn. bez wymiany ciepła z otoczeniem) przyrost temperatury wywołany hydratacją cementu
ΔV_{Ed}	– część reakcji podłoża (obliczona z pominięciem ciężaru własnego fundamentu i ciężaru gruntu, który leży na fundamencie) przypadająca na powierzchnię bloku
$\Delta \sigma_{pr}/\sigma_{pi}$	– względna strata naprężenia spowodowana relaksacją w zależności od czasu t i od naprężenia początkowego σ_{pi}

Φ	– dystrybuenta standaryzowanej, normalnej zmiennej losowej (w rozdziale 5)
ϕ	– średnica pręta zbrojenia
$\phi_{m,\min}$	– minimalna średnica zagięcia zbrojenia

Spis tablic

Tablica 2.1.	Wytrzymałości (MPa) i moduły sprężystości betonu E_{cm} (GPa)	22
Tablica 2.2.	Odształcenia graniczne betonu (‰) oraz stałe n i χ	26
Tablica 2.3.	Końcowe wartości odształcenia skurczowego (‰) dla $h_0 = 100$ mm w zależności od wilgotności względnej RH i klasy cementu (S, N, R)	40
Tablica 3.1.	Stal zbrojeniowa klas od A-0 do A-IIIN według normy [N5]	63
Tablica 3.2.	Wartości współczynnika α_s we wzorze (3.4) w zależności od s/ϕ	70
Tablica 3.3.	Współczynniki $\alpha_1 - \alpha_5$ (tablica według normy [N1])	76
Tablica 3.4.	Wymagania dotyczące zakładów zbrojenia drugorzędowego l_0	86
Tablica 4.1a.	Charakterystyki geometryczne sprowadzonych przekrojów prostokątnych i teowych z półką w strefie ściskanej	105
Tablica 4.1b.	Mimośrodowo ściskane i rozciągane elementy prostokątne w fazie II	106
Tablica 4.1c.	Krzywizna i naprężenia	106
Tablica 5.1.	Kategorie konstrukcji ze względu na planowany okres użytkowania (wartości orientacyjne)	119
Tablica 5.2.	Współczynniki ψ do projektowania budynków	126
Tablica 5.3a.	Klasy ekspozycji na oddziaływanie środowiska – część 1 [N1], [N24]	134
Tablica 5.3b.	Klasy ekspozycji na oddziaływanie środowiska – część 2 [N1], [N24]	135
Tablica 5.3c.	Klasy ekspozycji na oddziaływanie środowiska – część 3 [N1], [N24]	136
Tablica 5.4.	Zalecana klasa betonu, maksymalny wskaźnik w/c i minimalna zawartość cementu w zależności od klasy ekspozycji [N1], [N24]	136
Tablica 5.5.	Zwiększenia i zmniejszenia klasy konstrukcji (w porównaniu z S4) według [N1]	138

Tablica 5.6.	Minimalne otulenie $c_{\min, \text{dur}}$ (mm) ze względu na trwałość stali zbrojeniowej [N1]	139
Tablica 5.7.	ALGORYTM. Wyznaczanie grubości otulenia potrzebnej ze względu na przyczepność zbrojenia do betonu i trwałość konstrukcji	142
Tablica 5.8.	Słupy o przekroju prostokątnym lub kołowym – minimalne wymiary $b_{\min}$ i wartości a , projektowanie metodą A (według normy [N9])	152
Tablica 5.9.	Słupy o przekroju prostokątnym lub kołowym – minimalne wymiary $b_{\min}$ i wartości a , projektowanie metodą B (według normy [N9])	153
Tablica 5.10.	Minimalna grubość ścian nienośnych w mm (według normy [N9])	154
Tablica 5.11.	Ściany nośne monolityczne – minimalne wymiary $b_{\min}$ i wartości a (według normy [N9])	155
Tablica 5.12.	Swobodnie podparte belki żelbetowe i sprężone – minimalne wymiary $b_{\min}$ i wartości a w mm (według normy [N9])	156
Tablica 5.13.	Belki ciągłe żelbetowe i sprężone – minimalne wymiary $b_{\min}$ i wartości a w mm (według normy [N9])	157
Tablica 5.14.	Swobodnie podparte monolityczne płyty żelbetowe i sprężone – minimalne wymiary i wartości a (według normy [N9])	159
Tablica 5.15.	Monolityczne płyty żelbetowe i sprężone w układach płytowo-słupowych – minimalne wymiary i wartości a (według normy [N9])	160
Tablica 5.16.	Dwukierunkowo zbrojone, swobodnie podparte, żebrowe płyty żelbetowe lub sprężone – minimalne wymiary i wartości a (według normy [N9])	160
Tablica 5.17.	Dwukierunkowo zbrojone, żebrowe płyty żelbetowe lub sprężone z przynajmniej jedną krawędzią zamocowaną – minimalne wymiary i wartości a (według normy [N9])	160
Tablica 6.1.	Wartości ξ_{lim} w zależności od f_{yd} i f_{ck}	182
Tablica 7.1.	Wartości stałych A , B i K w zależności od f_{ck}	188
Tablica 7.2.	ALGORYTM. Obliczanie pola zbrojenia rozciąganego A_{s1} w przekroju pojedynczo zbrojonym – $f_{ck} \leq 50$ MPa	191
Tablica 7.3.	Wartości α_1 , ξ i ζ w zależności od μ – stal dowolna, beton $f_{ck} \leq 50$ MPa	194
Tablica 7.4.	Wartości α_1 , ξ i ζ w zależności od μ – beton $f_{ck} \leq 50$ MPa (część 1)	195
Tablica 7.5.	Wartości α_1 , ξ i ζ w zależności od μ – beton $f_{ck} \leq 50$ MPa (część 2)	196

Tablica 7.6.	ALGORYTM. Obliczanie pola zbrojenia rozciąganego A_{s1} w przekroju pojedynczo zbrojonym – $f_{ck} > 50$ MPa	197
Tablica 7.7.	ALGORYTM. Obliczanie zbrojenia A_{s1} – prostokątny wykres naprężeń – dowolna klasa betonu	198
Tablica 7.8.	ALGORYTM. Obliczanie pola zbrojenia rozciąganego A_{s1} i ściskanego A_{s2} przekrojów podwójnie zbrojonych – $f_{ck} \leq 50$ MPa	201
Tablica 7.9.	Współczynniki do obliczania momentów granicznych i zbrojenia przy $\xi = \xi_{lim}$	204
Tablica 7.10.	ALGORYTM. Obliczanie zbrojenia przekrojów teowych z półką w strefie ściskanej – dowolna kasa betonu	207
Tablica 8.1a.	Obliczanie momentu granicznego – prostokątne przekroje ściskane Beton $f_{ck} \leq 50$ MPa, zbrojenie $f_{yk} = 500$ MPa	229
Tablica 8.1b.	Obliczanie momentu granicznego – prostokątne przekroje ściskane Dowolna klasa betonu i stali	230
Tablica 8.2.	Przekrój prostokątny – krzywe graniczne; beton $f_{ck} \leq 50$ MPa, stal $f_{yk} = 500$ MPa, $a/d = 0,05$	235
Tablica 8.3.	Przekrój prostokątny – krzywe graniczne; beton $f_{ck} \leq 50$ MPa, stal $f_{yk} = 500$ MPa, $a/d = 0,10$	236
Tablica 8.4.	Przekrój prostokątny – krzywe graniczne; beton $f_{ck} \leq 50$ MPa, stal $f_{yk} = 500$ MPa, $a/d = 0,15$	237
Tablica 8.5.	Przekrój kołowy – krzywe graniczne; beton $f_{ck} \leq 50$ MPa, stal $f_{yk} = 500$ MPa, $a/H = 0,10$	238
Tablica 8.6.	Przekrój kołowy – krzywe graniczne; beton $f_{ck} \leq 50$ MPa, stal $f_{yk} = 500$ MPa, $a/H = 0,20$	239
Tablica 8.7.	ALGORYTM. Obliczanie zbrojenia przekroju, na który działa siła podłużna N_{Ed} i moment zginający M_{Ed} – schemat ogólny i kryterium CT-CC	243
Tablica 8.8.	ALGORYTM. Obliczanie zbrojenia (beton $f_{ck} \leq 50$ MPa, stal $f_{yk} = 500$ MPa)	245
Tablica 8.9.	Algorytmy UU	248
Tablica 8.10.	ALGORYTMY. Obliczanie zbrojenia elementów rozciąganych	253
Tablica 9.1.	Graniczny stosunek charakterystycznych wartości obciążenia zmiennego i stałego	282
Tablica 9.2.	Względny zasięg momentu ujemnego x_0/l_{eff} w skrajnym przęśle belki w zależności od stosunku charakterystycznych wartości obciążenia zmiennego i stałego obliczony dla kombinacji (1,0; 1,50)	283
Tablica 9.3a.	Wpływ imperfekcji kształtu – zagadnienia A i B (opis w punkcie 9.4.4)	296

Tablica 9.3b.	Wpływ imperfekcji kształtu – zagadnienie C (opis w punkcie 9.4.4)	297
Tablica 9.4.	ALGORYTM. Nominalna sztywność elementu ściskanego	311
Tablica 9.5.	ALGORYTM. Metoda nominalnej sztywności w zastosowaniu do elementu wydzielonego	312
Tablica 9.6.	ALGORYTM. Metoda nominalnej krzywizny	315
Tablica 9.7.	ALGORYTM. Pomijanie efektów drugiego rzędu w elementach wydzielonych	317
Tablica 9.8.	Pomijanie globalnych efektów drugiego rzędu	325
Tablica 10.1.	ALGORYTM. Ścinanie – zasady konstruowania i minimalne zbrojenie na ścinanie	348
Tablica 10.2.	ALGORYTM. Ścinanie – siła graniczna w elementach, które nie wymagają obliczania zbrojenia na ścinanie (obciążenie równomiernie rozłożone)	351
Tablica 10.3.	ALGORYTM. Ścinanie – obliczanie rozstawu pionowych strzemion	369
Tablica 10.4.	ALGORYTM. Ścinanie – obliczanie rozstawu ukośnego zbrojenia na ścinanie	374
Tablica 10.5.	ALGORYTM. Ścinanie między średnikiem i półkami – część 1	386
Tablica 10.6.	ALGORYTM. Ścinanie między średnikiem i półkami – część 2	387
Tablica 10.7.	Sprawdzanie nośności na obwodzie u_0	415
Tablica 10.8.	Sprawdzanie nośności na obwodzie u_1 stropów bez zbrojenia na przebiecie	416
Tablica 10.9.	Sprawdzanie nośności stóp i płyt fundamentowych bez zbrojenia na przebiecie	417
Tablica 10.10.	Obliczanie zbrojenia na przebiecie w stropach	418
Tablica 13.1.	ALGORYTM. Uprozczone obliczanie naprężeń w zbrojeniu ...	464
Tablica 14.1.	Graniczne szerokości rys $w_{\max}$ w mm i wymaganie dekompresji według normy [N1]	474
Tablica 14.2.	ALGORYTM. Obliczanie szerokości rys	487
Tablica 14.3.	Standaryzowana średnica prętów ϕ_s^* w mm w zależności od naprężenia σ_s w MPa	489
Tablica 15.1.	ALGORYTM. Uprozczone wyznaczanie m_{cr}	505
Tablica 16.1.	Porównanie sztywności przekroju prostokątnego w fazach I i II z pierwotną sztywnością przekroju bez zbrojenia – przykładowe wartości	541
Tablica 16.2.	Podstawowe wartości stosunku l_{eff}/d (smukłości) w elementach zginanych	551
Tablica 16.3.	Graniczne wartości stosunku l_{eff}/d	552
Tablica 17.1.	Obliczanie zbrojenia przy dwuosowym rozkładzie naprężeń	564

Tablica 17.2.	Naprężenia graniczne w betonie $\sigma_{Rd,max}$ w prętach S i w strefach węzłowych	572
Tablica 18.1.	Współczynniki α_ϕ do obliczania minimalnej długości zakotwienia zbrojenia na podporze dla $f_{yd} = 435$ MPa i $d/l_{eff} = 0,10$ i obliczanie l_{bd}	599
Tablica 18.2.	Minimalne grubości płyt według normy [N5]	600
Tablica 18.3.	Wybrane, podstawowe zasady konstruowania zbrojenia płyt	603
Tablica 18.4.	Wybrane, podstawowe zasady konstruowania belek	608
Tablica 19.1.	Klasy stali ze względu na relaksację według norm [N1] i [N5] ..	635
Tablica 19.2.	Średnie wartości siły i ograniczenia naprężeń w stali według normy [N1]	636
Tablica 19.3.	Zjawiska powodujące straty siły sprężającej i oznaczenia tych strat	637
Tablica 19.4.	ALGORYTM. Straty sprężenia wywołane tarcie kabli i poślizgiem w zakotwieniach	648
Tablica 19.5.	Wymagania dotyczące naprężeń i zarysowania według normy [N1]	660
Tablica 19.6.	Obliczanie szerokości rys w elementach sprężonych	664
Tablica 19.7.	Współczynniki η , λ i odkształcenia graniczne betonu	669
Tablica 19.8.	ALGORYTM. Moment graniczny w sytuacji trwałej	673
Tablica 19.9.	ALGORYTM. Moment graniczny w sytuacji początkowej	676
Tablica 19.10.	ALGORYTM. Graniczna siła $V_{Rd,c}$ w przedziałach niezarysowanych	681
Tablica 19.11.	ALGORYTM. Graniczne siły poprzeczne i wymagany rozstaw strzemion w przedziałach zarysowanych	683
Tablica 19.12.	Współczynniki długości transmisji λ_{pt} splotów trzy- i siedmiodrutowych	688
Tablica 19.13.	ALGORYTM. Moment graniczny M_{Rd} w słupie osiowo sprężonym	694

VI EDYCJA

Konstrukcje Budowlane

22 listopada 2019 r.

Biblioteka Uniwersytecka w Warszawie



Foto: BUW

W PROGRAMIE SPOTKANIA M.IN.:

- Uwzględnienie sytuacji wyjątkowych w projektowaniu konstrukcji żelbetonowych
- Oddziaływanie sprężenia na konstrukcje z betonu
- Efekty drugiego rzędu przy wymiarowaniu słupów żelbetonowych
- Projektowanie konstrukcji zespolonych stalowo-betonowych
- Trójwarstwowe ściany w budynkach wielkopłytowych – połączenia, diagnostyka, systemy wzmacniające
- Innowacje w prefabrykacjach betonowych
- Obiekty prefabrykowane ze stropami z płyt HC
- Poprawne projektowanie i realizacja dachu zielonego

PRELEGENCI TEGOROCZNEJ EDYCJI:

- prof. Włodzimierz STAROSOLSKI
- prof. Michał KNAUFF
- prof. Elżbieta SZMIGIERA
- dr inż. Janusz PĘDZIWIATR
- dr inż. Jarosław SZULC
- dr inż. Wit DEREKOWSKI
- prof. Andrzej CHOLEWICKI
- dr inż. Marcin NIEDOŚPIAŁ
- mgr inż. Bartosz GRZESZYKOWSKI
- mgr inż. Wiesław BOCHENČZYK
- arch. Marek BUDZYŃSKI
- arch. Zbigniew BADOWSKI



zarejestruj się >> i.pwn.pl/zaproszenie2019

W niniejszym, trzecim wydaniu książki *Obliczanie konstrukcji żelbetowych według Eurokodu 2*, podobnie jak w poprzednich dwóch wydaniach, przedstawiam podstawowe zasady obliczania elementów żelbetowych według normy PN-EN 1992-1-1:2008 *Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1–1. Reguły ogólne i reguły dla budynków*. Ponadto, w węższym zakresie, omawiam także ciągle stosowaną normę PN z 2002 roku [N5].

Trzecie wydanie jest uzupełnioną i znacznie rozszerzoną wersją wydań poprzednich. Dodałem w nim obszerny punkt 10.8 dotyczący przebiecia i cały rozdział o obliczaniu konstrukcji sprężonych (rozdział 19). Poważnie uzupełniłem i rozbudowałem rozdział dotyczący minimalnego zbrojenia ze względu na zarysowanie (rozdziały 14 i 15). Ponadto wprowadziłem wiele drobnych zmian mających na celu jaśniejsze przedstawienie niektórych zagadnień, korekty drobnych pomyłek i ulepszenia wynikające z literatury przedmiotu wydanej po 2012 roku. Wiele z tych poprawek nie wprowadza zmian merytorycznych, ale czyni tekst jaśniejszym i lepiej uporządkowanym.

W latach 2012–2018 oprócz drugiego wydania książki *Obliczanie konstrukcji żelbetowych według Eurokodu 2* [A20] ukazały się cztery inne moje publikacje wydane przez Wydawnictwo Naukowe PWN, które napisałem ze współautorami. Są to:

- *Tablice i wzory do projektowania konstrukcji żelbetowych z przykładami obliczeń* (2013 i 2014) – współautorzy: A. Golubińska i P. Knyziak, [A19],
- *Przykłady obliczania konstrukcji żelbetowych. Zeszyt 1. Budynek ze stropami płytowo-żebrowymi* (2015) – współautorzy: A. Golubińska i P. Knyziak, [A21],
- *Przykłady obliczania konstrukcji żelbetowych. Zeszyt 2. Elementy ściskane* (2016) – współautorzy: B. Grzeszykowski i A. Golubińska, [A23],
- *Przykłady obliczania konstrukcji żelbetowych. Zeszyt 3. Zarysowanie* (2018) – współautorzy: B. Grzeszykowski i A. Golubińska, [A25].

Wiele ulepszeń w niniejszym wydaniu opiera się na tych książkach.

Przygotowując trzecie wydanie kierowałem się tymi samymi zasadami, które nadały kształt wydaniom poprzednim. Metody obliczeń są zilustrowane licznymi przykładami, a najważniejsze z nich przedstawiam jako algorytmy, tablice i wykresy, które – mam nadzieję – dzięki zwężłej i przejrzystej formie umożliwiają jak najprostsze wykonanie niezbędnych obliczeń. Najważniejsze zasady konstruowania też podałem w formie prostych zestawień. Szczegółowy spis algorytmów i tablic ma umożliwiać szybkie znajdowanie tych, które są potrzebne.

W prostych przypadkach nie ma konieczności studiowania uzasadnień tych algorytmów – można zatem stosować książkę jak narzędzie do projektowania. Niemniej jednak za ważne uznałem przedstawienie genezy przepisów stosowanych w praktyce. Dlatego teoria zajmuje w książce wiele miejsca. Starałem się przedstawić kompletne uzasadnienia zasad i wyprowadzenia wzorów zalecanych w normie.

Pozwalam sobie powtórzyć za wstępem do poprzednich wydań, że opracowanie i uzgodnienie wielu norm, tworzących system Eurokodów, jest wielkim osiągnięciem licznych zespołów naukowców i inżynierów. Niemniej jednak niektóre z tych norm, a wśród nich omawiana tu część 1–1 Eurokodu 2, noszą na sobie piętno przewlekłego trybu pracy zespołowej, w której trzeba było uzgodnić partykularne zasady stosowane w wielu krajach. Moim zdaniem Eurokod, z którego zaczerpnięto omawiane tu zasady projektowania, nie wyróżnia się przejrzystością ani jasnością. Tu powinienem chyba dodać, że nie jestem odosobniony w tej opinii, chociaż czasem odnoszę wrażenie, że głoszę ją z większą natarczywością niż inne osoby, będące podobnego zdania.

Ideąłem byłoby, gdyby inżynier na podstawie ogólnych zasad i tekstu normy, posługując się wiedzą uzyskaną na uczelni i w praktyce, mógł domyślić się uzasadnienia zawartych w normie zaleceń. Szczególnie należałoby starać się o jasny związek przepisów z zasadami wytrzymałości materiałów i mechaniki, które są przecież uniwersalnym językiem inżynierów. Oczywiście, spełnienie tego postulatu w całej pełni nie jest możliwe, ale można się do niego zbliżyć. Niestety, jak się zdaje autorzy Eurokodu nie przywiązywali do tego postulatu dużej wagi – wprost przeciwnie, odnosi się wrażenie, że proste problemy przedstawiano czasem z rozmysłem w formie, która, zdaniem autorów normy miała być najprostsza, a moim zdaniem jest zagmatwana. Przykładem takich nieudanych sformułowań jest wyznaczanie współczynnika pełzania (obliczenia dokładne są tu prostsze niż zalecana w normie metoda uproszczona).

Metody obliczania i konstruowania zalecane w książce są oparte na normie PN-EN [N1]. Zalecając postępowanie inne niż w tej normie (takie zalecenia są niezbyt liczne), oczywiście przedstawiam uzasadnienia i staram się opierać na źródłach mających duży autorytet, jak np. niemiecki Załącznik krajowy do Eurokodu. Oczywiście błędy i pomyłki normy poprawiłem – poprawki opatrzyłem wyjaśnieniami. Starałem się także, żeby wymagania i wzory, które nie występują w normie, nie były sprzeczne z ogólnymi zasadami Eurokodu.

Niektóre rozdziały książki zawierają informacje, które są znacznie obszerniej przedstawione w książkach prof. Włodzimierza Starosolskiego (np. właściwości materiałów, zasady konstruowania), A. Ajdukiewicza i J. Mamesa (konstrukcje sprężone) i innych autorów. Rozdziały te są jednak niezbędne, gdyż rozpatrywanie zasad obliczania w oderwaniu od tych informacji mogłoby wywoływać niejasności – występowałby nadmiar powołań na inne książki lub samą normę.

Mam nadzieję, że czytelnicy uznają za wartościowe wymienione poniżej cechy charakteryzujące książkę.

1. Uporządkowanie przepisów dotyczących trwałości konstrukcji i otulenia zbrojenia, pochodzących z kilku norm, w formie zwięzłego algorytmu scalającego wszystkie potrzebne informacje.

2. Uporządkowanie informacji dotyczących zmodyfikowanego wieku i wyznaczenia wytrzymałości betonu i współczynnika pełzania w zależności od tego wieku.

3. Przejrzyste przedstawienie konsekwencji zastosowania tzw. alternatywnego wyboru kombinacji obciążeń w stanie granicznym nośności oraz zastosowanie tych zasad do projektowania belek i płyt ciągłych.

4. Algorytmy do projektowania przekrojów obciążonych siłą podłużną i momentem zginającym.

5. Uporządkowanie przepisów dotyczących obliczania ze względu na ścinanie (redakcja tych przepisów w normie może budzić parę zastrzeżeń).

6. Jasne przedstawienie zagadnień związanych z wpływem ukośnego zarysowania na siły w rozciągającym zbrojeniu podłużnym.

7. Uzupełnienie niekompletnych przepisów normy dotyczących skręcania.

8. Prostsze niż w normie przedstawienie niektórych zasad konstruowania (np. tablica do wyznaczania długości zakotwienia zbrojenia na podporach i zasady dotyczące kotwienia zbrojenia fundamentów).

9. Zwięzłe, ale – mam nadzieję – przejrzyste przedstawienie racjonalnych, ale zawiłych przepisów, dotyczących wymagań ze względu na zarysowanie i dekompresję, stosowanych do konstrukcji sprężonych.

10. Znaczne rozwinięcie (w porównaniu z normą i poprzednimi wydaniem niniejszej książki) zagadnień sprawdzania minimalnego zbrojenia, zwłaszcza w przypadkach, w których istotną rolę odgrywają naprężenia wywołane przez temperaturę i skurcz betonu.

W książce nie omawiam zagadnień będących przedmiotem innych Eurokodów, jak np. mostów i zbiorników. Nie omawiam także wytrzymałości zmęczeniowej materiałów oraz konstrukcji z betonów lekkich, a o konstrukcjach niezbrojonych i słabo zbrojonych oraz zasadach konstruowania elementów prefabrykowanych i zespolonych wspominam tylko w kilku miejscach.

Czuję się zobowiązany do złożenia podziękowań dr inż. Agnieszce Golubińskiej, która jako pierwsza przeczytała nową wersję książki, wniosła wiele cennych uwag i opracowała nowe rysunki.

Oddając książkę w ręce Czytelników, proszę o uwagi na adres a.knauff@chello.pl.

Michał Knauff

Warszawa, marzec 2018

2.1. Uwagi wstępne, struktura a właściwości mechaniczne betonu

Tematem tego rozdziału są właściwości betonu stwardniałego. Nie rozpatruje się tu zagadnień związanych z właściwościami składników betonu ani z dobieraniem składu zapewniającego osiągnięcie wymaganych cech betonu. Beton uważa się za sztuczny kamień, który osiągnął już wytrzymałość pozwalającą na przenoszenie obciążenia.

Cechy betonu stwardniałego zmieniają się znacznie w zależności od wieku betonu. Zakres omawiania takich zagadnień, jak przyrost wytrzymałości betonu i zależne od czasu zmiany innych jego cech (skurcz, współczynnik pełzania), które mogą wpływać na projektowanie konstrukcji, jest co najmniej taki jak w normie [N1]. Nie rozpatruje się tu jednak zjawisk fizyko-chemicznych, które wpływają na cechy betonu – uznaje się, że beton jest wystarczająco scharakteryzowany tymi stałymi materiałowymi, które są wzięte pod uwagę w normach projektowania.

Za beton zwykły uważa się beton o gęstości $20\text{--}26\text{ kN/m}^3$. Według [N13] w zestawieniach obciążeń przyjmuje się, że ciężar objętościowy betonu stwardniałego wynosi 24 kN/m^3 , a żelbetu ze zwykłym stopniem zbrojenia 25 kN/m^3 . Jeżeli rozpatruje się ciężar betonu, który jeszcze nie stwardniał, to wartości te zwiększa się o 1 kN/m^3 .

Betony lekkie, lżejsze od zwykłych, projektuje się na podstawie zasad pokrewnych, opartych na normie dotyczącej betonu zwykłego. Dodatkowe przepisy dotyczące betonu lekkiego zawarto w jednym z rozdziałów normy [N1]. Dawniej w Polsce stosowano do tego celu normę [N42] opartą w dużym stopniu na ówczesnej normie projektowania konstrukcji z betonu zwykłego.

Do celów specjalnych (np. budowy konstrukcji w energetyce jądrowej) bywają stosowane betony ciężkie. Projektowanie konstrukcji z tych betonów nie będzie tu omawiane.

Podstawową właściwością betonu jest wytrzymałość na ściskanie. Zwykle w projektach inne cechy mechaniczne wyznacza się na podstawie umieszczonych w normie tablic, w których wartości charakteryzujące te cechy (np. wytrzymałość na rozciąganie, moduł sprężystości, odkształcenia graniczne) są przyporządkowane wytrzymałości na ściskanie. Inna możliwość to eksperymentalne wyznaczanie tych cech, stosowane wtedy, gdy precyzyjne określenie ich wartości ma szczególne znaczenie.

W okresie ostatnich dwudziestu lat nastąpił ogromny postęp w wytwarzaniu i stosowaniu betonu o wysokiej wytrzymałości. Jeszcze w normie polskiej z 2002 roku [N5], opartej na aktualnych wtedy wersjach Eurokodu 2, najmocniejszym betonem był beton o wytrzymałości charakterystycznej 50 MPa. W aktualnej normie [N1] wprowadzono wyższe klasy betonu – najmocniejszy ma wytrzymałość charakterystyczną wynoszącą 90 MPa. Do bardzo mocnych betonów bywają stosowane nazwy BWB (beton wysokowartościowy), HPC (od ang. *high performance concrete*), BUWW (beton ultrawysokowartościowy) i podobne. Podstawowe wiadomości o współczesnej klasyfikacji bardzo mocnych betonów można znaleźć w książce A. Ajdukiewicza i J. Mamesa [4]. W normie [N1] wszystkie klasy betonu zwykłego przedstawiono w jednej tablicy – nie stosuje się żadnego określenia wyróżniającego betony mocniejsze. Jednakże do betonów, które mają wytrzymałość charakterystyczną nie przekraczającą 50 MPa, stosuje się wspólne zasady i niektóre stałe materiałowe (np. odkształcenie graniczne), a każdej klasie betonu mocniejszego przypisuje się inne wartości odkształceń granicznych i takich współczynników, jak np. η i λ (p. 2.6). Z tego względu dogodnie byłoby podzielić betony na zwyczajne (mające wytrzymałość charakterystyczną nie większą niż 50 MPa) i mocniejsze od nich betony o wysokiej wytrzymałości. Takie nazwy jednak w normie [N1] nie występują.

Projektując konstrukcję, zakłada się, że wytrzymałość betonu jest stałą materiałową, tzn. że każdy wycięty z konstrukcji element z betonu ma taką samą wytrzymałość. Tak rozumiana wytrzymałość jest pojęciem abstrakcyjnym, które odpowiada rzeczywistości tylko w przybliżeniu. Lokalna wytrzymałość betonu zależy do pewnego stopnia od czynników, które nie są na ogół brane pod uwagę w projektowaniu elementu, np. od kierunku napełniania form betonem, metod zagęszczania itp. Obszary betonu przylegające do deskowania mają często wytrzymałość większą niż obszary leżące w głębi (tzw. efekt ściany), gdyż przy brzegu występuje mniejsze zagęszczenie kruszywa grubego, a więc większy jest udział zaprawy i zaczynu, które są bogatsze w cement. Zjawisko to ma oczywiście większy wpływ na elementy małe niż na duże. W grubych elementach osiadanie betonu w początkowej fazie twardnienia, powstrzymywane przez szkielet zbrojenia, może mieć negatywny wpływ na zagęszczenie górnych partii betonu. Zjawisko to uwzględnia się, uzależniając graniczne naprężenie przyczepności od „warunków przyczepności”. Niemniej jednak odstępstwa od idei wytrzymałości jako stałej materiałowej bierze się pod uwagę tylko w szczególnych przypadkach, a idea wytrzymałości niezależnej od kształtu i rozmiarów elementu jest użyteczna i powszechnie stosowana do celów praktycznych, jako podstawa oceny wytrzymałości konstrukcji.

Stwardniały beton jest materiałem heterogenicznym, złożonym z dwóch podstawowych faz: zhydratyzowanego zaczynu cementowego i kruszywa. Rodzaj kruszywa i wytrzymałość zaczynu mają istotny wpływ na właściwości betonu. Właściwości te silnie zależą także od warstwy kontaktowej łączącej zhydratyzowany zaczyn z ziarnami kruszywa.

Przedstawiony tu dalej opis podstawowych zjawisk jest bardzo lakoniczny. Obszerniejsze informacje można znaleźć w opracowaniach poświęconych samemu betonowi. Pożyteczny, zwięzły przegląd najważniejszych zagadnień, z bogatym spisem piśmiennictwa, opracowany w związku z Eurokodem, znajduje się w pracy H.K. Hilsdorfa [49]. Obszerny opis właściwości betonu stwardniałego można znaleźć np. w opracowaniu K. Flagi [39]. Podstawowe, obszernie dzieła w języku polskim poświęcone właściwościom i technologii betonu to książki A.M. Neville'a [107] i Z. Jamrożego [51].

Jeszcze przed przyłożeniem jakichkolwiek obciążeń zewnętrznych w betonie istnieje układ mikrorys, które powstają dlatego, że swoboda skurczu twardniejącego zaczynu jest ograniczona przez sztywniejsze od niego kruszywo. Mikrorysy mają istotny wpływ na wytrzymałość i odkształcalność betonu.

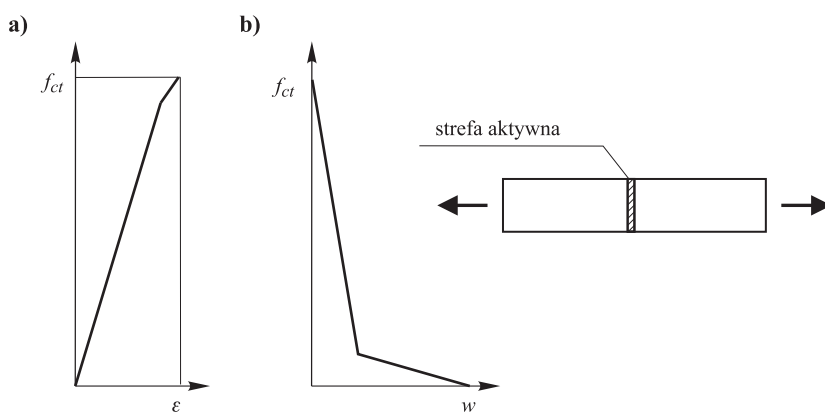
Wytrzymałość, którą beton wykazuje przy makroskopowo równomiernym osiowym ściskaniu, zależy od nierównomiernych, lokalnie wieloosiowych rozkładów naprężeń, powstających na skutek heterogenicznej struktury materiału. Zwykle kruszywo jest sztywniejsze od zaczynu, a zatem przenosi ono większą część obciążenia niż zaczyn. Gdy naprężenia ściskające osiągają około 40% wytrzymałości betonu, rysy skurczowe na powierzchniach kontaktu matrycy cementowej z kruszywem zaczynają się poszerzać, a przy około 80% wytrzymałości przecinają matrycę, przede wszystkim równoległe do kierunku głównego ściskania. Rozwojowi mikrozarzysowania odpowiadają efekty akustyczne, które można łatwo zaobserwować i zarejestrować. Związek tych efektów z cechami wytrzymałościowymi betonu rozpatruje np. K. Flaga w książce [39].

Wpływ mikrozarzysowania przy ściskaniu objawia się również w postaci nieliniowej zależności naprężenie-odkształcenie. Liczba i długość mikrorys rosną w miarę zwiększania obciążenia. Jeżeli badanie polega na zwiększaniu obciążenia, to po osiągnięciu krytycznych rozmiarów przez jedną lub kilka mikrorys następuje gwałtowne wyczerpanie nośności badanego elementu. Jeżeli urządzenie do badania umożliwia regulację odkształceń, to po osiągnięciu krytycznego odkształcenia można zaobserwować spadek naprężeń, który na wykresie naprężenie-odkształcenie jest reprezentowany przez opadającą gałąź tego wykresu. W punkcie 2.6.1 przedstawiono standardową niemonotoniczną krzywą według normy [N1]. Proces niszczenia lekkiego betonu kruszywowego przebiega inaczej, gdyż na ogół moduł sprężystości lekkiego kruszywa jest mniejszy niż moduł sprężystości zaczynu, a mikrorysy mogą rozwijać się także w kruszywie. Własności kruszywa w betonie lekkim mogą mieć znacznie większy wpływ na wytrzymałość betonu niż w betonie zwykłym.

W przypadku rozciągania proces rozwoju mikrozarzysowania wpływa na nieliniowy charakter zależności naprężenie-odkształcenie dopiero po osiągnięciu około

70% wytrzymałości [49]. Przy większych naprężeniach mikrozarzysowanie rozwija się przede wszystkim prostopadle do kierunku rozciągania. W otoczeniu największych „defektów” struktury rozwija się strefa, w której przy rosnących odkształceniach naprężenia maleją, nazywana **strefą aktywną** (ang. *process zone*). Strefę taką można zaobserwować, badając np. swobodnie podparte beleczki, obciążone w środku siłą skupioną, w których pod siłą w strefie rozciąganej znajduje się wstępnie wykonane nacięcie – wtedy strefa aktywna powstaje i rozwija się nad końcem nacięcia. Na podstawie wyników takich doświadczeń można wyznaczyć pracę potrzebną do wyczerpania nośności próbki i energię pęknięcia G_F w $\text{N} \cdot \text{mm}/\text{mm}^2$. Jest to energia potrzebna do utworzenia rysy o jednostkowej powierzchni – można ją uważać za stałą materiałową, zależną od wytrzymałości betonu i rozmiarów ziaren kruszywa. Ze względu na istotne znaczenie wielu szczegółów doświadczenia takie należy przeprowadzać, biorąc pod uwagę międzynarodowe zalecenia, np. przedstawione w normie [N41].

Przyjmuje się zatem, że wykres zależności naprężenie-odkształcenie ma część opadającą także przy rozciąganiu, ale takie założenie jest prawdziwe tylko w odniesieniu do wąskiej strefy, w której dochodzi do wyczerpania nośności (rys. 2.1).



Rys. 2.1. Osiowe rozciąganie betonu według [32]: a) zależność naprężenie-odkształcenie, b) zależność naprężenie-przemieszczenie w strefie aktywnej

Mechanika pękania betonu ma bardzo bogate piśmiennictwo. Stan wiedzy w tej dziedzinie przedstawiono np. w raportach American Concrete Institute [1] i [2], a po polsku w książce Sz. Wolińskiego [146].

Autorzy raportu [2] stwierdzają, że co prawda mechanika pękania nie ma bezpośredniego zastosowania w praktyce i zaleceniach normowych, ale ma znaczenie praktyczne przy tworzeniu programów MES do analizy konstrukcji żelbetowych – umożliwia uzyskiwanie obiektywnych rozwiązań. Ponadto może być stosowana do analizy zagadnień, w których znaczenie mają ciągłość i uwalnianie energii w strefach aktywnych. Przede wszystkim jednak mechanika pękania wyjaśnia problem wpływu

rozmiarów elementu na wytrzymałość. Dziś uważa się, że efekt skali występuje przede wszystkim na skutek uwalniania energii wzdłuż frontu stref aktywnych. Dalsze rozważania dotyczące tego zagadnienia można znaleźć w punkcie 13.3, w którym mowa o momencie rysującym.

W normie [N1], w rozdziale dotyczącym konstrukcji niezbrojonych i słabo zbrojonych, umieszczono jedynie enigmatyczne stwierdzenia: „Dopuszcza się stosowanie metod mechaniki pęknięcia, gdy można wykazać, że zapewniają one wymagany poziom bezpieczeństwa” oraz „...w przypadku analizy nieliniowej (np. mechanika pęknięcia) należy wykonać sprawdzenie zdolności konstrukcji do znoszenia odkształceń...”. Niemniej jednak według tej normy można uwzględnić korzystny wpływ efektu skali przy projektowaniu niskich elementów zginanych, wykorzystując zależność przedstawioną na rysunku 2.7.

2.2. Doświadczalne wyznaczanie wytrzymałości betonu

2.2.1. Wytrzymałość na ściskanie

Wytrzymałość na ściskanie wyznacza się na podstawie badań próbek. Wyniki takich badań zależą nie tylko od właściwości samego betonu, ale także od czynników, które są związane z techniką przeprowadzania doświadczenia. Wyniki badań próbek zależą od metod zagęszczania i pielęgnacji próbek, a wytrzymałość betonu w konstrukcji od techniki wznoszenia konstrukcji. Dlatego sposób badania jest znormalizowany. Także maszyna do badań powinna być zgodna z odpowiednią normą. Wtedy wyniki badań uzyskane w różnych laboratoriach można porównywać, a do określania wytrzymałości betonu w projekcie stosować jednolite postępowanie, w którym, stosując odpowiednio dobrane współczynniki, bierze się pod uwagę różnicę między wytrzymałością betonu w próbkach a wytrzymałością betonu w konstrukcji.

Wymagania dotyczące betonu są określone w wielu normach. Podstawowe znaczenie ma norma [N24]. Komentarze i wyjaśnienia do tej, niezbyt jasnej, normy można znaleźć w starannie opracowanym komentarzu [11]. Szczegółów badania wytrzymałości dotyczą normy [N25]–[N29].

Przed wejściem w życie normy [N24] niektóre przedstawione w niej zagadnienia były znormalizowane w normie [N30].

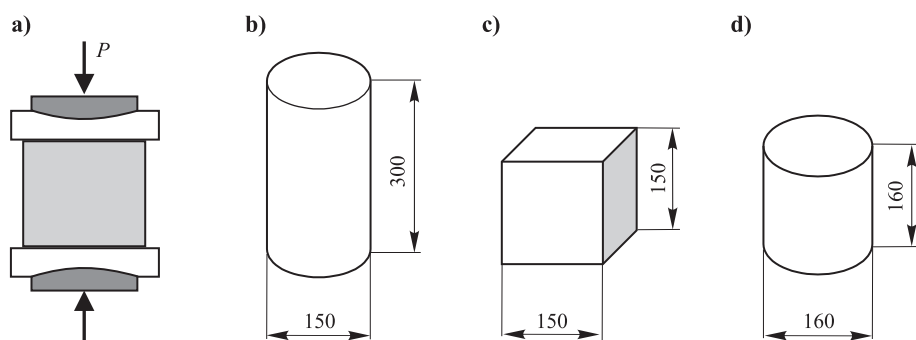
Wytrzymałość na ściskanie określa się na podstawie badań próbek sześciennych o boku 150 mm (wytrzymałość kostkowa) lub próbek walcowych o średnicy 150 mm i wysokości 300 mm (wytrzymałość walcowa). Zwykle badanie przeprowadza się po 28 dniach dojrzewania próbek w znormalizowanych warunkach.

Można stosować także inne próbki pod warunkiem, że związek wyników badań tych próbek z wynikami normowymi zostanie ustalony i udokumentowany z wystarczającą dokładnością.

Wytrzymałość próbki wyznacza się, dzieląc wyznaczoną doświadczalnie siłę niszczącą P_n przez pole przekroju poprzecznego próbki A_c :

$$f_c = \frac{P_n}{A_c}.$$

W Europie podstawową próbką do badania wytrzymałości na ściskanie jest walec 150×300 mm (rys. 2.2b). Podobne próbki (o wymiarach określonych w calach) stosuje się także w USA. Przez wiele lat w Polsce podstawową próbką był sześciąt o boku 150 mm – takie sześciąty można nadal stosować w zgodzie z normami europejskimi (rys. 2.2c).

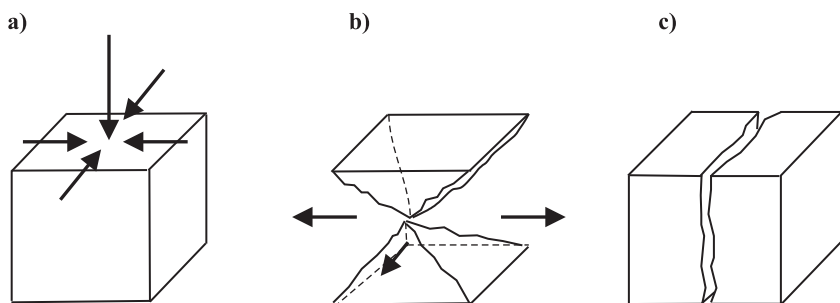


Rys. 2.2. a) Schemat badania wytrzymałości na ściskanie, b) walec – próbka podstawowa według Eurokodu (także w USA), c) sześciąt o boku 150 mm według wycofanych norm polskich (także wielu innych) jest nadal stosowany (dozwolony w Eurokodach), d) walec według norm polskich sprzed 1975 roku – tzw. szesnastka

Wytrzymałość wyznaczoną na podstawie badania podstawowych próbek walcowych oznacza się przez $f_{c,cyl}$, a wytrzymałość wyznaczoną na podstawie badania sześciątów o boku 15 cm przez $f_{c,cube}$. Próbki kostkowe wykazują wytrzymałość większą niż walcowe. Przybliżona zależność między $f_{c,cyl}$ i $f_{c,cube}$ jest wyrażona w nazwach klas betonu (np. C30/37). Pierwsza liczba w tej nazwie oznacza charakterystyczną wytrzymałość, którą beton tej klasy powinien osiągać przy badaniu próbek walcowych, a druga dotyczy charakterystycznej wytrzymałości wyznaczanej na kostkach.

Wytrzymałość betonu można w przybliżeniu ocenić na podstawie wyników uzyskanych z badań próbek innych niż określone w aktualnej normie – wtedy można wykonać przeliczenie wytrzymałości za pomocą prostych współczynników. I tak np. (dane orientacyjne) żeby uzyskać „wytrzymałość” sześciątów 15 cm na podstawie badań sześciątów 20 cm, należy wynik doświadczeń pomnożyć przez 1,05. Wyniki otrzymane z badań sześciątów 10 cm należy w tym samym celu pomnożyć przez 0,90. Zestawienie współczynników do przeliczania wytrzymałości próbek o różnych rozmiarach można znaleźć np. w podrozdziale 4.3 książki [15].

Na wyniki badań próbek mają wpływ takie czynniki, jak proporcje i rozmiary próbek, tempo obciążania i sposób wyrównywania powierzchni. Dawniej stosowano różne rodzaje podkładek (np. sklejka 4 mm, gips) w celu wyrównania nacisku wywieranego na próbkę w prasie. Dziś stosuje się wyrównywanie powierzchni przez szlifowanie lub nakładanie cienkiej warstwy wyrównującej (zaprawy z cementem glinowym lub mieszanki siarkowej, nakładki piaskowe).



Rys. 2.3. Wpływ tarcia na typ zniszczenia próbki

Typowy wygląd próbki po badaniu przedstawiono na rysunku 2.3b. Tarcie pomiędzy prasą a powierzchnią próbki wywołuje siły (rys. 2.3a), które utrzymują części próbki przylegające do prasy w stanie trójosiowego ściskania – dlatego części te po badaniu pozostają w całości, a zniszczona zostaje centralna część próbki. Jeżeli usunie się tarcie, to obraz zniszczenia będzie podobny do przedstawionego na rys. 2.3c. Badania próbek, mających wysokość większą od średnicy, np. standardowych próbek walcowych, prowadzą do lepszej oceny wytrzymałości przy osiowym ściskaniu, gdyż ta część elementu, w której dochodzi do dobrego przybliżenia osiowego ściskania, ma większy udział w całej objętości próbki. Istotny wpływ na wyniki badań mają rozmiary próbek – wytrzymałość określona na próbkach dużych jest mniejsza niż określona na próbkach małych. Zjawisko to bywa nazywane **efektem skali**. Efekt skali występuje także w badaniach innych materiałów o strukturze ziarnistej, np. żeliwa. Oparte na uproszczonym założeniu, dotyczącym struktury materiału, wyjaśnienie efektu skali wynika ze statystycznej teorii materiałów kruchych. Zakłada się, że w objętości próbki rozmieszczone są defekty, tzn. lokalne osłabienia struktury o różnych rozmiarach. Największy defekt zapoczątkowuje zniszczenie próbki. Zakładając, że defekty są rozłożone losowo, dochodzi się do wniosku, że w dużej próbce prawdopodobieństwo natrafienia na odpowiednio duży defekt jest większe niż w próbce małej. Prosta teoria wyjaśniająca, dlaczego duże próbki są słabsze niż małe, jest oparta na stosowaniu rozkładu Weibulla [13], [53]. Oczywiście, rzeczywiste zjawiska są znacznie bardziej złożone. Na podstawie wzmiankowanej tu prostej teorii i wyników doświadczeń wiadomo, że efekt skali jest szczególnie istotny w próbkach o małej objętości i zanika w miarę jej powiększania. Próbki o standardowych wymiarach mają objętość wystarczająco dużą, pozwalającą na

racjonalną ocenę wytrzymałości betonu w konstrukcjach o wymiarach znacznie większych od próbek. Warto jednak zdawać sobie sprawę z tego, że wytrzymałość betonu określana znormalizowanymi metodami ma charakter „techniczny” – zależy nie tylko od samego materiału, ale także od czynników związanych z metodą badania.

2.2.2. Wytrzymałość na rozciąganie

Na podstawie badania próbek rozciąganych osiowo (rys. 2.4) wytrzymałość na rozciąganie można wyznaczyć ze wzoru

$$f_{ct} = \frac{P_n}{A_c},$$

w którym P_n oznacza siłę niszczącą, a A_c pole przekroju poprzecznego środkowej części próbki.

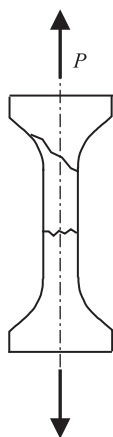
Uzyskanie wiarygodnych wyników w badaniach, w których realizuje się schemat według rysunku 2.4, jest trudne, gdyż wymaga zapewnienia rzeczywiście osiowego rozciągania. Wynik badania jest wiarygodny tylko wtedy, gdy rozerwanie próbki następuje w jej środkowej części, a nie w szczękach prasy. W celu uzyskania takich wyników stosuje się np. uchwyty przyklejane do próbek i zamocowywane w prasie. Z tego powodu badania według schematu na rysunku 2.4, w których realizuje się osiowe rozciąganie zgodnie z jego definicją, nie są stosowane zbyt często. Częściej wytrzymałość na rozciąganie określa się znormalizowanymi metodami pośrednimi przez badanie próbek rozłupywanych lub zginanych [N28], [N29].

Wynikiem badania wytrzymałości według schematu przedstawionego na rysunku 2.5 jest **wytrzymałość na rozciąganie przy rozłupywaniu** $f_{ct,sp}$ (ang. *tensile splitting strength*). Ten sposób badania bywa także nazywany metodą brazylijską. Badanie polega na rozłupywaniu walca (lub kostki) przez obciążenie przyłożone wzdłuż tworzącej. W pionowym przekroju poprzecznym walca powstają naprężenia naszkicowane na rysunku 2.5.

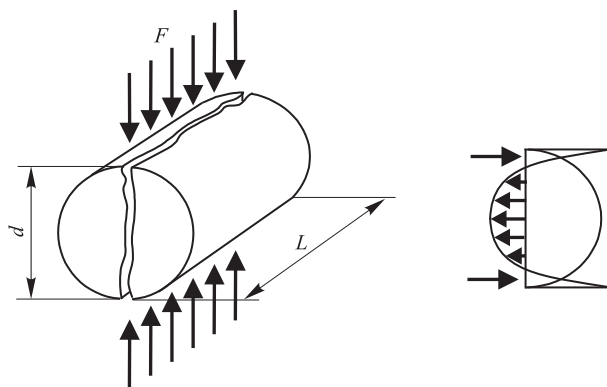
Bezpośrednio pod siłami obciążającymi próbkę powstają duże naprężenia ściskające prostopadłe do tych sił. Zasięg tych stref ściskanych jest niewielki, a w głębi próbki wytwarza się strefa, w której działają siły rozciągające prostopadłe do obciążenia, które doprowadzają do rozłupania próbki (rys. 2.5). Przyjmuje się, że wytrzymałość betonu na rozciąganie jest proporcjonalna do siły rozłupującej F .

Podobnie jak w przypadku ściskania wynik badania zależy od szczegółów technicznych doświadczenia, a więc badania należy wykonywać zgodnie z normą [N28]. Tak wyznaczona wytrzymałość nie jest równa wytrzymałości przy rozciąganiu osiowym f_{ct} . Według normy [N1] można przyjmować, że zachodzi zależność:

$$f_{ct} = 0,9f_{ct,sp}.$$



Rys. 2.4. Schemat badania wytrzymałości na rozciąganie osiowe

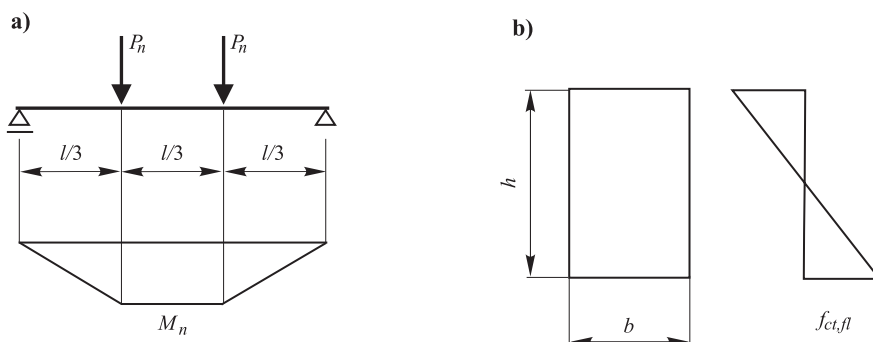


Rys. 2.5. Badanie wytrzymałości na rozciąganie przez rozłupywanie walców

Inny sposób badania wytrzymałości na rozciąganie polega na badaniu zginanych beleczek (rys. 2.6). Wynikiem badania jest **wytrzymałość na rozciąganie przy zginaniu** $f_{ct,fl}$ (ang. *flexural tensile strength*), którą oblicza się ze wzoru:

$$f_{ct,fl} = \frac{M_n}{W} = \frac{1}{3} \frac{6P_n l}{bh^2},$$

gdzie M_n jest wyznaczonym w badaniach momentem łamiącym beleczkę, a W – wskaźnikiem wytrzymałości przekroju poprzecznego.

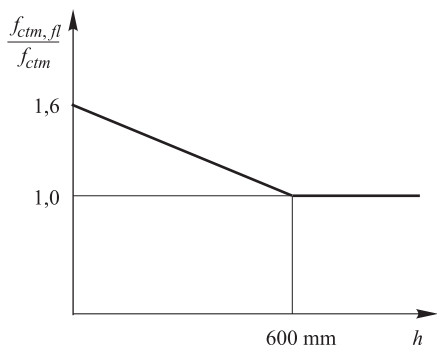


Rys. 2.6. Badanie wytrzymałości na rozciąganie przy zginaniu: a) schemat, b) naprężenia w przekroju leżącym pomiędzy siłami skupionymi

W badaniu na zginanie niewielkich beleczek silnie ujawnia się efekt skali. Ważne są tu zjawiska związane z mechaniką pęknięcia betonu, a także to, że strefa największych rozciągań, która decyduje o wyczerpaniu nośności, ma małe rozmiary. Dalsze

wyjaśnienia tego zagadnienia i związanego z nim problemu obliczania momentu rysującego można znaleźć w punktach 2.1 i 13.3.

Wytrzymałość na rozciąganie przy zginaniu jest zatem zwykle znacznie większa niż wytrzymałość na rozciąganie osiowe, a stosunek średniej wytrzymałości $f_{ctm,fl}$ do średniej wytrzymałości na rozciąganie osiowe f_{ctm} zależy od wysokości badanych belek (rys. 2.7).



Rys. 2.7. Stosunek wytrzymałości na rozciąganie przy zginaniu do wytrzymałości na rozciąganie osiowe w zależności od wysokości belki (według [N1])

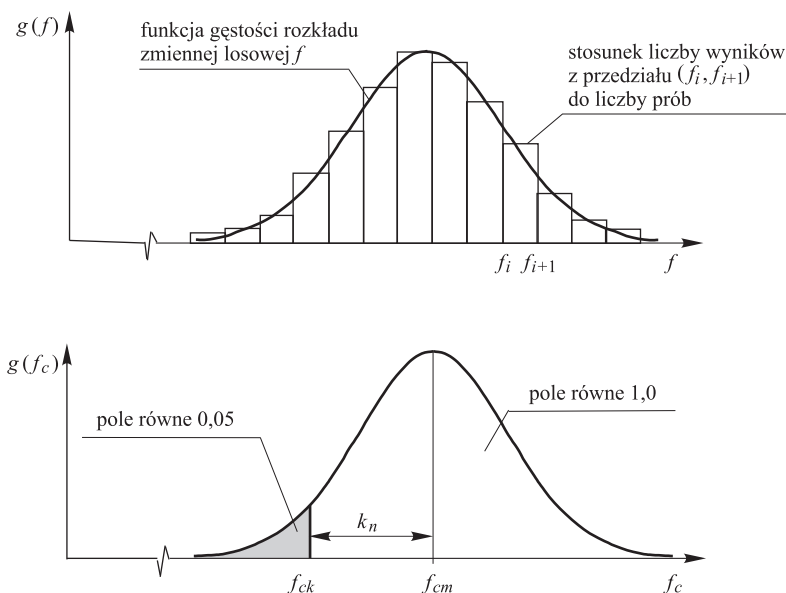
W zwykłych warunkach wytrzymałość na rozciąganie nie ma zasadniczego wpływu na wyniki obliczeń. W związku z tym nie wyznacza się tej wytrzymałości przez badanie próbek. Za wystarczająco dokładne uznaje się wartości zawarte w tablicy 2.1 umieszczonej w punkcie 2.5, opartej na tablicy 3.1 normy [N1], w której wytrzymałość na rozciąganie i moduł sprężystości betonu przyporządkowano jednoznacznie wytrzymałości na ściskanie. Wyniki badań zależności między tymi dwoma rodzajami wytrzymałości można znaleźć np. w książce A.M. Neville'a [107].

2.3. Wytrzymałość na ściskanie jako zmienna losowa o rozkładzie normalnym

Wyniki badań próbek wykazują losowe fluktuacje. Wytrzymałość betonu należy więc rozpatrywać jako zmienną losową. Wskaźnik zmienności wyników badań (tzn. stosunek odchylenia standardowego do wartości średniej) zwykle wynosi od kilku do kilkunastu procent.

Na rysunku 2.8 przedstawiono wyniki wyimaginowanego doświadczenia, polegającego na badaniu dużej liczby próbek pochodzących z jednorodnej i nieograniczonej populacji. Oś wytrzymałości f podzielono na przedziały. Każdy wynik doświadczenia umieszczony jest w odpowiednim dla niego przedziale (f_i, f_{i+1}). Wysokość słupka w każdym przedziale jest proporcjonalna do stosunku liczby wyników z rozpatrywa-

nego przedziału do liczby wszystkich prób. Otrzymany w ten sposób wykres schodkowy przy powiększaniu liczby prób do nieskończoności z jednoczesnym zagęszczaniem przedziałów na osi f dąży do wykresu funkcji gęstości rozkładu zmiennej losowej f .



Rys. 2.8. Wytrzymałość betonu na ściskanie jako zmienna losowa o rozkładzie normalnym

W normach i piśmiennictwie związanym z normami stosuje się następujące oznaczenia:

f_{cm} – wytrzymałość średnia (indeks m pochodzi od słowa medium),

s_n – estymator odchylenia standardowego wyznaczony na podstawie n wyników

$$s_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (f_{ci} - f_{cm})^2}{n - 1}}, \quad (2.1)$$

f_p – kwantyl rzędu p – wartość zmiennej f taka, że: $P(f < f_p) = p$ (prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że $(f < f_p) = p$). Na przykład kwantyl rzędu 0,05, czyli $f_{0,05}$, oznacza taką wartość zmiennej f , że $P(f < f_{0,05}) = 0,05$.

Szczególną rolę w klasyfikacji betonu odgrywa kwantyl wytrzymałości na ściskanie rzędu 0,05, oznaczany przez f_{ck} i nazywany wytrzymałością charakterystyczną betonu na ściskanie. Pięć procent pola leżącego pod wykresem funkcji gęstości leży na lewo od punktu $f_c = f_{ck}$, co oznacza, że w badaniach znacznej liczby próbek w pięciu przypadkach na sto otrzyma się wyniki mniejsze od f_{ck} , a w dziewięćdziesięciu

pięciu przypadkach na sto wyniki badań będą od f_{ck} większe. Posługując się w obliczeniach wartością f_{ck} zmniejszoną jeszcze przez zastosowanie współczynnika γ_C (według p. 2.5) zapewnia się bezpieczeństwo konstrukcji.

Estymator kwantyla rzędu p można przedstawić w postaci:

$$f_p = f_{cm} - k_n s_n. \quad (2.2)$$

Jeżeli informacje o zmiennej losowej czerpiemy wyłącznie z rozpatrywanego doświadczenia, to współczynnik k_n zależy od rozkładu zmiennej losowej, rzędu wyznaczanego kwantyla i od liczby prób n . Jeżeli – jak często się zakłada – zmienna losowa ma rozkład normalny z wartością średnią f_m , to przy $n \rightarrow \infty$ dla kwantyla rzędu 0,05 współczynnik ten wynosi w przybliżeniu 1,64, czyli

$$f_{0,05} = f_m - 1,64 s_n. \quad (2.3)$$

2.4. Wytrzymałość charakterystyczna na ściskanie

2.4.1. Definicja wytrzymałości charakterystycznej

Podstawowym pojęciem stosowanym do oceny klasy betonu ze względu na wytrzymałość jest **wartość charakterystyczna wytrzymałości betonu na ściskanie**.

Określenie wartości charakterystycznej jest stosowane w normach także do innych właściwości materiałów oraz do oddziaływań. Według normy *Podstawy projektowania konstrukcji* [N12]:

„...wartość charakterystyczna (X_k lub R_k) to wartość właściwości materiału lub wyrobu, odpowiadająca założonemu prawdopodobieństwu nieprzekroczenia w teoretycznie nieograniczonej serii prób. Zwykle odpowiada ona określonej kwantylowi przyjętego rozkładu statystycznego określonej właściwości materiału lub wyrobu. W pewnych okolicznościach za wartość charakterystyczną przyjmuje się wartość nominalną”.

Według podstawowej normy dotyczącej betonu [N24] wytrzymałość charakterystyczna to

„wartość wytrzymałości, poniżej której może się znaleźć 5% populacji wszystkich możliwych oznaczeń wytrzymałości dla danej objętości betonu”.

Tak więc, wytrzymałość charakterystyczna betonu f_{ck} (na ściskanie) to kwantyl rzędu 0,05 wytrzymałości walcowej $f_{c,cyl}$.

Wartość f_{ck} można wyznaczyć na podstawie badań próbek walcowych. Można stosować także próbki kostkowe – wtedy wynik badań powinien być odpowiednio większy, według zasady wyrażonej w nazwach klas betonu. I tak np. próbki walcowe z betonu

C30/37 powinny spełniać wymagania zgodności (z wytrzymałością charakterystyczną założoną w specyfikacji) dla $f_{ck} = 30$ MPa, a próbki kostkowe dla wytrzymałości 37 MPa.

Jeżeli założyć, że wytrzymałość betonu ma rozkład normalny, to w wyniku „teoretycznie nieograniczonej serii prób”, w której odchylenie standardowe wyniosło s , wartość k_n we wzorze (2.2) wynosi 1,64. Przy ograniczonej liczbie prób w grę wchodzi zagadnienie wymaganego poziomu ufności i przy racjonalnym poziomie ufności wartości k_n są większe. Z drugiej strony, rzadko (a może nigdy) zdarza się taka sytuacja, w której ocena wytrzymałości opiera się wyłącznie na wynikach rozpatrywanej właśnie próby – dysponujemy przecież doświadczeniem z wcześniejszych badań. Dlatego wyznaczanie wartości f_{ck} nie może być oparte wprost i wyłącznie na wzorze (2.3). Obszerne przepisy dotyczące tego zagadnienia przedstawiono w skrócie w punkcie 2.4.2.

Kontrola f_{ck} jest elementem kontroli produkcji, której powinien podlegać beton (wyczerpujące informacje znajdują się w normie [N24] oraz w książkach [11] i [52]). Producent jest odpowiedzialny za zgodność betonu ze specyfikacją, która powinna obejmować wszystkie istotne wymagania.

W zwykłych przypadkach cechy betonu ważne ze względów konstrukcyjnych mogą być opisane za pomocą tzw. skróconego oznaczenia, obejmującego podstawowe dane, które powinny być zawarte w specyfikacji. Poniżej przedstawiono przykład skróconego oznaczenia betonu projektowanego (nie zajmujemy się tu betonem recepturowym)

EN 206-1; C30/37; XC2 (PL); Cl 0,2; $D_{\max}$ 8; V2.

Skrót ten oznacza, że beton jest zgodny z normą [N24], ma wytrzymałość charakterystyczną odpowiadającą klasie C30/37 (tzn. f_{ck} wynosi co najmniej 30 MPa), graniczne wartości składu betonu (np. zawartości cementu i w/c) są odpowiednie dla klasy ekspozycji XC2 według przepisów polskich, klasa zawartości chlorków wynosi Cl 0,2, maksymalny wymiar ziaren kruszywa 8 mm, konsystencja mieszanki V2.

2.4.2. Kontrola jakości i wyznaczanie wytrzymałości betonu

Wyznaczanie lub sprawdzanie f_{ck} betonu jest związane z pobieraniem próbek z pewnej populacji. W zależności od celu badań i od cech tej populacji mogą wystąpić trzy następujące przypadki A, B i C:

A. Badania związane z produkcją betonu obejmujące

A1) kontrolę zgodności ze specyfikacją,

A2) badania wstępne,

A3) badanie identyczności.

B. Badania elementów z betonu do celów naukowych lub technicznych (często związane z zastosowaniem projektowania wspomaganego badaniami według normy [N12]).

C. Ocena wytrzymałości charakterystycznej betonu w istniejącej konstrukcji.

W żadnym z tych przypadków nie dysponujemy wynikami „teoretycznie nieograniczonej serii prób” – zachodzi potrzeba estymacji parametrów rozkładu na podstawie ograniczonej liczby próbek.

A1. Kontrola zgodności ze specyfikacją

Tego rodzaju badania przeprowadza się na każdej budowie. Producent (np. wytwórnia betonu) produkuje beton – wymagane właściwości (w tym wytrzymałość charakterystyczna) są określone w specyfikacji – producent ma obowiązek sprawdzania, czy beton jest zgodny z tą specyfikacją (ocena zgodności).

Do określenia kryteriów zgodności zastosowano w normie metodę funkcji operacyjno-charakterystycznych (ang. *operating characteristic curves*) – jest to pewna metoda statystycznego sterowania jakością. Związek między prostymi zasadami normy a metodami statystycznego sterowania nie jest całkiem jasny. Obszerne rozważania dotyczące probabilistycznych aspektów kryteriów zgodności można znaleźć w książce L. Brunarskiego [14].

Przy sprawdzaniu zgodności betonu ze specyfikacją należy rozróżniać produkcję początkową i produkcję ciągłą.

Produkcja początkowa występuje, gdy zaczyna się produkować beton według nowej specyfikacji. Z pierwszych 50 m³ pobiera się trzy próbki, a następnie jedną próbkę z każdych 200 m³ lub dwie na tydzień produkcji. Wymagana częstotliwość pobierania próbek zależy od tego, czy produkcja betonu jest certyfikowana, tzn. czy kontrola produkcji prowadzona przez producenta jest oceniana i nadzorowana, a następnie poświadczana przez „uznaną jednostkę certyfikującą”. Podane tu zasady są właściwe, gdy produkcja jest certyfikowana. Rozpatruje się serie po trzy próbki. Beton uznaje się za zgodny (ze specyfikacją, w której wymaga się wytrzymałości charakterystycznej f_{ck}) wtedy, gdy spełnione jest tzw. podwójne kryterium zgodności, tzn. średnia w każdej serii f_{cm} spełnia zależność (wszystkie wytrzymałości w MPa)

$$f_{cm} \geq f_{ck} + 4,$$

a wytrzymałość każdej pojedynczej próbki

$$f_{ci} \geq f_{ck} - 4.$$

Produkcja początkowa zostaje uznana za zakończoną, gdy uzyska się co najmniej 35 wyników badań, w okresie nie dłuższym niż 12 miesięcy.

W przypadku produkcji ciągłej (tzn. produkcji, która następuje po wcześniejszym wyprodukowaniu takiej ilości betonu, która pozwala uznać produkcję początkową za zakończoną) próbki pobiera się rzadziej – jedną próbkę z każdych 400 m³ lub jedną na tydzień produkcji (mowa tu o produkcji certyfikowanej) i bada się serie złożone z nie mniej niż 15 próbek. Kryterium zgodności ma teraz postać:

$$f_{cm} \geq f_{ck} + 1,48\sigma, \quad f_{ci} \geq f_{ck} - 4.$$

Jako oszacowanie odchylenia standardowego σ stosuje się wartość s (według wzoru na odchylenie wyznaczone z próby) obliczoną na podstawie co najmniej 35 wyników badań uzyskanych w okresie trzech miesięcy bezpośrednio poprzedzających sprawdzenie zgodności. Tę wartość odchylenia standardowego stosuje się tak długo, jak długo odchylenie standardowe ostatnich 15 oznaczeń s_{15} spełnia warunek

$$0,63\sigma \leq s_{15} \leq 1,37\sigma.$$

Jeżeli powyższy warunek nie jest spełniony, to należy zmienić wartość σ (według zasady przedstawionej w normie [N24]).

A2. Badania wstępne

Badaniami wstępnymi nazywa się badania prowadzone w celu ustalenia składu betonu, który ma spełnić określone wymagania – wykonuje się je przed zastosowaniem nowego betonu (rodziny betonów). Podane w normie kryteria akceptacji są w tym przypadku określone z zapasem ($f_{cm} = f_{ck} + 12$ MPa), co ma zapewnić późniejszą zgodność z wymaganiami według A1.

A3. Badanie identyczności

Badanie identyczności to sprawdzanie, czy określona objętość betonu rzeczywiście spełnia wymagania specyfikacji. Przeprowadza się je np. wtedy, gdy istnieją wątpliwości co do jakości zarobu lub ładunku lub gdy wymaga tego specyfikacja (np. specyfikacja może wymagać dodatkowego zbadania betonu przeznaczonego na grupę szczególnie ważnych belek lub słupów). Pobiera się od 2 do 6 próbek z badanego ładunku. Zasady stosowane przy badaniu identyczności znajdują się w Załączniku B do normy [N24].

B. Badania elementów z betonu do celów naukowych lub technicznych

Niekiedy elementy konstrukcyjne uznaje się za odpowiednie na podstawie badań eksperymentalnych, a nie na podstawie obliczeń lub nie tylko na podstawie obliczeń. Taka metoda postępowania była stosowana od dawna, zwłaszcza do elementów prefabrykowanych. Dziś w normie [N12] znajdują się zasady dotyczące projektowania wspomaganego badaniami. Wyniki badań trzeba rozpatrywać jako zmienne losowe. Jeżeli wynik badań ma być zastosowany w praktyce, to często trzeba go wyrazić w zależności od charakterystycznej wytrzymałości betonu – zachodzi potrzeba wyznaczenia tej wytrzymałości na podstawie badań próbek.

Podobny problem występuje prawie zawsze w tych badaniach naukowych dotyczących żelbetu, w których wyniki zależą od wytrzymałości betonu. Ilości betonu, które występują w takich doświadczeniach, są wielokrotnie mniejsze od uzyskiwanych w produkcji ciągłej. Ponadto zasady określone w punkcie A mają na celu wiarygodne wykazanie, że wytrzymałość charakterystyczna nie jest mniejsza od zamówionej,

a w badaniach zwykle potrzebne jest wiarygodne wyznaczenie wytrzymałości zarówno średniej, jak i charakterystycznej. Zasad pobierania próbek według przypadku A tu nie można zastosować – trzeba przyjąć zasady odpowiednie dla wykonywanego eksperymentu.

C. Ocena wytrzymałości charakterystycznej betonu w istniejącej konstrukcji

Nie dysponujemy wynikami badań próbek lub też wyniki te uważamy za niewiarygodne (np. na skutek różnicy w warunkach dojrzewania betonu w próbkach i w konstrukcji, zaobserwowanych zarysowań itp.).

Badania betonu w konstrukcjach mogą polegać na:

- badaniu odwierconych z konstrukcji rdzeni (uważa się, że wyniki badań rdzeni o średnicy 100–150 mm i o podobnej wysokości odpowiadają wynikom badań ścianów o boku 150 mm),
- określaniu wytrzymałości na podstawie liczby odbicia młotka udarowego,
- określaniu wytrzymałości na podstawie pomiaru prędkości przechodzących przez beton fal ultradźwiękowych.

Stosuje się także inne metody badania wytrzymałości betonu w konstrukcji. Obszerne informacje dotyczące tego zagadnienia znajdują się np. w książkach Ł. Drobca, R. Jasińskiego i A. Piekarczyka [27], [52] oraz L. Runkiewicza [121].

Badanie betonu w konstrukcjach objęte jest normami serii PN-EN 12504 i Instrukcją ITB nr 194.

Warto podkreślić, że najczęściej stosowane metody badań przedstawione tu w A1 i A2 są nastawione na sprawdzanie zgodności wytrzymałości ze specyfikacją, a nie na wyznaczanie wytrzymałości charakterystycznej betonu. I tak np., jeżeli zamówiono beton klasy C30/37 i produkowany beton spełnia wymagania dla $f_{ck} = 30$ MPa, to produkt jest zgodny ze specyfikacją. Jeżeli producent, chcąc się asekurować przed ewentualnym niepowodzeniem, wyprodukuje beton „za mocny”, np. spełniający wymagania dla $f_{ck} = 50$ MPa, to nadal może twierdzić, że zamówienie (C30/37) zostało wykonane właściwie.

Stosowanie betonu znacznie mocniejszego od zaprojektowanego nie jest właściwe, gdyż może spowodować wystąpienie za szerokich rys. Wymagane w normie minimalne zbrojenie zależy od klasy betonu i jest tym większe im mocniejszy jest beton. Może więc, przygotowując specyfikację należałoby się zabezpieczyć przed „za mocnym” betonem, np. stawiając wymaganie, że beton ma spełniać warunki normy dla $f_{ck} = 30$ MPa, ale nie powinien spełniać tych warunków dla $f_{ck} = 45$ MPa.

2.5. Klasy wytrzymałości i wytrzymałość obliczeniowa betonu

2.5.1. Klasy wytrzymałości i cechy mechaniczne betonu

Klasyfikacja betonu opiera się na charakterystycznej wytrzymałości walcowej na ściskanie. **Klasę betonu** oznacza się literą C i następującymi po niej dwiema liczbami (np. C16/20). Pierwsza liczba oznacza wymaganą charakterystyczną wytrzymałość walcową osiąganą po 28 dniach, określoną na próbkach wykonanych i pielęgnowanych według serii norm EN 12390 [N25], [N26], [N27], druga – wytrzymałość kostkową. Symbol f_{ck} oznacza wytrzymałość charakterystyczną na ściskanie określoną na walcach.

W normie [N1] znajduje się tablica, w której klasom betonu przyporządkowuje się inne cechy potrzebne do projektowania. Zwykle zatem tylko przyjęta w projekcie wartość f_{ck} jest oparta na badaniach próbek. Inne cechy betonu bada się empirycznie tylko w szczególnych przypadkach.

Uwaga. W wydrukowanych bezpośrednio po wejściu w życie egzemplarzach normy polskiej z 2002 roku [N5] (dziś wycofanej, ale ciągle stosowanej) klasy są oznaczone literą B i liczbą związaną z wytrzymałością kostkową, zwaną wytrzymałością gwarantowaną (np. B20 według PN oznacza tę samą klasę co C16/20 według norm europejskich).

W tablicy 2.1 zestawiono określone w normie wartości wytrzymałości średniej na ściskanie f_{cm} i na rozciąganie f_{ctm} oraz wartości dolnego kwantyla $f_{ctk,0,05}$ (zwanego wytrzymałością charakterystyczną na rozciąganie – oznaczanego także przez f_{ctk}) i górnego kwantyla $f_{ctk,0,95}$ wytrzymałości na rozciąganie. Jak widać średnią (walcową) wytrzymałość na ściskanie wyznaczono w normie ze wzoru

$$f_{cm} = f_{ck} + 8.$$

Jeżeli przyjąć, że wytrzymałość betonu rozpatrywana jako zmienna losowa ma rozkład normalny, to na podstawie definicji f_{ck} (kwantyl rzędu 0,05) można obliczyć odchylenie standardowe s tej zmiennej:

$$1,64s = 8 \rightarrow s \approx 5 \text{ MPa}.$$

Jak widać, budując tablicę wytrzymałości w normie, zakładano, że odchylenie standardowe w badaniach próbek wynosi około 5 MPa niezależnie od klasy betonu. Wskaźnik zmienności (stosunek s/f_{cm}) badań betonu mającego $f_{cm} = 20$ MPa wynosi zatem, jak postuluje się w normie, około 25%, a betonu mającego $f_{cm} = 98$ MPa około 5%.

Wytrzymałości na rozciąganie wyznaczono ze wzorów:

$$f_{ctm} = 0,30 \sqrt[3]{f_{ck}^2}, \quad f_{ctk} = 0,70 f_{ctm}.$$

Tablica 2.1. Wytrzymałości (MPa) i moduły sprężystości betonu E_{cm} (GPa)

Klasa betonu	f_{ck}	f_{cm}	f_{ctm}	$f_{ctk,0,05}$	$f_{ctk,0,95}$	$E_{cm}^{1)}$
C12/15	12	20	1,6	1,1	2,0	27
C16/20	16	24	1,9	1,3	2,5	29
C20/25	20	28	2,2	1,5	2,9	30
C25/30	25	33	2,6	1,8	3,3	31
C30/37	30	38	2,9	2,0	3,8	32
C35/45	35	43	3,2	2,2	4,2	34
C40/50	40	48	3,5	2,5	4,6	35
C45/55	45	53	3,8	2,7	4,9	36
C50/60	50	58	4,1	2,9	5,3	37
C55/67	55	63	4,2	3,0	5,5	38
C60/75	60	68	4,4	3,1	5,7	39
C70/85	70	78	4,6	3,2	6,0	41
C80/95	80	88	4,8	3,4	6,3	42
C90/105	90	98	5,0	3,5	6,6	44

¹⁾ Wartości E_{cm} są odpowiednie dla betonów z kruszywem kwarcytowym. Dla kruszyw wapiennych należy te wartości zmniejszyć o 10%, dla kruszyw piaskowych zmniejszyć o 30%, dla kruszyw bazaltowych zwiększyć o 20%.

Jeżeli wytrzymałość na rozciąganie wyznaczono przez rozłupywanie (indeks sp), to do wytrzymałości zarówno średniej, jak i charakterystycznej, można stosować zależność

$$f_{ct} = 0,9f_{ct,sp}$$

Moduł sprężystości betonu silnie zależy od jego składu (szczególnie od rodzaju kruszywa) i dlatego wartości podane w tablicy 2.1, jednoznacznie przyporządkowane klasom wytrzymałości, należy uważać jedynie za orientacyjne wskazówki, które są właściwe w powszechnych zastosowaniach. Jeżeli konstrukcja jest wrażliwa na odchylenia od założonej wartości modułu sprężystości, to należy ten moduł wyznaczyć eksperymentalnie.

Według normy [N1] „można przyjmować, że współczynnik Poissona betonu niezarysowanego jest równy 0,2, a współczynnik Poissona betonu zarysowanego jest równy zero”. Zerową wartość tego współczynnika można zaobserwować, wykonując np. doświadczenie polegające na osiowym rozciąganiu zbrojonego podłużnie pręta żelbetowego. Po przekroczeniu siły rysującej powstają poprzeczne rysy, które powodują, że beton rozciągany przed zarysowaniem przy mniejszych obciążeniach zostaje odciążony.

W rysach całą siłę podłużną przenosi zbrojenie. Odciążenie betonu powoduje zanik poprzecznych skróceń, które powstały przed zarysowaniem. Uśrednione odkształcenia poprzeczne betonu są zatem bliskie zeru – można to zjawisko opisywać (w uśrednieniu), nadając zerową wartość współczynnikowi Poissona. Nie oznacza to jednak, że beton rozpatrywany jako materiał ciągły, ma zerowy współczynnik Poissona.

Można przyjmować, że w zwykłych warunkach współczynnik rozszerzalności termicznej betonu jest równy 10^{-5} K^{-1} .

2.5.2. Wytrzymałość obliczeniowa

Jest rzeczą oczywistą, że opieranie oceny nośności wyłącznie na 5% kwantylu wytrzymałości próbek f_{ck} nie mogłoby zapewnić wystarczającego bezpieczeństwa konstrukcji. Dlatego w obliczeniach dotyczących stanu granicznego nośności stosuje się obliczeniową wartość wytrzymałości betonu na ściskanie (ang. *design value of concrete compressive strength*), krócej – **wytrzymałość obliczeniową betonu** f_{cd} , mniejszą od wytrzymałości charakterystycznej, wyznaczaną ze wzoru:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_C}.$$

Podobnie wyznacza się wytrzymałość obliczeniową na rozciąganie

$$f_{ctd} = \alpha_{ct} \frac{f_{ctk,0,05}}{\gamma_C}.$$

Wartość obliczeniową wytrzymałości określa się więc z dużą ostrożnością. Uważa się, że w ten sposób uwzględnia się także czynniki, które mogą wpływać na zmniejszenie wytrzymałości betonu w konstrukcji w porównaniu z wytrzymałością próbek.

W Eurokodzie [N2] podstawowa wartość częściowego współczynnika (bezpieczeństwa) betonu γ_C wynosi 1,5. Polski Komitet Normalizacyjny ustalił w Załączniku krajowym do normy [N1], że w Polsce należy przyjmować $\gamma_C = 1,4$.

W przypadku sprawdzania sytuacji wyjątkowych stosuje się $\gamma_C = 1,2$. W obliczeniach nośności pali betonowanych *in situ* bez stałej obudowy należy współczynnik γ_C pomnożyć przez 1,1.

W Załączniku A do normy [N1] określono warunki, w których można zmniejszyć współczynnik γ_C (w porównaniu z wartością $\gamma_C = 1,5$). Zmniejszenie takie jest możliwe, gdy współczynnik zmienności wytrzymałości betonu nie przekracza 10%, a w obliczeniach uwzględnia się niekorzystne odchyłki wymiarów konstrukcji albo stosuje się wymiary pomierzone w gotowej konstrukcji (więcej szczegółów w Załączniku A).

W przypadku sprawdzania odporności ogniowej konstrukcji funkcję γ_C pełni współczynnik $\gamma_{M,fi}$. Przyjmuje się, że $\gamma_{M,fi} = 1,0$. Więcej informacji dotyczących tego zagadnienia można znaleźć w punkcie 2.3 normy [N9].

Przez zastosowanie współczynników α_{cc} i α_{ct} uwzględnia się wpływ długotrwałego działania obciążenia oraz, jak to sprecyzowano w normie [N1]: „*niekorzystne wpływy wynikające ze sposobu przyłożenia obciążenia*”.

Wiadomo, że wytrzymałość betonu uzyskiwana pod wpływem długotrwałego obciążenia jest mniejsza od tej uzyskiwanej pod wpływem obciążenia krótkotrwałego. W badaniach Rüscha (według [34]) próbki obciążano długotrwale siłami przekraczającymi 80% sił granicznych, które otrzymuje się przy obciążeniu doraźnym. Stwierdzano, że po pewnym czasie następuje zniszczenie pod wpływem długotrwałego obciążenia. I tak np., gdy badanie próbki trwało 20 minut, wówczas wytrzymałość wynosiła około 95% wytrzymałości krótkotrwałej, gdy 100 minut – około 87%, gdy 70 dni – około 82% tej wytrzymałości. Badania Hana i Walravena [47] potwierdziły występowanie podobnego zjawiska dla bardzo mocnych betonów.

Na ogół pełne obciążenie długotrwałe konstrukcji pojawia się wtedy, gdy wiek betonu istotnie przekracza 28 dni. Niekorzystny wpływ długotrwałego obciążenia jest więc kompensowany przez przyrost wytrzymałości betonu, który następuje po osiągnięciu wieku 28 dni. Ponadto istotną częścią obciążenia jest zwykle obciążenie krótkotrwałe. Dlatego zwykle uznaje się, że zmniejszenie nośności spowodowane długotrwałym działaniem obciążenia można pominąć.

W normach [N1] i [N2] zaleca się przyjmować $\alpha_{cc} = \alpha_{ct} = 1,0$.

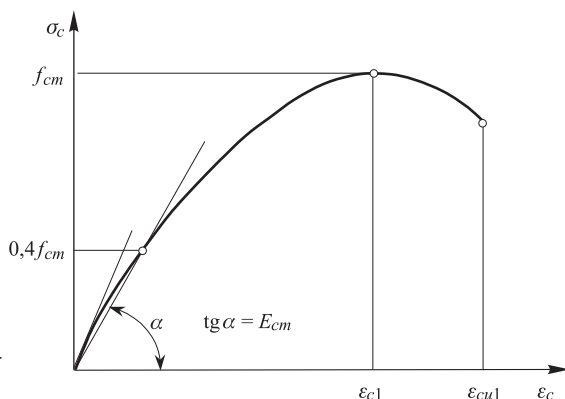
2.6. Zależność naprężenie-odkształcenie przy obciążeniu krótkotrwałym

2.6.1. Zależność naprężenie-odkształcenie zalecana do analizy konstrukcji

Zależność naprężenie σ_c -odkształcenie ε_c jest podstawą opisu właściwości betonu przy osiowym ściskaniu. Wyidealizowany, realny kształt wykresu tej zależności przedstawiono na rysunku 2.9 jako zależność między wartościami średnimi (z wielu prób) naprężeń i odkształceń. Gdy naprężenia są nieduże, jest ona w przybliżeniu liniowa. Rozwój wewnętrznych mikrouszkodzeń betonu i niesprężyste właściwości żeluz są przyczyną nieliniowego kształtu wykresu przy większych naprężeniach. Więcej informacji na ten temat można znaleźć np. w pracy K. Flagi [39].

Największemu naprężeniu (wytrzymałości betonu f_{cm}) odpowiada odkształcenie ε_{c1} . Jeżeli podczas badania możliwe jest sterowanie odkształceniami próbki, to można zaobserwować opadającą gałąź zależności naprężenie-odkształcenie. Dla odkształceń większych od ε_{c1} naprężenie w betonie maleje na skutek rozwoju wewnętrznych uszkodzeń. Wyidealizowany wykres w normie kończy się na odkształceniu granicznym oznaczonym przez ε_{cu1} (indeks u od ang. *ultimate*).

Wartość ε_{cu1} ma charakter umowny. W rzeczywistości w niektórych doświadczeniach obserwowano odkształcenia znacznie większe, którym jednakże odpowiadały bardzo małe naprężenia w betonie, zależne od tempa zwiększania odkształcenia.



Rys. 2.9. Zależność naprężenie-odkształcenie do analizy konstrukcji

Kształt znormalizowanego wykresu $\sigma_c - \varepsilon_c$ zależy od czterech stałych charakteryzujących beton: średniej wytrzymałości na ściskanie f_{cm} , średniego modułu sprężystości E_{cm} i dwóch odkształceń granicznych ε_{c1} i ε_{cu1} .

Funkcja przedstawiona na rysunku 2.9 określona jest wzorem

$$\sigma_c = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta} f_{cm}, \quad (2.4)$$

w którym

$$k = 1,05 E_{cm} \frac{\varepsilon_{c1}}{f_{cm}}, \quad \eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}.$$

Wykres z rysunku 2.9 można stosować do analizy konstrukcji, np. do obliczeń, w których uwzględnia się realne właściwości betonu. Według normy [N1] można także stosować inne wyidealizowane zależności, „pod warunkiem, że przedstawiają one odpowiednio zachowanie się rozpatrywanego betonu”.

W praktyce do analizy konstrukcji w stanie granicznym użyteczności, tzn. przy obciążeniach, które nie przekraczają 75% obciążenia niszczącego, a zwykle są jeszcze mniejsze, stosuje się na ogół zależności liniowe, w których uwzględnia się wpływ pęcznienia betonu (rozd. 4).

Wartości odkształceń granicznych betonu i stałych charakteryzujących zależność naprężenie-odkształcenie przedstawiono w tabeli 2.2.

Tablica 2.2. Odkształcenia graniczne betonu (‰) oraz stałe n i χ

Klasa betonu	ε_{c1}	ε_{cu1}	ε_{c2}	ε_{cu2}	ε_{c3}	ε_{cu3}	n	χ
C12/15	1,8	3,5	2,0	3,5	1,75	3,5	2,0	$\frac{3}{7} = 0,4286$
C16/20	1,9							
C20/25	2,0							
C25/30	2,1							
C30/37	2,2							
C35/45	2,25							
C40/50	2,3							
C45/55	2,4							
C50/60	2,45							
C55/67	2,5	3,2	2,2	3,1	1,8	3,1	1,75	0,2908
C60/75	2,6	3,0	2,3	2,9	1,9	2,9	1,6	0,2069
C70/85	2,7	2,8	2,4	2,7	2,0	2,7	1,45	0,1111
C80/95	2,8	2,8	2,5	2,6	2,2	2,6	1,4	0,0385
C90/105	2,8	2,8	2,6	2,6	2,3	2,6	1,4	0

Podane w tablicy wartości χ są odpowiednie tylko dla wykresu według rysunku 2.10a.

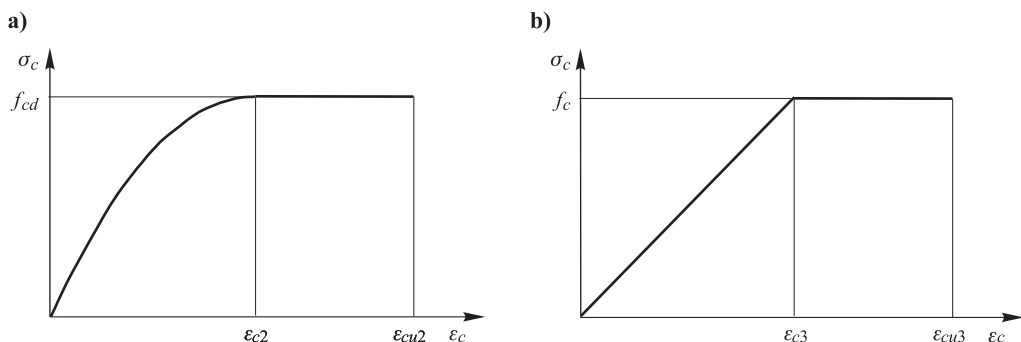
2.6.2. Zależności stosowane do analizy nośności granicznej

Do sprawdzania i projektowania przekrojów na podstawie analizy nośności granicznej stosuje się zależności inne niż pokazana na rysunku 2.9. Przedstawiono je na rysunkach 2.10 i 2.11.

Według normy [N1] można zastosować każdą z trzech możliwości przedstawionych na rysunkach 2.10 i 2.11. Narodowe komitety normalizacyjne mogły odrzucić niektóre z nich i np. pozostawić tylko jedną. Polski Komitet takiego wyboru nie dokonał, a więc w Polsce można stosować każdą z tych możliwości.

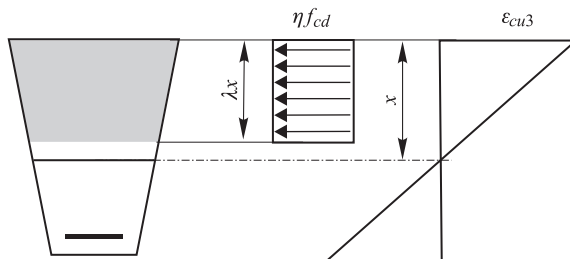
Różnice wynikające z zastosowania tej lub innej z trzech zależności, o których tu mowa, nie mają istotnego znaczenia. Temat ten zostanie rozwinięty w rozdziale 6. Przyczyną umieszczenia w normie trzech różnych zależności była zapewne potrzeba kompromisu między krajami wprowadzającymi Eurokody (możliwość stosowania dawniej opracowanych tablic i innych środków wspomagających projektowanie), a nie względy merytoryczne.

Podobnie główną przyczyną stosowania specjalnych wykresów do analizy stanu granicznego nośności (SGN), innych niż wykres według rysunku 2.9, jest umożliwienie stosowania dawniej opracowanych metod obliczania (tablic, prostych wzorów).



Rys. 2.10. Wykresy naprężenie-odkształcenie do analizy nośności granicznej: a) wykres parabola-prostokąt, b) zależność bilinearna

Rys. 2.11. Zastosowanie prostokątnego wykresu naprężeń do analizy nośności granicznej



W książce [34] znajduje się obszerny punkt, w którym wykazuje się, że zależności naprężenie-odkształcenie, o których tu mowa, prowadzą do prawie takich samych wyników. Podobne wnioski wynikają także z wielu innych publikacji.

Wykres według rysunku 2.10a składa się z linii krzywej (dla $f_{ck} \leq 50$ MPa jest to parabola) i odcinka prostej $\sigma_c = f_{cd}$. Część krzywoliniowa zależności naprężenie-odkształcenie opisana jest równaniem

$$\sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right], \quad (2.5)$$

które jest ważne dla $0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2}$. Jak widać, zależność naprężenie-odkształcenie zależy od czterech stałych – wytrzymałości betonu, dwóch odkształceń granicznych ε_{c2} i ε_{cu2} oraz bezwymiarowego wykładnika potęgi n . Wartości tych stałych zestawiono w tabelcy 2.2.

Dla betonów mających $f_{ck} \leq 50$ MPa, czyli dla klas betonu najczęściej stosowanych w konstrukcjach, które nie są sprężone, odkształcenia graniczne wynoszą $\varepsilon_{c2} = 2\text{‰}$, $\varepsilon_{cu2} = 3,5\text{‰}$, a wykładnik potęgi $n = 2$ (stąd często stosowana nazwa: wykres paraboliczno-prostokątny). Część prostokątna wykresu naprężeń zajmuje wówczas 3/7 całego zakresu odkształceń, a zależność (2.5) przybiera postać

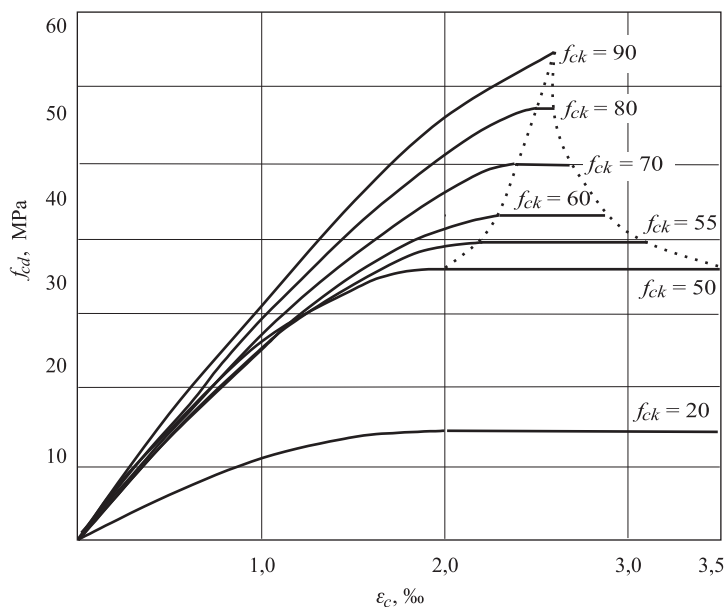
$$\sigma_c = 1000 \varepsilon_c (1 - 250 \varepsilon_c) f_{cd}. \quad (2.6)$$

Pochodna funkcji $\sigma_c(\varepsilon_c)$ w zerze jest równa $1000f_{cd}$, a więc nie przybliża dobrze modułu sprężystości. Z tego powodu wykres z rysunku 2.10 stosuje się tylko do obliczeń nośności – nie należy go stosować do analiz, w których mniejsze naprężenia odgrywają istotną rolę. Zbiór wykresów według wzoru (2.5) przedstawiono na rysunku 2.12. Wiadać, że betony słabsze mają silnie zakrzywioną część krzywoliniową i wyraźną półkę plastyczną. Charakterystyka betonów bardzo mocnych zbliża się do liniowej, a półka plastyczna zanika. Za miarę długości półki plastycznej można przyjąć stosunek

$$\chi = 1 - \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}}.$$

Wartości współczynnika χ umieszczono w tablicy 2.2.

Wykresy złożone z dwóch prostych (rys. 2.10b) mają właściwości podobne do wykresów z rysunku 2.10a – można je podobnie skomentować i zilustrować rysunkiem zbliżonym do rysunku 2.12.



Rys. 2.12. Krzywoliniowa zależność naprężenie-odkształcenie zalecana do analizy nośności (przy $\gamma_c = 1,4$)

Trzeci sposób analizy nośności granicznej (rys. 2.11) opiera się na założeniu, że wykres naprężeń w strefie ściskanej jest prostokątny, a naprężenie graniczne równe ηf_{cd} . Aproksymacja prostokątem wykresu naprężeń w stanie granicznym była podstawą metod obliczeń stosowanych w Polsce od 1956 roku. Tę aproksymację kojarzono jednak z założeniami innymi niż w Eurokodach, dotyczącymi odkształceń. Niemniej

jednak, również zastosowanie metody zaczerpniętej z norm polskich doprowadza do wyników prawie takich samych, jak te według Eurokodów, pod warunkiem, że zastosuje się te same przepisy do wyznaczania wytrzymałości betonu.

Oryginalną cechą metody Eurokodu jest założenie, że zasięg strefy, w której panują naprężenia ściskające, wynosi λx i jest mniejszy niż zasięg x strefy, w której beton podlega skróceniu. Przyjmuje się:

$$\text{dla } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad \eta = 1,0, \quad \lambda = 0,8,$$

$$\text{dla } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \quad \eta = 1,0 - \frac{f_{ck} - 50}{200}, \quad \lambda = 0,8 - \frac{f_{ck} - 50}{400}.$$

Uwaga. Jeżeli szerokość strefy ściskanej zmniejsza się w kierunku skrajnego włókna ściskanego, to wartość ηf_{cd} należy zmniejszyć o 10%.

2.7. Wpływ wieku betonu na jego wytrzymałość i moduł sprężystości

Według punktu 3.1.2(6) normy [N1] średnią wytrzymałość na ściskanie betonu w wieku t , pielęgnowanego zgodnie z normą EN 12390 w średniej temperaturze 20°C, można ocenić, stosując wzór

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) f_{cm}, \quad (2.7)$$

w którym współczynnik

$$\beta_{cc}(t) = \exp \left[s \left(1 - \sqrt{\frac{28}{t}} \right) \right] \quad (2.8)$$

(zależność na rysunku 2.13). W powyższych wzorach f_{cm} oznacza wytrzymałość 28 dniową, t – wiek betonu w dniach, $s = 0,38$ dla cementu klasy S, $s = 0,25$ dla cementu klasy N, $s = 0,20$ dla cementu klasy R.

Jeżeli element jest poddany obróbce cieplnej, to według punktu 10.3.1(3) normy [N1] zamiast t we wzorze (2.8) należy wstawić t_T . Zmienna t_T oznacza wiek betonu zmodyfikowany w zależności od temperatury zastosowanej w czasie obróbki cieplnej. Wartości t_T wyznacza się według Załącznika B do normy [N1]. Zmodyfikowany wiek betonu t_T stosuje się także do obliczania współczynnika pełzania betonu dojrzewającego w warunkach naturalnych lub poddanego obróbce cieplnej. Komplet wzorów do wyznaczania tego wieku przedstawiono w punkcie 2.10.4, a przykłady obliczania wytrzymałości betonu i współczynnika pełzania w funkcji wieku betonu podano w punkcie 2.11.

Jeżeli stosuje się obróbkę cieplną, to wytrzymałość próbek bada się po zakończeniu obróbki, w wieku t_p . Wzór (10.1) w normie [N1] służy do obliczenia wytrzymałości $f_{cm}(t)$, którą beton osiąga w wieku $t > t_p$. Tak więc, jeżeli beton w wieku t_p nie osiągnął

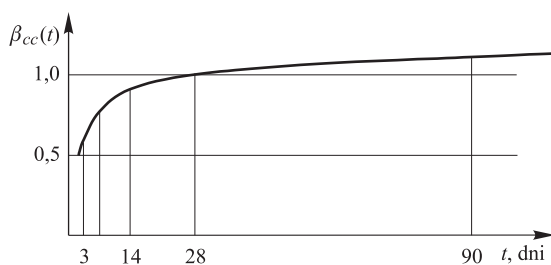
wytrzymałości potrzebnej do sprężania, to posługując się wzorem (10.1) można ustalić termin, w którym sprężenie będzie dopuszczalne.

W normie [N1] nie sprecyzowano *expressis verbis*, jak wyznaczyć wytrzymałość betonu dojrzewającego w naturalny sposób w temperaturze innej niż 20°C, a przecież w Polsce jest to najczęstszy przypadek. Jednakże w Załączniku B do normy [N1], który w zasadzie dotyczy pełzania, znajdujemy stwierdzenie: „...wpływ temperatury (podwyższonej lub obniżonej w zakresie 0–80°C) na dojrzałość betonu można uwzględnić, modyfikując wiek betonu...” według wzoru (B10).

Zdaniem autora, przyjmując, że definicja zmodyfikowanego wieku betonu ma znaczenie uniwersalne (tzn. może być stosowana również do oceny wytrzymałości betonu), wytrzymałość betonu w funkcji zmodyfikowanego wieku można wyznaczać, stosując wzór

$$\beta_{cc}(t) = \exp \left[s \left(1 - \sqrt{\frac{28}{t_T}} \right) \right], \quad (2.9)$$

z zastrzeżeniem, że jeśli przy obliczaniu wytrzymałości betonu w prefabrykatkach podanych obróbce cieplnej w wieku mniejszym niż 28 dni otrzyma się $\beta_{cc}(t) > 1$, to należy przyjąć $\beta_{cc}(t) = 1$.



Rys. 2.13. Współczynnik $\beta_{cc}(t)$ jako funkcja czasu (cement N, $s = 0,25$)

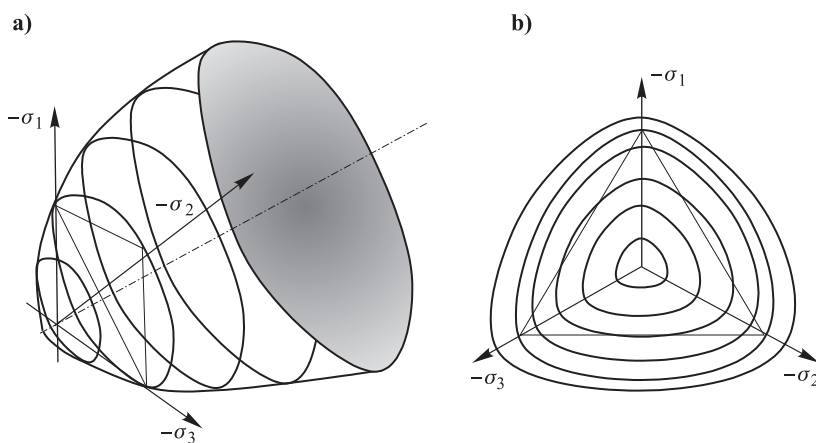
W normie [N1] zakazuje się stosowania zależności opisujących przyrost wytrzymałości w czasie jako argumentu w dowodzeniu, że beton, który nie spełnia wymagań specyfikacji, może te wymagania spełnić w późniejszym wieku. Można uznać, że istnieje związek między tą zasadą i zalecanymi wartościami współczynników α_{cc} i α_{ct} , którym przypisano wartości równe jedności, między innymi dlatego, że przyrost wytrzymałości betonu ma skompensować spadek wytrzymałości wywołany długotrwałym działaniem obciążenia (por. p. 2.5.2).

2.8. Wytrzymałość w trójosiowym stanie naprężenia i wytrzymałość betonu skrępowanego

2.8.1. Uwagi ogólne

Wytrzymałość betonu w dwu- i trójosiowych stanach naprężenia, podobnie jak wytrzymałość innych materiałów, różni się od wytrzymałości przy jednoosiowym rozkładzie naprężeń. Badania podstawowych właściwości betonu w złożonych stanach naprężenia są znacznie bardziej skomplikowane niż badania w stanie jednoosiowym. Realizacja kontrolowanego stanu dwu- lub trójosiowego wymaga pokonania licznych trudności technicznych. Niemniej jednak nagromadzono wiele danych empirycznych i opracowano modele matematyczne – można uznać, że dziś są one oparte na solidnych podstawach doświadczalnych.

Naprężenia graniczne można przedstawić w formie powierzchni granicznej w przestrzeni naprężeń głównych (rys. 2.14).



Rys. 2.14. Powierzchnia graniczna: a) rysunek aksonometryczny, b) przekroje powierzchni granicznej płaszczyznami dewiatorowymi (jednakowo nachylonymi względem każdej osi układu współrzędnych)

Definicja powierzchni granicznej jest niezbędną częścią każdego programu komputerowego, który ma służyć do realistycznej analizy żelbetu, opartej na podstawowych prawach fizycznych opisujących cechy betonu. Zagadnienia te są bardzo obszernie omówione w literaturze, również polskiej. Ze stanem wiedzy dotyczącej tej problematyki można zapoznać się np. w pracach T. Godyckiego-Ćwirko [40], J. Szarlińskiego, A. Winnickiego i K. Podlesia [136], S. Majewskiego [102]. Szczegółowe wywody dotyczące kształtu powierzchni granicznej, oparte na wynikach doświadczeń i na

ogólnych postulatach teoretycznych (np. na wymaganiach dotyczących symetrii i niezmienników tensora naprężenia) można znaleźć np. w pracach W. Wojewódzkiego, S. Jemioły, P.M. Lewińskiego i A. Szweda [145], [54].

Ponadto w programach do realistycznej analizy trzeba uwzględnić prawa i związki, które w normie nie występują, np. zależności naprężenie-odkształcenie i zależności dotyczące pełzania betonu w stanie dwu- lub/i trójosiowym oraz prawa przedstawiające mechanizm zniszczenia, w zależności od stanu naprężenia. Wartościowy przykład takiej analizy można znaleźć np. w pracy P.M. Lewińskiego [98] dotyczącej nieliniowej analizy płyt i tarcz. W stanie trójosiowego rozciągania zniszczenie ma charakter rozdzielczy, tzn. następuje pęknięcie betonu w przybliżeniu prostopadłe do największego naprężenia głównego. Jeżeli naprężenia rozciągające występują jednocześnie z naprężeniami ściskającymi, to można oczekiwać zniszczenia poślizgowo-rozdzielczego, tzn. kierunek pęknięć nie jest prostopadły do kierunku największego rozciągania.

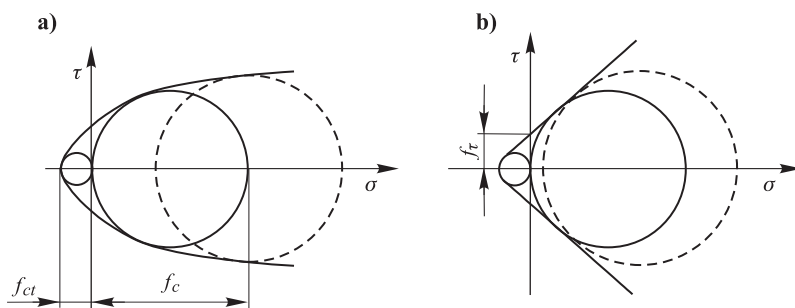
Czasem stosuje się także inną reprezentację matematyczną hipotezy wyężenowej – graniczne naprężenie styczne τ uzależnia się od naprężenia normalnego σ , tak jak w bardzo popularnej hipotezie Mohra (rys. 2.15). Krzywa graniczna jest obwiednią kół Mohra przedstawiających graniczne stany naprężenia powstające na krytycznych płaszczyznach, tzn. naprężenie τ jest naprężeniem granicznym, które towarzyszy naprężeniu normalnemu σ na płaszczyźnie, w której następuje zniszczenie rozdzielcze lub poślizgowe. Kształt obwiedni wyznacza się na podstawie doświadczeń. Podstawowe znaczenie mają okręgi reprezentujące osiowe ściskanie i osiowe rozciąganie, przedstawione na rysunku 2.15 liniami ciągłymi. Najprostsza hipoteza polega na założeniu, że obwiednia składa się z łuku koła i dwóch prostych (rys. 2.15b). Wtedy wytrzymałość na czyste ścinanie, tzn. graniczne naprężenie styczne przy $\sigma = 0$, można wyznaczyć na podstawie prostych zależności geometrycznych

$$f_{\tau} = 0,5\sqrt{f_c f_{ct}}.$$

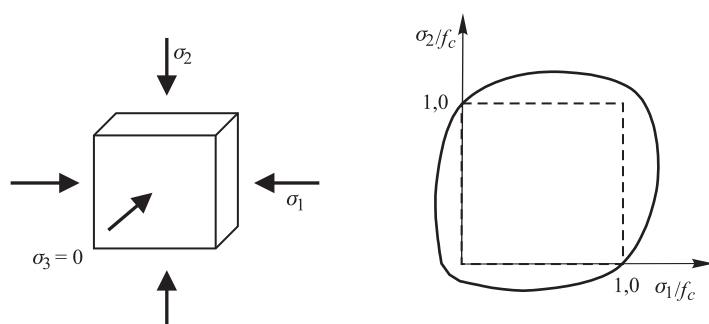
Lepszą zgodność z wynikami doświadczeń otrzymuje się jednak, przyjmując, że obwiednia jest krzywą, taką jak na rysunku 2.15a. Obszerniejsze informacje o hipotezie Mohra można znaleźć np. w książkach W. Olszaka, S. Kaufmana, Cz. Eimera i Z. Bychawskiego [110] i T. Godyckiego-Ćwirki [40]. Warto tu zauważyć, że także hipotezę Mohra można przedstawić w takiej formie, jak na rysunku 2.14, co umożliwia porównanie tej hipotezy z innymi.

Trójosiowe stany naprężenia o praktycznym znaczeniu mogą powstać w elementach prętowych, w których gęste zbrojenie poprzeczne ogranicza swobodę odkształceń w kierunkach prostopadłych do podłużnej osi elementu. To trójosiowe ściskanie może niekiedy mieć duże znaczenie.

Także przy dwuosiowym ściskaniu wytrzymałość betonu jest większa niż przy ściskaniu jednoosiowym, ale na ogół różnica ta nie ma praktycznego znaczenia (rys. 2.16). Największe graniczne ściskające naprężenie główne wynosi około $1,25f_c$. Dlatego zwykle zakłada się, że naprężenie w kierunku 1 nie ma wpływu na graniczne naprę-



Rys. 2.15. Hipoteza Mohra: a) obwiednia krzywoliniowa, b) obwiednia złożona z łuku koła i dwóch prostych



Rys. 2.16. Krzywa graniczna przy ściskaniu dwuosiowym – przybliżony szkic zależności uzyskiwanej w doświadczeniach

żenie w kierunku 2, co jest równoważne przybliżaniu krzywej granicznej kwadratem narysowanym na rysunku 2.16 linią przerywaną.

2.8.2. Wpływ wyężenia w dwu- i trójosiowych stanach naprężenia według normy [N1]

Prawie wszystkie przepisy normy dotyczące obliczania konstrukcji opierają się na zależnościach modelujących właściwości betonu w jednoosiowym stanie naprężenia. Na ogół takie ujęcie problemu jest wystarczające, chociaż łatwo zauważyć, że w elementach budowli żelbetonowych bardzo często występują stany dwu- i trójosiowe. I tak np. w płytach zginanych dwukierunkowo warstwa ściskana z reguły jest ściskana dwuosiowo. Dwuosiowe rozkłady naprężeń występują także w belkach-ścianach, a w belkach o zwykłych proporcjach stany dwuosiowe mają praktyczne znaczenie w strefach przypodporowych.

Istotny wpływ dwuosiowego stanu naprężenia występuje w tych punktach, w których dużym naprężeniem stycznym towarzyszą małe naprężenia normalne. W normie [N1] wpływ ten jest więc uwzględniany przy sprawdzaniu nośności elementów betonowych (np. ścian oporowych) na ścinanie. Przedstawiony poniżej według normy [N1] wpływ ograniczenia swobody odkształceń poprzecznych na wytrzymałość przy ściskaniu jest także wynikiem działania praw dotyczących wyężenia materiału. W obydwu tych punktach w normie [N1] przedstawiono tylko wzory do obliczania wytrzymałości lub nośności, a związek tych wzorów z teorią wyężenia przemilczano.

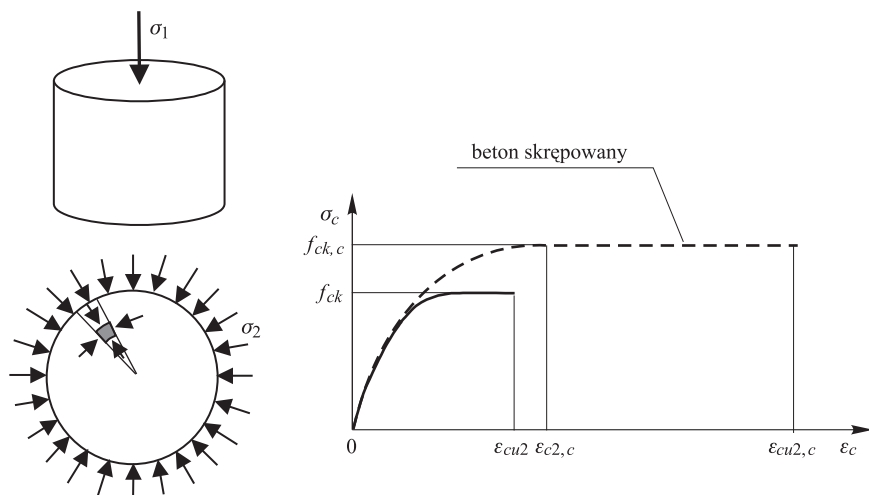
Jeżeli w elemencie ściskanym, ewentualnie w strefie ściskanej elementu zginanego, istnieje silne zbrojenie w postaci uzwojenia lub innego gęsto rozmieszczonego zbrojenia poprzecznego, które ogranicza swobodę poprzecznych odkształceń betonu, to można uznać, że beton jest „skrępowany”. W betonie powstają naprężenia ściskające prostopadłe do kierunku podłużnego ściskania. Klasycznym przykładem jest tu słup uzwojony. Według normy [N1] wytrzymałość charakterystyczną betonu skrępowanego $f_{ck,c}$ (rys. 2.17) można wyznaczyć ze wzorów:

$$\text{dla } \sigma_2 \leq 0,05 f_{ck} \quad f_{ck,c} = \left(1 + 5 \frac{\sigma_2}{f_{ck}}\right) f_{ck},$$

$$\text{dla } \sigma_2 > 0,05 f_{ck} \quad f_{ck,c} = \left(1,125 + 2,5 \frac{\sigma_2}{f_{ck}}\right) f_{ck},$$

a odkształcenia graniczne, odpowiednio, ze wzorów

$$\varepsilon_{c2,c} = \varepsilon_{c2} \left(\frac{f_{ck,c}}{f_{ck}}\right)^2, \quad \varepsilon_{cu2,c} = \varepsilon_{cu2} + 0,2 \frac{\sigma_2}{f_{ck}}.$$



Rys. 2.17. Porównanie zależności naprężenie-odkształcenie dla betonu skrępowanego (linia przerywana) z zależnością w przypadku ściskania jednoosiowego

Powyższe wzory określają wytrzymałość betonu skrępowanego w zależności od naprężeń poprzecznych. W normie [N1] nie ma jednak informacji, jak te naprężenia obliczyć. Wzorów do obliczania słupów uzwojonych w normie [N1] także nie ma. Chcąc zaprojektować słup uzwojony, trzeba zatem opierać się na piśmiennictwie (np. starszych polskich normach). Do zawartych tam wzorów należy jednak podchodzić z pewną rezerwą, gdyż z badań wiadomo, że im mocniejszy beton tym słabszy jest wpływ uzwojenia, a starsze normy i publikacje są na ogół oparte na badaniach betonów słabszych niż stosowane dzisiaj. Istotne są zasady konstruowania, z których wynika, że uzwojenie jest skuteczne przede wszystkim w elementach krępych, w których w stanie granicznym osiąga się graniczne naprężenia ściskające w całym przekroju poprzecznym. Dzisiaj bardzo mocne słupy w nowych konstrukcjach można uzyskać przez zastosowanie mocnego betonu, ale uzwojenie lub owijanie taśmami z FRP (od ang. *fiber reinforced plastic*) bywa z powodzeniem stosowane jako metoda wzmocnienia lub naprawy istniejących elementów ściskanych. Skrępowanie betonu gęsto rozmieszczonym zbrojeniem poprzecznym ma wpływ nie tylko na wytrzymałość betonu, ale także na współpracę zbrojenia z betonem (polepsza warunki przyczepności zbrojenia podłużnego, zwłaszcza w silnie zbrojonych elementach). W związku z tym stosowanie gęstego zbrojenia poprzecznego może być korzystne w połączeniach belek ze słupami, zwłaszcza w konstrukcjach ramowych narażonych na wpływy sejsmiczne i podobne.

2.9. Skurcz

2.9.1. Skurcz swobodny, wpływ skurczu na konstrukcję, rodzaje skurczu

Skurcz (ang. *shrinkage*) jest to zjawisko polegające na niezależnym od obciążeń zmniejszeniu objętości betonu, wywoływanym zjawiskami chemicznymi i fizycznymi, przede wszystkim wysychaniem. W powietrzu nienasyconym parą wodną występuje skurcz, w wodzie pęcznienie. Wyjątkiem od tej zasady są betony wykonane z zastosowaniem cementów ekspansywnych.

Skurcz, występujący w elementach, które mogą odkształcać się swobodnie, nazywa się **skurczem swobodnym**. Zakłada się, że skrócenia wywołane swobodnym odkształceniem skurczowym są jednakowe w każdym punkcie i w każdym kierunku.

W literaturze i w normach podaje się dane, które mają przybliżać wartości tak rozumianego skurczu, zwykle pomijając określenie „swobodny”. „Czysty” skurcz swobodny jest pojęciem abstrakcyjnym i w naturze nie występuje prawie nigdy. W realnych elementach odkształcenia wywołane skurczem są zwykle powstrzymywane, np. przez tarcie elementu o podłoże, przez sąsiednie elementy, przez zbrojenie, a warunki wysychania w warstwach zewnętrznych elementu różnią się od warunków we wnętrzu.

W początkowym okresie wiązania cementu występuje skurcz plastyczny. W stanie plastycznym zaczyn cementowy ulega skurczowi rzędu 1%. W tym okresie materiał jest jeszcze miękki, a więc ten rodzaj skurczu nie wywołuje naprężeń w betonie. Z punktu widzenia konstruktora istotny jest ten skurcz, który zachodzi w betonie stwardniałym – taki skurcz może wywoływać naprężenia (gdy beton nie ma swobody odkształceń) i wraz ze skutkami skrępowania odkształceń, które powstają na skutek odpływu ciepła hydratacji, może być przyczyną poważnego zarysowania konstrukcji. Związane z tym zagadnienia przedstawiono wyczerpująco np. w książce W. Kiernożyckiego [62].

Zjawiskiem, które zawsze towarzyszy skurczowi w początkowym okresie twardnienia, jest wzrost temperatury betonu, a następnie odpływ ciepła hydratacji. Niejednakowe tempo wysychania wnętrza i powierzchni elementu (wnętrze ogranicza swobodę odkształceń szybciej wysychającej warstwy zewnętrznej) wywołuje naprężenia w betonie (na początku zwykle rozciągające warstwy przy powierzchni). Jednocześnie powstają naprężenia związane z niejednakowym tempem odpływu ciepła hydratacji z wnętrza i z obszarów przy powierzchni. Tak więc nawet w elementach niezbrojonych, mogących przemieszczać się swobodnie względem podłoża (np. dzięki zastosowaniu warstwy poślizgowej), skurcz wywołuje naprężenia w betonie.

W elementach zbrojonych skurcz wpływa na naprężenia w zbrojeniu i w betonie. Beton, kurcząc się, dąży do skrócenia zbrojenia, a zbrojenie przeciwstawia się tym skróceniom. W rezultacie w betonie powstaje rozciąganie (w bardzo mocno zbrojonych elementach może zbliżać się do wytrzymałości na rozciąganie), a w zbrojeniu ściskanie.

Zarówno w elementach zbrojonych, jak i niezbrojonych, skurcz może wywoływać znaczne naprężenia i zarysowanie spowodowane brakiem swobody odkształceń skurczowych całego elementu. Swobodę odkształceń ograniczają np. tarcie płyty lub ściany o podłoże i współpraca elementu podlegającego skurczowi z elementami wykonanymi wcześniej.

Niekorzystnym skutkiem skurczu i odpływu ciepła hydratacji zapobiega się przez stosowanie:

- pielęgnacji betonu,
- cementów o małym skurczu,
- dylatacji i przerw w betonowaniu (dylatacji roboczych),
- bruzd (nacięć) inicjujących rysy w zaplanowanych miejscach,
- odpowiednio obliczonego i rozmieszczonego minimalnego zbrojenia.

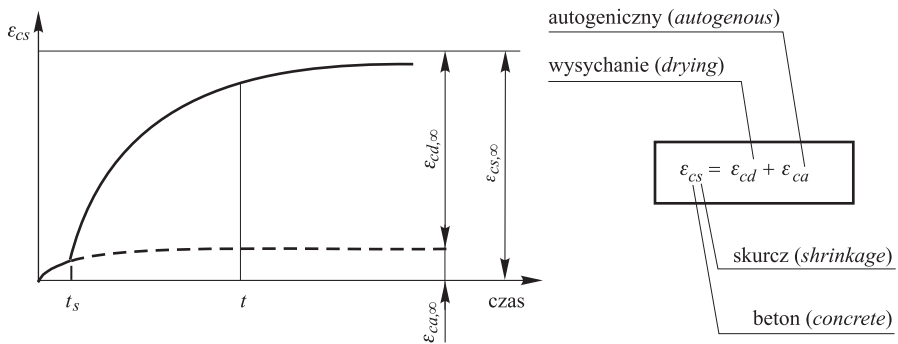
Dwa podstawowe rodzaje skurczu betonu stwardniałego to (rys. 2.18):

- skurcz spowodowany wysychaniem,
- skurcz autogeniczny.

Skurcz spowodowany wysychaniem powstaje na skutek uchodzenia wody z betonu w powietrzu nienasyconym parą wodną. Ten rodzaj skurczu zależy od migracji wody przez stwardniały beton i rozwija się powoli. Zwykle (wyjątkiem są bardzo mocne betony) jest znacznie większy od autogenicznego. W przypadku przechowywa-

nia betonu naprzemian w warunkach suchych i wilgotnych część odkształceń spowodowanych tym zjawiskiem jest odwracalna – za skurcz uważa się nieodwracalną część odkształceń.

Skurcz autogeniczny rozwija się w czasie twardnienia betonu, przede wszystkim w pierwszych dniach po ułożeniu betonu. Skurcz ten definiuje się jako makroskopowe zmniejszenie objętości, które występuje w materiałach ze spoiwem cementowym podczas hydratacji cementu po okresie początkowego układania się betonu. Powstały we wczesnych fazach wiązania szkielet z już zhydratyzowanego zaczynu powoduje, że ten rodzaj skurczu (odkształcenia skurczowego) nie osiąga bardzo dużych wartości.



Rys. 2.18. Odkształcenie skurczowe w funkcji czasu

Na rysunku 2.18 t oznacza wiek betonu w chwili, dla której wyznaczamy odkształcenie skurczowe, a t_s wiek betonu w chwili zaprzestania pielęgnacji zapobiegającej wysychaniu.

Dawniej (w Polsce do 2002 roku) w normach nie rozróżniano skurczu autogenicznego i skurczu spowodowanego wysychaniem – norma zawierała tylko dane dotyczące wartości całego skurczu. Niemniej jednak zjawisko skurczu autogenicznego jest w literaturze opisywane od dawna – w Polsce pod nazwami skurcz samorodny lub skurcz samoczynny. Końcowa wartość (tzn. wartość dla $t \rightarrow \infty$) autogenicznego odkształcenia skurczowego zależy tylko od wytrzymałości betonu. Skurcz autogeniczny w zależności od wieku betonu t (mierzzonego w dniach) i wytrzymałości f_{ck} (w MPa) można wyznaczyć ze wzoru:

$$\epsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t)\epsilon_{ca}(\infty), \quad (2.10)$$

w którym

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0,2\sqrt{t}), \quad \epsilon_{ca}(\infty) = 2,5(f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6}.$$

Skurcz spowodowany wysychaniem $\varepsilon_{cd}(t)$ (indeks d pochodzi od ang. *drying*) silnie zależy od wilgotności otoczenia i jest tym większy, im mniejsza jest ta wilgotność. Odształcenie skurczowe wyznacza się ze wzoru

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) k_h \varepsilon_{cd,0}, \quad (2.11)$$

w którym $\varepsilon_{cd,0}$ oznacza nominalną wartość odształcenia skurczowego, iloczyn $k_h \varepsilon_{cd,0}$ – odształcenie skurczowe przy $t \rightarrow \infty$, a współczynnik β_{ds} wyraża wpływ wieku betonu

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{t - t_s}{(t - t_s) + 0,04 \sqrt{h_0^3}}. \quad (2.12)$$

W powyższych wzorach zmienna h_0 oznacza miarodajny wymiar elementu (w mm), który zdefiniowano w punkcie 2.9.2, a bezwymiarowy współczynnik k_h zależy od tego wymiaru (rys. 2.20).

Nominalna wartość odształcenia skurczowego spowodowanego wysychaniem zależy od

- klasy betonu,
- rodzaju cementu,
- wilgotności względnej środowiska, w którym znajduje się beton.

Można ją wyznaczyć ze wzoru (wartości RH podstawia się w procentach, f_{cm} w MPa):

$$\varepsilon_{cd,0} = 1,318(220 + 110\alpha_{ds1})(1 - (0,01RH)^3) \exp(-0,1\alpha_{ds2}f_{cm}) \cdot 10^{-6}, \quad (2.13)$$

w którym

dla cementów klasy S: $\alpha_{ds1} = 3$, $\alpha_{ds2} = 0,13$,

dla cementów klasy N: $\alpha_{ds1} = 4$, $\alpha_{ds2} = 0,12$,

dla cementów klasy R: $\alpha_{ds1} = 6$, $\alpha_{ds2} = 0,11$.

Duże elementy wysychają wolniej niż małe. Wpływ ten uwzględnia się, stosując współczynnik k_h zależny od miarodajnego wymiaru elementu.

2.9.2. Miarodajny wymiar h_0 i współczynnik k_h

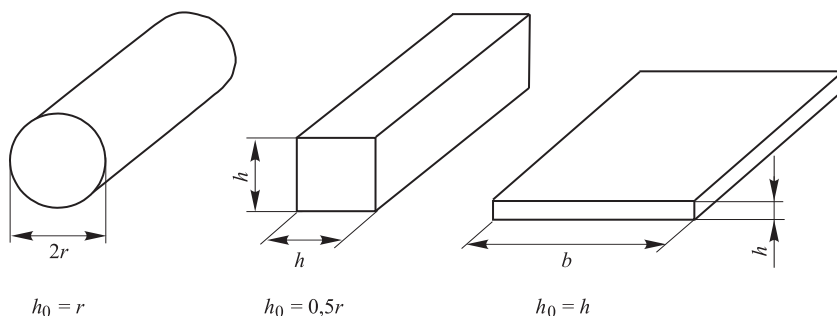
Miarodajny wymiar wyznacza się ze wzoru

$$h_0 = \frac{2A_c}{u}, \quad (2.14)$$

w którym A_c oznacza pole przekroju poprzecznego, a u długość części obwodu narażonej na wysychanie.

Dla długiego walca (rys. 2.19)

$$h_0 = \frac{2\pi r^2}{2\pi r} = r.$$



Rys. 2.19. Miarodajny wymiar – przykłady

Dla długiego prostopadłościanu (rys. 2.19)

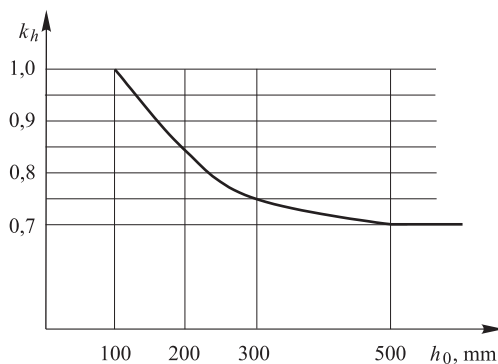
$$h_0 = \frac{2h^2}{4h} = 0,5h,$$

a dla płyty ($b \gg h$), która może wysychać z dwóch stron

$$h_0 = \frac{2bh}{2b + 2h} = \frac{2h}{2 + 2\frac{h}{b}} \rightarrow h.$$

Jeżeli wysychanie płyty może zachodzić tylko z jednej strony, to $h_0 = 2h$.

Wartości współczynnika k_h , które w normie [N1] podano w tablicy 3.3, tu przedstawiono w formie graficznej na rysunku 2.20.



Rys. 2.20. Wartości k_h według tablicy 3.3 z normy [N1]

2.9.3. Odształcenia skurczowe – końcowe wartości i zależność od wieku betonu

Można przyjmować, że w Polsce wilgotność względna w pomieszczeniach wynosi około 50%, a poza pomieszczeniami około 80%.

Końcowe wartości odkształcenia skurczowego w ‰ w zależności od wilgotności względnej RH i klasy cementu (S, N, R), dla $h_0 = 100$ mm, zestawiono w tablicy 2.3.

Tablica 2.3. Końcowe wartości odkształcenia skurczowego (‰) dla $h_0 = 100$ mm w zależności od wilgotności względnej RH i klasy cementu (S, N, R)

Klasa betonu	Skurcz autogeniczny $\varepsilon_{ca}(\infty)$	Skurcz przy wysychaniu $\varepsilon_{cd,0}$					
		RH = 50‰			RH = 80‰		
		S	N	R	S	N	R
C12/15	0,005	0,49	0,60	0,81	0,27	0,33	0,45
C20/25	0,025	0,44	0,54	0,73	0,25	0,30	0,42
C30/37	0,050	0,39	0,48	0,67	0,22	0,27	0,37
C40/50	0,075	0,34	0,42	0,60	0,19	0,24	0,33
C50/60	0,10	0,30	0,38	0,54	0,17	0,21	0,30
C60/75	0,125	0,26	0,34	0,48	0,15	0,19	0,27
C70/85	0,15	0,23	0,30	0,43	0,13	0,17	0,24
C90/105	0,20	0,18	0,23	0,35	0,10	0,13	0,19

Jeżeli miarodajny wymiar $h_0 > 100$ mm, to wartości z tablicy należy pomnożyć przez k_h .

Jak widać skurcz autogeniczny betonów klas nie wyższych niż C40/50 jest znacznie mniejszy od skurczu spowodowanego wysychaniem i nie zależy od rodzaju cementu. Rodzaj cementu silnie wpływa na skurcz spowodowany wysychaniem.

Rozwój w czasie skurczu spowodowanego wysychaniem jest określony wzorem (2.12). Tempo narastania skurczu można poglądowo scharakteryzować np. za pomocą okresu ($t - t_s$), który jest potrzebny do osiągnięcia połowy końcowego odkształcenia skurczowego $k_h \varepsilon_{cd,0}$. Okres ten, obliczony na podstawie wzoru (2.12), wynosi:

40 dni dla $h_0 = 100$ mm,

113 dni dla $h_0 = 200$ mm,

587 dni dla $h_0 = 600$ mm.

Jak widać, miarodajny wymiar, który miał umiarkowany wpływ na końcową wartość skurczu (wartości k_h mieszczą się w przedziale od 0,7 do 1,0), ma bardzo silny wpływ na tempo narastania skurczu.

W dawnych normach znajdowała się zasada: „w obliczeniach statycznych skurcz betonu uwzględnia się, przyjmując, że odkształcenie skurczowe jest równoważne obniżeniu temperatury o 30°C (czyli skrócenie betonu wynosi 0,30‰), a przy obliczaniu elementów zbrojonych obniżeniu temperatury o 15°C”. Biorąc pod uwagę ten przepis, warto spojrzeć na tablicę 2.3.

W kolejnych edycjach norm wartości odkształceń skurczowych ulegały zmianom – niekiedy znacznym. I tak np. według polskiej normy PN 2002 [N5] (opartej na starszych wersjach Eurokodu) w środowisku o wilgotności względnej 80% końcowe odkształcenie skurczowe betonu C20/25 (cement N) spowodowane wysychaniem wynosiło 0,36‰ i od miarodajnego wymiaru nie zależało, a dziś dla tego samego betonu wynosi 0,30‰ i zależy od k_h (dla $h_0 = 200$ mm otrzyma się zatem 0,255‰).

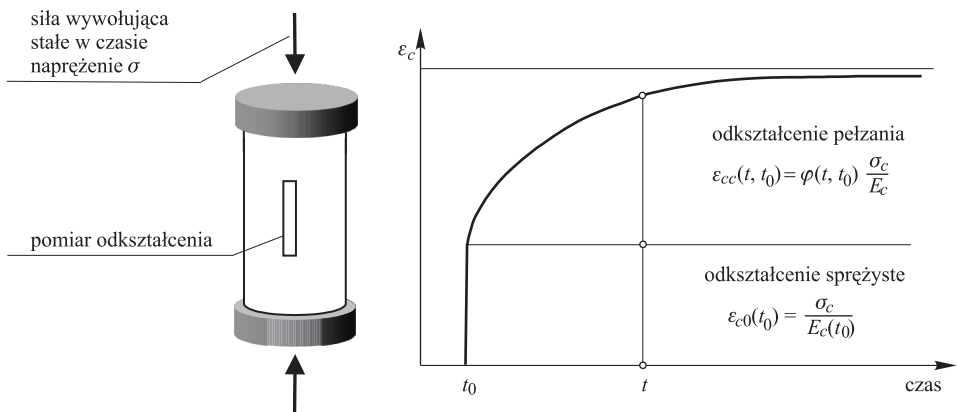
2.10. Pełzanie

2.10.1. Definicja, pełzanie liniowe przy stałym naprężeniu

Zjawisko polegające na niesprężystych zmianach odkształceń pod wpływem długotrwałych obciążeń, które w krótkim czasie nie wywołują istotnych odkształceń nieliniowych, nazywa się **pełzaniem** (ang. *creep*).

Najprostsze doświadczenie ilustrujące zjawisko pełzania przedstawiono na rysunku 2.21. Ściskany element betonowy obciąża się siłą, która przez długi czas pozostaje stała – wtedy naprężenie normalne σ_c też pozostaje stałe. Jeżeli naprężenia pozostają w zakresie sprężystym, to odkształcenie początkowe można obliczyć stosując prawo Hooke’a. Pomiary wykonywane w długim okresie wykazują, że odkształcenia – początkowo zgodne z prawem Hooke’a – rosną w miarę upływu czasu. Po długim czasie odkształcenia mogą osiągnąć wartości kilka razy większe niż początkowe odkształcenie sprężyste.

Uważa się, że odkształcenia pełzania przestają rosnąć po bardzo długim czasie (np. w niektórych publikacjach przyjmuje się, że okres ten wynosi 70 lat). Zwykle zakłada się, że gdy czas dąży do nieskończoności, pełzanie zmierza asymptotycznie



Rys. 2.21. Pełzanie przy stałym naprężeniu – schemat i wynik doświadczenia

do pewnej końcowej wartości, której nie można przekroczyć. Przykłady rozwoju pełzania w czasie przedstawiono w punkcie 2.10.5.

Podstawową miarą służącą do ilościowej oceny pełzania jest współczynnik pełzania $\varphi(t, t_0)$. **Współczynnik pełzania** jest funkcją wieku betonu mierzonego w dniach, określonego za pomocą dwóch zmiennych:

t – oznacza wiek aktualny, tzn. wiek, który beton osiągnął w dniu, dla którego wyznaczamy wartość współczynnika pełzania,

t_0 – oznacza wiek, który beton osiągnął w dniu, w którym przyłożono do niego obciążenie.

Odształcenie pełzania dane jest wzorem

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \sigma_c \frac{\varphi(t, t_0)}{E_c}. \quad (2.15)$$

Całe odształcenie wywołane naprężeniem σ_c jest sumą początkowego odształcenia sprężystego i odształcenia pełzania

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \sigma_c \left(\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_c} \right). \quad (2.16)$$

Wyrażenie w nawiasie po prawej stronie wzoru (2.16) bywa oznaczane przez $J(t, t_0)$ i nazywane **funkcją pełzania**.

Moduł sprężystości betonu zmienia się wraz z wiekiem betonu. Według normy [N1] można przyjąć, że moduł E_c , do którego odnosi się współczynnik pełzania (można zastosować inny moduł, zmieniając odpowiednio wartości współczynnika pełzania), jest równy $1,05E_{cm}$.

Moduły $E_c(t_0)$ i E_c są zbliżone, a zatem można uważać, że współczynnik pełzania reprezentuje w przybliżeniu stosunek odształcenia pełzania do odształcenia sprężystego, co nadaje mu prosty sens fizyczny. Gdyby moduły te były równe, to współczynnik pełzania przedstawiałby ten stosunek zupełnie ściśle.

Współczynnik pełzania jest funkcją czasu. Szczególne znaczenie ma wartość końcowa tego współczynnika osiągnięta dla $t \rightarrow \infty$, oznaczana $\varphi(\infty, t_0)$.

Formułując zależność (2.15), założono, że odształcenie pełzania jest proporcjonalne do naprężenia, podobnie jak odształcenie sprężyste. Takie pełzanie nazywa się **pełzaniem liniowym**, a teoria oparta na tym założeniu nosi nazwę **liniowej teorii pełzania**. Teoria ta dobrze odpowiada wynikom doświadczeń pod warunkiem, że naprężenia nie przekraczają około 45% wytrzymałości betonu.

Skurcz i pełzanie betonu zachodzą jednocześnie, więc trudno jest jasno rozdzielić wpływ obu tych zjawisk. Pełzanie – podobnie jak skurcz – silnie zależy od wilgotności otoczenia, a właściwie od procesu wysychania (próbki całkowicie pozbawione wody wykazują znikome pełzanie), ale w przeciwieństwie do skurczu zależy od naprężenia działającego na beton. W zwykłych warunkach po pewnym czasie pełzanie może być źródłem odształceń znacznie większych niż odształcenia skurczowe.