Janusz Turowski

Elektrodynamika techniczna



PWN

Elektrodynamika techniczna

Mojej Rodzinie

Janusz Turowski

Elektrodynamika techniczna

PWN

Projekt okładki i stron tytułowych **Przemysław Spiechowski**

Zdjęcie na okładce **Transformator HVDC produkcji ABB;**
zdjęcie udostępnione przez ABB Sp. z o.o.

Wydawca **Izabela Mika**

Redaktor **Anna Bogdanienko**

Produkcja **Mariola Grzywacka**

Łamanie **Grafini, Brwinów**

Książka, którą nabyłeś, jest dziełem twórcy i wydawcy. Prosimy, abyś przestrzegał praw, jakie im przysługują. Jej zawartość możesz udostępnić nieodpłatnie osobom bliskim lub osobiście znanym. Ale nie publikuj jej w internecie. Jeśli cytujesz jej fragmenty, nie zmieniaj ich treści i koniecznie zaznacz, czyje to dzieło. A kopiując jej część, rób to jedynie na użytek osobisty.

Szanujmy cudzą własność i prawo
Więcej na www.legalnakultura.pl
Polska Izba Książki

Wydanie pierwsze i drugie ukazało się nakładem Wydawnictw Naukowo-Technicznych
Warszawa 1968, 1993

Copyright © by Wydawnictwo Naukowe PWN SA
Warszawa 2014

ISBN 978-83-01-17540-5

Wydanie trzecie (pierwsze w WN PWN)

Wydawnictwo Naukowe PWN SA
tel. 22 69 54 321, faks 22 69 54 288
infolinia 801 33 33 88
e-mail: pwn@pwn.com.pl, www.pwn.pl

Spis treści

Wykaz oznaczeń 9

Przedmowa 13

1. Metody badań i materiały konstrukcyjne 21

1.1. Metody badań 21
1.2. Materiały konstrukcyjne 25
1.2.1. Struktura i właściwości fizyczne metali 25
1.2.2. Nadprzewodnictwo 44
1.2.3. Właściwości magnetyczne ciał (ferromagnetyzm) 51
1.2.4. Półprzewodniki i dielektryki 91

2. Podstawowe równania pola elektromagnetycznego 96

2.1. Wyjściowe prawa i równania elektrodynamiki 96
2.2. Formułowanie i metody rozwiązywania równań różniczkowych pola 103
2.3. Środowiska anizotropowe 118
2.4. Środowiska nieliniowe 122
2.5. Podstawowe równania magnetohydrodynamiki i magnetogazodynamiki 125
2.6. Elektrodynamika nadprzewodników 130
2.7. Elektrodynamika środowisk nieliniowych 133
2.8. Elektrodynamika urządzeń półprzewodnikowych 133
2.9. Elektrodynamika układów elektrochemicznych 134
2.10. Ogólne równanie falowe 135
2.11. Metoda Fouriera 137
2.12. Równanie falowe we współrzędnych cylindrycznych 139
2.13. Fala elektromagnetyczna płaska 141
2.14. Odbicie i załamanie fali płaskiej 155

3. Przenoszenie i przetwarzanie mocy pola 162

3.1. Twierdzenie Poyntinga. Wektor Poyntinga 162
3.2. Wnikanie energii elektromagnetycznej do masywnej półprzestrzeni przewodzącej 165
3.3. Strumień mocy pola przy przejściu przewodów przez ścianę stalową 168
3.4. Strumień mocy pola w kablu współosiowym i szynie ekranowanej 171

3.5. Strumień mocy pola w kondensatorze, cewce i transformatorze 173
3.6. Strumienie mocy pola i ich przetwarzanie w maszynach wirujących 175
3.6.1. Strumień mocy pola elektromagnetycznego w szczelinie maszyny indukcyjnej 175
3.6.2. Strumienie mocy pola w maszynie synchronicznej 177

4. Ekranowanie części konstrukcyjnych 181

4.1. Rodzaje i zadania ekranów 181
4.2. Ekrany i boczniki magnetyczne 184
4.2.1. Ekran kulisty i poprzeczny cylindryczny 184
4.2.2. Podłużne ekrany magnetyczne 187
4.3. Ekrany elektromagnetyczne. Falowa metoda obliczeń 194
4.3.1. Przydatność praktyczna falowej metody obliczeń pola 194
4.3.2. Ekran przenikalny przy jednostronnym padaniu fali 194
4.3.3. Ekran przenikalny przy dwustronnym padaniu fali 201
4.4. Straty mocy w ekranach 204
4.4.1. Wektor Poyntinga i straty mocy w ekranie jednostronnym 204
4.4.2. Wektor Poyntinga i straty mocy przy obustronnym symetrycznym padaniu fali 208
4.5. Ekranowanie kadzi transformatorów 213
4.5.1. Ekranowanie magnetyczne (bocznikowanie) kadzi 214
4.5.2. Ekranowanie elektromagnetyczne kadzi 218
4.5.3. Trójwymiarowa analiza komputerowa i projektowanie interaktywne ekranów 222
4.6. Silniki indukcyjne z ekranowanym i wielowarstwowym wirnikiem 227
4.6.1. Charakterystyka ogólna 227
4.6.2. Równania podstawowe silników indukcyjnych wielowarstwowych . . . 228
4.7. Ekranowanie w dużych generatorach 233
4.7.1. Ekranowanie (bocznikowanie) magnetyczne i kształtowanie pola 233
4.7.2. Ekranowanie elektromagnetyczne w generatorach 235
4.8. Ekranowanie przy nagrzewaniu indukcyjnym 236
4.9. Ekranowanie szyn i przewodów 237
4.9.1. Ekran cylindryczny przewodu pojedynczego 237
4.9.2. Ekran cylindryczny w poprzecznym polu równomiernym 246
4.9.3. Ekrany szyn układów blokowych w elektrowniach 248
4.10. Pole elektromagnetyczne w ekranach wielowarstwowych 254
4.10.1. Przewodnik dwuwarstwowy 254
4.10.2. Wpływ izolacji pod ekranem 256

5. Pole magnetyczne przy powierzchniach żelaznych 258

5.1. Metoda odbić zwierciadlanych 258
5.1.1. Pojedyncze odbicie prądu stałego 258
5.1.2. Zastosowanie teorii pola stałego do pól przemiennych 261
5.1.3. Odbicie magnetyczne prądu w cylindrze żelaznym 265
5.1.4. Wielokrotne odbicia zwierciadlane 267
5.1.5. Odbicia magnesów i obwodów z prądem stałym 270
5.2. Pole połączeń czołowych maszyn elektrycznych 273
5.3. Pole przepustów 276

5.4. Pole szyn w pobliżu powierzchni stalowej 278
5.5. Pole rozproszenia w transformatorach i żłobkach maszyn elektrycznych 281
5.5.1. Zastosowanie metody wielokrotnych odbić zwierciadlanych 281
5.5.2. Metody rozwiązywania pola w oknie transformatora za pomocą szeregów Fouriera 282
5.5.3. Metody numeryczne; rozwiązywanie pola magnetycznego rozproszenia 285
5.5.4. Żłobek maszyny indukcyjnej głębokożłobkowej 287
5.5.5. Pole w szczelinie maszyny elektrycznej 292
5.6. Pole pary przewodów w pobliżu ściany stalowej 296

6. Zjawiska elektromagnetyczne w metalach o stałej przenikalności 301

6.1. Zastosowanie metody wielokrotnych odbić fali 301
6.2. Blacha elektrotechniczna 301
6.3. Straty mocy przy przejściu przewodu przez ścianę stalową 309
6.4. Straty mocy w pokrywach stalowych ze wstawkami niemagnetycznymi 313
6.5. Indukowane przebiegi nieustalone 316
6.6. Wirnik masywny silnika indukcyjnego 319
6.7. Wirnik kubkowy 325
6.8. Zasady nagrzewania indukcyjnego 327
6.9. Tory wielkoprądowe 330

7. Zjawiska elektrodynamiczne w ciałach ferromagnetycznych 340

7.1. Aproksymacja charakterystyk magnesowania 340
7.2. Metody uwzględniania zmiennej przenikalności magnetycznej $\mu = (H)$ 346
7.2.1. Metoda Rosenberga (1923) dla przewodów żelaznych 347
7.2.2. Metoda fal prostokątnych 348
7.2.3. Metoda Nejmana (1950) 349
7.2.4. Przenikalność zastępcza 353
7.2.5. Metody komputerowe 354
7.3. Zależność strat rozproszeniowych w masywnych częściach stalowych transformatora od prądu i temperatury 357
7.4. Straty mocy w stalowych pokrywach transformatorów 360
7.5. Obliczanie strat rozproszeniowych w masywnych ścianach stalowych metodą szeregów Fouriera 363
7.5.1. Metoda ogólna 363
7.5.2. Wzory analityczne w przypadku sinusoidalnego rozkładu pola na powierzchni stali 367
7.5.3. Komputerowe obliczanie strat mocy w płycie stalowej umieszczonej w polu szyn równoległych 370
7.6. Straty mocy w kadzi transformatora 375
7.6.1. Dwuwymiarowe rozwiązanie numeryczne 375
7.6.2. Trójwymiarowe obliczanie analityczno-numeryczne pola rozproszenia i strat mocy w kadzi o stałej przenikalności 376
7.6.3. Komputerowe, trójwymiarowe, analityczno-numeryczne (MAN-3D) obliczanie rozproszeniowych strat mocy w kadzi transformatora 382
7.6.4. Trójwymiarowe obliczanie numeryczne pól rozproszenia w transformatorach trójfazowych 388
7.6.5. Wdrożenie i weryfikacja programów klasy MSR-3D w przemyśle 394

8. Siły w układach elektrodynamicznych 402

8.1. Zasady obliczania sił działających na szyny i uzwojenia transformatorów . . 402
8.2. Siły działające na szyny umieszczone w pobliżu stalowych elementów konstrukcji 410
8.3. Siły działające na powierzchnię przewodników 410
8.4. Siły w części żłobkowej uzwojeń maszyn elektrycznych 411
8.5. Siły i momenty reluktancyjne 417

9. Lokalne nagrzewanie się części konstrukcyjnych 420

9.1. Elektromagnetyczne kryteria lokalnych przegrzań 420
9.2. Metody zapobiegania miejscowym przegrzaniom konstrukcji 429
9.3. Nagrzewanie się pokryw transformatorów 433
9.4. Dopuszczalny prąd w przepustach 433
9.5. Straty mocy od prądów wirowych i lokalne przegrzania w kominkach transformatorów 435
9.6. Obliczenia komputerowe kominków i boczników 435
9.6.1. Kominki jednofazowe 436
9.6.2. Model symulacyjny MSR-3D kominków trójfazowych 439
9.6.3. Obliczanie reluktancji dla sieci MSR-3D 440

10. Metody badań eksperymentalnych 443

10.1. Weryfikacja eksperymentalna obliczeń teoretycznych 443
10.2. Zasady teorii elektrodynamicznego podobieństwa 447
10.3. Zasada modelowania iondukcyjnych urządzeń grzejnych 452
10.4. Modelowanie torów wielkoprądowych 454
10.5. Modelowanie transformatorów i ich części 455
10.6. Metoda termometryczna pomiaru strat jednostkowych 458
10.7. Badania dopuszczalnych przewzbudzeń transformatorów 468
10.8. Pomiar mocy przy niskich współczynnikach mocy 470
10.9. Inne metody pomiaru 476
10.10. Diagnostyka elementów metalowych 482
10.11. Krytyczna odległość kadzi od uzwojeń w transformatorze 483
10.12. Wpływ kolektorów strumienia rozproszenia 490

Wnioski 493

Dodatki 495

Literatura 502

Skorowidz 518

Wykaz oznaczeń

A – magnetyczny potencjał wektorowy (**B** = rot **A** ≡ ∇ × **A**), wartość chwilowa; A – moduł [Wb/m]

A – pole powierzchni, d**A** – wektor elementu pola prostopadły do powierzchni [m^2]

A_l – obciążenie liniowe (okład prądowy), wartość chwilowa; A_{ml} – wartość maksymalna [A/m]

B – wektor indukcji, wartość chwilowa; B – moduł wektora; $B_m = B_m e^{j\omega t}$, gdzie $\underline{B}_m = |B_m| e^{j\omega}$ – wielkości zespolone (wskazy); B^* – wielkość sprzężona, B_m – wartość maksymalna w czasie, $B_{śr,\,m}$ – wartość maksymalna, średnia w przestrzeni; B_t – składowa styczna; B_n – składowa normalna; B_s – wartość powierzchniowa (*surface*); B_{nas} – indukcja nasycenia (T = Wb/m^2)

b, a, d, D, l, L – wymiary liniowe [m]

C – pojemność kondensatora [F]

c – ciepło właściwe [J/(kg · K)]

c – prędkość światła w próżni [m/s]

D = ε**E** – wektor indukcji elektrycznej, przesunięcia elektrycznego [C/m^2]

D – średnica wewnętrzna stojana, kolumny transformatora [m]

d – grubość blachy, ekranu [m]

e – wartość chwilowa siły elektromotorycznej SEM, napięcie źródła [V]

e = $1{,}60219 \cdot 10^{-19}$ C – ładunek elektronu

e – podstawa logarytmu naturalnego (e = 2,718)

E – wektor natężenia pola elektrycznego, wartość chwilowa [V/m]; inne symbole jak przy **B**; $\mathbf{E}_{ob}$ – natężenie pola elektrycznego obce

E_u – siła elektromtoryczna, wartość skuteczna [V]; E_m – wartość maksymalna [V]

F – wektor siły [N]

F – przepływ, siła magnetomotoryczna SMM, amperozwoje; F_m – wartość maksymalna [A]

f – częstotliwość [Hz]
H – wektor natężenia pola magnetycznego, wartość chwilowa; H_m – wartość maksymalna [A/m]; inne symbole jak przy **B**
H – wymiar liniowy
h – wysokość [m]
I – prąd elektryczny; wartość skuteczna; I_m – wartość maksymalna [A]
$i = \int \mathbf{J} \cdot \mathrm{d}\mathbf{s}$ – wartość chwilowa prądu elektrycznego
i, **j**, **k** lub $\mathbf{1}_x$, $\mathbf{1}_y$, $\mathbf{1}_z$ – wektory jednostkowe w prostokątnym (kartezjańskim) układzie współrzędnych (wersory)
J – wektor gęstości prądu elektrycznego, wartość chwilowa; J_{sk} – wartość skuteczna; J_m – wartość maksymalna [A/m^2]; inne symbole jak przy **B**
j – jednostka urojona, $\mathrm{j}^2 = -1$
K – współczynnik
$k = \sqrt{\dfrac{\omega\mu\sigma}{2}}$ – stała tłumienia fali elektromagnetycznej w metalu [1/m]
l – długość; d**l** – wektor elementu długości [m]
L, M – indukcyjność własna i wzajemna odpowiednio [H]
M, m – współczynniki odbicia zwierciadlanego prądu lub magnesu w metalu
N – liczba zwojów (lub z w poprzednich wydaniach); współczynnik
n – pędkość obrotowa [1/s], [obr/s]; $n_s = 60f/2p$ – prędkość synchroniczna [obr/min]; prędkość kątowa [rad/s]
P – moc czynna [W]; $P_s = P + \mathrm{j}Q$ – pozorna [V · A]
P_1 – moc na jednostkę powierzchni [W/m^2]
p – współczynnik ekranowania; liczba par biegunów
p_{Fe} – stratność blachy w rdzeniu [W/kg]
Q – moc bierna [var]
Q_1 – moc na jednostkę powierzchni [var/m^2], długości lub objętości
Q – ładunek elektryczny [C]
R – opór czynny, rezystancja [Ω]
R_m – opór magnetyczny, reluktancja, $\underline{R}_m$ – reluktancja zespolona (impedancja magnetyczna) [1/H]
r – promień wektor, r – promień [m]; $\mathbf{1}_r$ – wektor jednostkowy w kierunku promienia
$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ – wektor Poyntinga; $S_s = S_p + \mathrm{j}S_q$ – moduł wektora Poyntinga zespolonego
S_p – składowa czynna wektora Poyntinga [W/m^2]
S_q – składowa bierna wektora Poyntinga [var/m^2]
$\mathbf{s}_i = \mathbf{i}s_{xi} + \mathbf{j}s_{yi} + \mathbf{k}s_{zi}$ – wektor w kierunku propagacji fali elektromagnetycznej
d**s** – wektor, element powierzchni
T – okres [s]
T – temperatura termodynamiczna [K]
t – czas (s)
t – temperatura [°C]

U – napięcie, wartość skuteczna; U_m – wartość maksymalna [V]; $U = \int \mathbf{E} \cdot \mathrm{d}\mathbf{l}$

u – napięcie, wartość chwilowa

$\mathbf{v}$ – prędkość liniowa, wektor [m/s]

W – energia [J]

w – gęstość objętościowa energii [J/m^3]

X – reaktancja (opór bierny); X_m – reaktancja rozproszenia [Ω]

$Z = R + \mathrm{j}X$ – impedancja zespolona (opór pozorny, zespolony); $Z^* = R - \mathrm{j}X$; $|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$ [Ω]

Z_1, Z_2, Z_3 – impedancje falowe środowisk 1, 2, 3 (powietrze 377 Ω ≫ żelazo 2,4 · 10^{-4} Ω ≫ Cu 2,7 · 10^{-6} Ω)

$\alpha, \beta, \gamma, \theta$ – kąty [rad]

α – współczynnik rezystywności [1/K]

α' – współczynnik oddawania ciepła [W/m^2]

$\alpha = (1+\mathrm{j})\,k$ – stała propagacji w przestrzeni dla masywnego metalu [1/m]; $\alpha^* = (1-\mathrm{j})\,k$; $|\alpha| = \sqrt{2}\,k = \sqrt{\omega\mu\sigma}$

$\Gamma = \sqrt{\mathrm{j}\omega\mu(\sigma + \mathrm{j}\omega\varepsilon)} = \alpha'' + \mathrm{j}\,\beta''$ – stała propagacji w przestrzeni; α'' – stała tłumienia, β'' – stała fazowa

$\delta = \dfrac{1}{k} = \sqrt{\dfrac{2}{\omega\mu\sigma}}$ – równoważna głębokość wnikania pola do półprzestrzeni przewodzącej [m]

$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ – przenikalność elektryczna bezwzględna (permitywność); ε_r – permitywność względna; $\varepsilon_0 \cong 8{,}854 \cdot 10^{-12}$ F/m, stała elektryczna (permitywność próżni)

$\theta = t - t_0$ – przyrost temperatury względem otoczenia [K]

Λ – przewodność magnetyczna (permeancja) [H]

$\lambda = 2\pi\,\delta$ – długość fali elektromagnetycznej [m]

λ – przewodność cieplna [W/(m · K)]

$\mu = \mu_r \mu_0$ – przenikalność magnetyczna bezwzględna; μ_r – względna; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m – stała magnetyczna (próżni)

$\nu = 1/\mu$ – reluktywność [m/H]

$\rho = 1/\sigma$ – rezystywność = opór właściwy [Ω/m]

ρ – gęstość objętościowa ładunku przestrzennego [C/m^3]

ρ_m – gęstość masy, masa właściwa [kg/m^3]

$\sigma = 1/\rho$ – przewodność elektryczna właściwa (konduktywność) [S/m]

σ_ρ – gęstość ładunku powierzchniowego [C/m^2]

$\tau = \dfrac{\pi D}{2p}$ – podziałka biegunowa maszyny elektrycznej [m]

$\Phi = \int \mathbf{B} \cdot \mathrm{d}\mathbf{s}$ – strumień magnetyczny, wartość chwilowa; Φ_m – maksymalny w czasie [Wb]; Φ_{mr} – strumień rozproszenia

φ – kąt przesunięcia fazowego [rad]

χ_m – podatność magnetyczna (susceptabilność); $\mu_r = 1 + \chi_m$ (bezwymiarowa) = miara polaryzacji magnetycznej

$\Psi = \int \mathbf{D} \cdot \mathrm{d}\mathbf{s}$ – strumień elektryczny [C]

ψ – kąt przesunięcia fazowego [rad]

$\Omega = 2\pi n$ – prędkość kątowa mechaniczna [obr/s; rad/s]

$\omega = 2\pi f$ – pulsacja, prędkość kątowa [rad/s]

$W = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \alpha = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$ – iloczyn skalarny; np. $\operatorname{div} \mathbf{A}$ (lub $\equiv \nabla \cdot \mathbf{A}$)

$\mathbf{F} = \mathbf{A} \times \mathbf{B} = \mathbf{n}\, AB \sin \alpha = \mathbf{i}(A_y B_z - A_z B_y) + \mathbf{j}(A_z B_x - A_x B_z) + \mathbf{k}(A_x B_y - A_y B_x)$ – iloczyn wektorowy; np. $\operatorname{rot} \mathbf{A}$ (lub $\equiv \nabla \times \mathbf{A}$, ang. $\equiv \operatorname{curl} \mathbf{A}$)

$\Delta \mathbf{A} \equiv \nabla^2 \mathbf{A} \equiv \operatorname{Lap} \mathbf{A}$ – laplasjan

Skróty nazw metod komputerowych

MAN (ang. ANM) – metoda analityczno-numeryczna (*analyticaly-numerical method*)
MEB (ang. BEM) – metoda elementów brzegowych (*boundary element method*)
MES (ang. FEM) – metoda elementów skończonych (*finite element method*)
MRC (ang. MIE) – metoda równań całkowych (*method of integral equations*)
MRS (ang. FDM) – metoda różnic skończonych (*finite diference method*)
MSP (ang. MFN) – metoda sieci przepływowych (*method of flow network*)
MSR (ang. RNM) – metoda sieci reluktancyjnych (*reluctance network method*)

Przedmowa

Nowoczesny przemysł, zwłaszcza jego naukowe zarządzanie, opiera się na zasadach mechatroniki (J. Turowski [1.20]). Zasady te polegają głównie na wdrożeniu prostych narzędzi do szybkiego projektowania i budowy na podstawie głębokich badań podstawowych. Jednym z takich narzędzi jest **system ekspertowy**, który z kolei składa się z **bazy wiedzy** i **oprogramowania**. Baza wiedzy jest tworzona przez **eksperta dziedzinowego** na podstawie doświadczenia zawodowego, naukowego i sprawdzonego dorobku poprzednich pokoleń. Oprogramowanie przygotowuje **inżynier wiedzy**, który dobrze rozumie i potrafi przetworzyć wskazówki eksperta dziedzinowego na konkretny program.

Im więcej wiedzy wprowadzimy do bazy wiedzy, tym szybszy, łatwiejszy i tańszy jest ostateczny program. Różnice są tak wielkie jak ułamek sekundy do miesięcy obliczeń. Ta książka oferuje teoretyczne i praktyczne materiały do tworzenia skutecznych baz wiedzy w zakresie projektowania w elektrotechnice oraz doboru metod dla inżyniera wiedzy.

Ogólnie w inżynierii istnieją dwa główne nurty projektowania:

a) budowa maszyn i układów oraz

b) ruch i dynamika układów.

W budowie, jak wspomniano, podstawowym narzędziem jest teoria różnych pól fizycznych: elektrycznych, magnetycznych, elektromagnetycznych, przepływowych, mechanicznych, termicznych, hydraulicznych, pneumatycznych, grawitacyjnych itd. Narzędziami są tu w szczególności równania różniczkowe Maxwella, Faradaya, Naviera–Stokesa, Duhamela i in.

Do projektowania ruchu i dynamiki układów w dużych przedsiębiorstwach są wykorzystywane kosztowne programy SABER [1.20]; jednakże, jak słusznie zauważa A.H. Jasiński [1.4]: Znaczące zainteresowanie wzbudza obecnie... dążenie ku skracaniu czasu wprowadzenia na rynek (*time to market*) przez szybkie projektowanie (*rapid design*).

Istnieje wiele metod komputerowego modelowania i symulacji procesów projektowania. Jednak najbardziej przyjazne dla użytkownika – proste, szybkie i tanie są dwie podstawowe metody:

1) W przypadku **budowy** jest to metoda sieci przepływowych MSP-3D (ang. FNM-3D) spektakularnie potwierdzona przez jej wersję elektromagnetyczną autora MES-3D (ang. RNM-3D), realizowaną w fabrykach transformatorów na całym świecie [1.15], [1.20].

2) W przypadku **ruchu** natomiast jest to prosty i tani program autora „Hamilton" [1.20], oparty na wariacyjnej zasadzie najmniejszego działania Hamiltona, ogólnej teorii elektromechanicznego przetwarzania energii, równaniu Eulera–Lagrange′a oraz funkcji stanu Lagrange'a.

Oba te programy mogą działać w czasie od ułamka do kilku sekund na jeden wariant konstrukcyjny, podczas gdy inne pakiety (np. MES-3D/FEM-3D) wymagają nawet do 3–6 miesięcy na prawie takie same rozwiązania.

Sprostanie coraz to nowym zadaniom szybko rozwijającej się elektrotechniki wymaga od współczesnego inżyniera dobrej znajomości matematyki, teorii elektrotechniki, dziedzin pokrewnych, dobrego rozumienia zjawisk fizycznych oraz umiejętności wykorzystania tej wiedzy w pracy zawodowej. Uczelnie techniczne, a nawet szkoły średnie w wielu krajach dostosowują swoje programy nauczania do tych potrzeb.

Takim przedmiotem, szczególnie interesującym inżynierów o kierunku konstrukcyjno-badawczym, jest *makroskopowa makswelowska teoria pola elektromagnetycznego*. Istnieje jeszcze sporo luk pomiędzy daleko dziś posuniętą teorią elektrotechniki i praktycznym jej zastosowaniem w przemysłowych biurach konstrukcyjnych. Zadaniem elektrodynamiki technicznej, traktowanej jako nowoczesny dział nauki, jest zmniejszenie tego dystansu przez m.in. dobór najmniej pracochłonnych narzędzi komputerowych.

Elektrodynamika jest nauką o ruchu materii, tzn. energii pól, ładunków i środowisk pod wpływem sił działających w polach elektrycznych i magnetycznych. *Elektrodynamika klasyczna* [2.10] jest raczej częścią fizyki opartą na wyidealizowanych przesłankach i nieco abstrakcyjnych założeniach matematycznych. *Elektrodynamiką techniczną* (EDT) nazywamy naukę o zastosowaniach technicznych elektrodynamiki klasycznej, uwzględniającą kompleksowo właściwości fizyczne materiałów, ich nieliniowość, nagrzewanie, złożoną budowę, wpływ sił elektrodynamicznych, ruchu ciał itp., w której często wykorzystuje się metody uproszczone, analogie fizyczne, aproksymacje analityczne, zastępczą linearyzację przebiegów nieliniowych, programy hybrydowe i wzory praktyczne przyspieszające szybkie i łatwe uzyskiwanie wyników. Dużą pomocą jest tu wspomaganie obliczeń metodami i wzorami analitycznymi, tam gdzie tylko to jest możliwe, wzorami półempirycznymi, zastępowanie metod polowych modelowaniem obwodowym itd.

Często stosowane są zręcznie dobrane tzw. *modele zredukowane*, a także uproszczone programy komputerowe służące przyspieszeniu i uproszczeniu modelowania oraz jako praktyczne narzędzia szybkiego projektowania (*rapid design*). Warunkiem koniecznym takiego podejścia praktycznego jest jednak stała weryfikacja doświadczalna założeń i wyników końcowych.

„*Matematycy rozwiązują, co jest rozwiązalne, a inżynier musi rozwiązać… Wszystko!”* Ta zasada dobrze ilustruje zadania stojące przed zapracowanym inżynierem przemysłowym. Łatwy dostęp do programów komercyjnych i wprawa komputerowa studentów tu nie wystarcza. Same programy nic nie rozwiązują. Ważna jest budowa dobrego modelu fizycznego i dobór własnego, racjonalnego narzędzia.

Doświadczeni specjaliści z przemysłu brytyjskiego stwierdzają słusznie [7.6], że „*…istnieje ryzyko, iż zapotrzebowanie na inżynierów o dobrym opanowaniu fizyki może być przeoczone. Rozumienie fizyki jest bowiem rzeczą zasadniczą, gdy problem praktyczny ma być sprowadzony do postaci, która może być rozwiązana matematycznie, ... jest szczególnie ważne zapewnienie adekwatnego dopływu inżynierów o dobrym tego rozeznaniu…”*.

Współczesny konstruktor, który ma do czynienia z wielką liczbą różnych materiałów, jak przewodniki, półprzewodniki i dielektryki o parametrach stałych i zmiennych, działających w temperaturach od niemal zera bezwzględnego do kilku tysięcy stopni Celsjusza, w słabych lub bardzo silnych polach, musi łączyć znajomość elektrodynamiki klasycznej ze znajomością mikrostruktury, chemii i wytrzymałości materiałów, ich właściwości fizycznych i technologii.

Ta książka ma taki właśnie cel. W przeważającej mierze jest ona oparta na pracach własnych lub kierowanych przez autora, opublikowanych od roku 1956 do współczesności. Były one wydawane w różnych polskich i zagranicznych czasopismach naukowych, książkach i materiałach z konferencji przemysłowych, np. Intern ARWtr 2004 do 2013 [1.8]. Zawiera także nowe wyniki prac badawczych, które nie zostały opublikowane do tej pory, a także odniesienia do publikacji innych specjalistów. Ponieważ książka, według założeń autora, ma mieć częściowo charakter poradnika, podano także przegląd podstawowych praw elektrodynamiki oraz zbiór niezbędnych tablic informacyjnych, przykładów i wzorów roboczych.

Zainteresowanie elektrodynamiką w świecie techniki nieustannie wzrasta. Wiąże się to z ciągłym zwielokrotnianiem mocy wielkich urządzeń energetycznych, w których koncentracja pól elektromagnetycznych osiąga niespotykane dawniej rozmiary w tych samych ciągle gabarytach. Konsekwencją tego mogą być rosnące straty mocy spowodowane prądami wirowymi w elementach konstrukcyjnych, niedopuszczalne lokalne przegrzania i siły zagrażające niezawodności całego obiektu, a nawet katastrofy związanego z nim systemu elektroenergetycznego.

Chociaż od pierwszego polskiego wydania w roku 1968 [1.15_1] tej książki, jej ulepszonego, autorskiego tłumaczenia rosyjskiego w roku 1974 [1.15_2] i drugiego polskiego wydania w roku 1993 [1.15_3] upłynęło wiele lat, to nic z poprzedniej problematyki nie straciło na znaczeniu. Skrócono jedynie niektóre wywody matematyczne. Nastąpił natomiast znaczny postęp w dziedzinie materiałów magnetycznych i nadprzewodzących oraz w technice modelowania, symulacji i obliczeń komputerowych. Wprowadzono radykalne przyspieszenie i efektywność tych metod projektowania komputerowego przez szerokie wprowadzenie niezbędnych dzisiaj szybkich metod hybrydowych i trójwymiarowych 3D z wypieraniem przestarzałych obliczeń 2D.

Książka budzi tak duże zainteresowanie w kraju i na świecie, że ku ukończeniu mają się prace nad wydaniem jej w USA pt. „Engineering Electrodynamics" i w przygotowaniu jest tłumaczenie na język hiszpański.

Stosowana (techniczna) elektrodynamika, typowo przemysłowa, także z inicjatywy autora rozwinęła się od International Summer School of Transformers – ISST'93 (Politechnika Łódzka) i po przemianowaniu na „Advanced Research Workshop on Transformers" także utrwaliła się jako Warsztaty Naukowe Ekspertów Przemysłowych, w tym: ARWtr2004-Vigo, ARWtr2007-Baiona, ARWtr2010-Santiago de Compostela itd. pod honorowym przewodnictwem Autora i dyrekcją prof. X.M. Lopez-Fernandeza.

Dzięki chińskiemu odgałęzieniu „BISEF" i tureckiemu (prof. B. Ertan) „ACEMP", Polska szkoła EDT weszła zasłużenie na trwałe do grona najważniejszych ośrodków naukowych i technicznych w zakresie teorii pola i elektrodynamiki technicznej (*engineering electrodynamic*), zwłaszcza w zakresie transformatorów mocy. Rozszerzyła się ogromnie współpraca międzynarodowa ze specjalistami z Włoch, Hiszpanii, Wielkiej Brytanii, Rosji i Ukrainy, Japonii, Chin, USA, Brazylii itd. Ponad 45 fabryk transformatorów i uniwersytetów wdrożyło nasze szybkie programy modelowania i obliczeń klasy MSR-3D. Nie pozostało to bez wpływu na treść tej książki, jej odmiany ściśle obliczeniowo-konstrukcyjnej [1.16] i nowoczesnej szkoły autora w zakresie mechatroniki [1.20].

Polską naukę o elektrotechnice zapoczątkował Józef Herman Osiński (1738–1802), Stefan Stubielewicz (1759–1814) i Michał Doliwo-Dobrowolski (1862–1918) i wielu innych*. Właśnie minęły 154 lata od opublikowania we Lwowie (1857) przez Wojciecha Urbańskiego (1820–1903) jednej z pierwszych polskich prac [1.21] z elektrodynamiki. (W tamtych czasach Lwów był pod zaborem austriackim, ale polskie życie naukowe na Kresach trwało od wieków. Skończyło się po inwazji sowieckiej 1939 r. i aneksji Kresów Wschodnich, w tym Lwowa do Ukrainy). Było to wprawdzie 25 lat po odkryciach Faradaya (1832), ale 16 lat przed opublikowaniem teorii Maxwella (1873) oraz 27 lat przed powstaniem sławnego dzieła Poyntinga (1884) [3.3]. Od tego czasu, zwłaszcza od lat 70. XX w. elektrodynamika stała się głównym tematem polskiej specjalizacji. Przemysłowa elektrodynamika została wprowadzona do programów nauczania na Politechnice Łódzkiej oraz w większości innych polskich uczelni technicznych.

Pomimo ogromnego postępu w dziedzinie modelowaniu komputerowego i obliczeń numerycznych, zwłaszcza szybkich obliczeń trójwymiarowych (3D) pól sprzężonych, podstawowe zasady i metody są wciąż takie same. Miał na to wpływ, obok sukcesów mikroelektroniki, postęp w dziedzinie materiałów magnetycznych i nadprzewodzących.

Do szybszego rozwoju i popularyzacji metod inżynierii elektromagnetycznej w Polsce przyczyniło się podjęcie w latach 1980–1990 skoordynowanych pod kie-

* Biuletyn Oddz. Łódzkiego SEP nr 3, 2011.

runkiem autora zespołowych badań podstawowych w ramach Grupy Tematycznej Nr 1 (Analiza i synteza pól elektromagnetycznych) Podproblemu Węzłowego CPBR (1986–1987) i RPBP PAN (1988–1990). Wyniki tych badań przedstawiono na kolejnych konferencjach stosowanej teorii pola elektromagnetycznego – krajowych (Uniejów 1974, Jadwisin 1982, Rydzyna 1983) i międzynarodowych. Zwłaszcza założone pod przewodnictwem autora renomowane i trwające do dziś „International Symposium on Electromagnetic Fields in Electrical Engineering – ISEF" (Łódź 1979, Warszawa 1985, Pavia – Włochy 1987, Łódź 1989, Southampton 1991, Warszawa 1993, Saloniki – Grecja 1995, Gdańsk 1997, Pavia 1999, Kraków 2001, Maribor – Slovenia 2003, Baiona* – Hiszpania 2005, Praga 2007 itd.), organizowane co dwa lata przez Politechnikę Łódzką i kierowane przez autora (1979–2003). Od roku 2004 autor, wspólnie z prof. X. Lopez-Fernandezem (Hiszpania) zorganizował i przewodniczy okresowym warsztatom ekspertów przemysłowo-naukowych pt. „International Advanced Research Workshop on Modern Transformers – ARWtr" Vigo 2004, Baiona 2007, Santiago de Compostela 2010 itd. Sympozja ISEF zapewniają stale nowe ważne materiały uczelniom technicznym w Łodzi, Warszawie, Szczecinie, Poznaniu, Krakowie itp. najsilniejszym polskim ośrodkom badawczym w tej dziedzinie, a Warsztaty ARWtr – i przemysłowi transformatorowemu na całym świecie.

Wszystkie te doświadczenia miały jakiś wpływ na tę książkę.

Na świecie, biorąc pod uwagę tylko najważniejsze konferencje: „ISEF", „Compumag", „Intermag", „ICEM", „BISEF-ICEF", a od 2004 r. „ARWtr", ukazuje się ponad 100 publikacji rocznie z dziedziny elektrodynamiki. Do najważniejszych tematów należą metody szybkie i łatwe do stosowania.

Ostatnie odkrycia w zakresie nowych materiałów, takie jak amorficzne taśmy ferromagnetyczne (METGLAS), nadprzewodniki wysokotemperaturowe, magnesy trwałe na ziemiach rzadkich, MHD, półprzewodniki, inżynieria mechatroniczna itd. rewolucjonizują elektrotechnikę.

Krytyczny i racjonalny wybór najlepszej z wielu oferowanych metod numerycznych: MAN, MSR, MSP, MRS, MES, MEG, MRC, zwykłe zastosowanie prawa Biota–Savarta oraz Faradaya i innych uproszczonych metod komputerowych, zwłaszcza trójwymiarowych (3D) często decyduje o sukcesie. Na przykład niektóre przemysłowe zadania 3D można dużo łatwiej i szybciej rozwiązać za pomocą klasycznych szeregów Fouriera, prawa Faradaya lub hybrydowym MES-3D niż innymi metodami. Oszczędność czasu obliczeniowego jednego wariantu konstrukcyjnego może być tak wielka jak ułamek sekundy (MSR-3D) do kilku miesięcy (MES-3D).

Autor wykładał te problemy przez wiele lat na Politechnice Łódzkiej, AHE-Łódź i na innych uczelniach krajowych i zagranicznych w zakresie małych i wielkich maszyn elektrycznych, wielkich transformatorów, elektromechanicznych elementów automatyki, ale także w zakresie mechatroniki, zarządzania innowacjami i nowych

* Od tego roku autor przekazał przewodnictwo ISEF swojemu b. zastępcy prof. dr. hab. inż. S. Wiakowi, który dalej, z dużym powodzeniem, rozwija te prestiżowe sympozja międzynarodowe.

technologii, metod komputerowych w inżynierii, biznesplanów itp. Kierował też badaniami tego typu w wielu dużych fabrykach krajowych i zagranicznych.

Ta książka (wydana także w Rosji i Hiszpanii), oparta na doświadczeniach autora, jest w zasadzie wykładem i poradnikiem o metodach budowania fizycznych modeli obliczeniowych oraz ich obliczania i badania. Druga natomiast monografia pt. *Obliczenia elektromagnetyczne elementów maszyn i urządzeń elektrycznych* (J. Turowski [1.16]), wydana także w Moskwie, o konkretnych obliczeniach, przedstawia metody stosowane w praktyce projektowania przemysłowego. W kolejnej monografii zbiorowej *Analiza i synteza pól elektromagnetycznych* [1.17a] pod redakcją autora i wydanej w uzupełnionej wersji angielskiej pt. *Computational Magnetics* [1.17b] podano rozszerzone metody i technikę samych obliczeń numerycznych pól. Widać tam, na jak głębokich teoriach matematycznych są one oparte i jak w konsekwencji można te trudne teorie przystosować do łatwych, szybkich i tanich obliczeń przemysłowych za pomocą programów hybrydowych MAN–MES pod wspomnianym hasłem MSR-3D. Następna monografia zbiorowa *Modern Electrical Drives* z polskim współautorstwem (J. Turowski, S. Wiak i in. [1.3]) rozszerza te badania na maszyny wirujące i napędy elektryczne. Wreszcie ostatnia monografia *Podstawy Mechatroniki* (J. Turowski [1.20]) stanowi syntezę i scalenie tych badań dzięki ostatniemu wielkiemu postępowi w mikroelektronice i technice komputerowej.

Mimo tak wielkich postępów inżynierii mechatronicznej nie można zapominać o roli podstaw fizycznych wypracowanych przez pokolenia naszych przodków z naszym niezapomnianym nauczycielem, śp. prof. dr. h.c. inż. Eugeniuszem Jezierskim na czele. Dzięki metodom przez nich i pod ich kierunkiem opracowanym można wyjątkowo skutecznie przyspieszyć proces projektowania i optymalizacji konstrukcji. Optymalizacja konstrukcji i właściwości nowoczesnych maszyn i urządzeń nie jest bowiem możliwa bez dobrego opanowania zasad elektromagnetycznego modelowania i obliczeń. Właśnie to, między innymi, było przedmiotem badań autora we wspaniałych twórczych zespołach polsko-włosko-hindusko-portugalsko-meksykańsko-hiszpańskich, które autorowi udało się zgromadzić. Byli to Koledzy z Politechniki Łódzkiej: K. Zakrzewski, J. Gieras, E. Mendrela, K. Komęza, A. Pelikant, M. Turowski, M. Kopeć. S. Wiak, G. Zwoliński, oraz Instytutów Elektrotechniki – J. Rachwalski – i Energetyki – M. Kaźmierski, A. Ketner.

Bardzo ważne badania podstawowe i stosowane przeprowadzono w przemyśle nad weryfikacją metody równoważnych sieci reluktancyjnych MSR-3D autora, do szybkiego trójwymiarowego modelowania i obliczeń pól i strat rozproszeniowych w wielkich transformatorach energetycznych. Tym razem z autorem współpracowali głównie Koledzy z Instytutu Elektroniki Politechniki Łódzkiej: M. Kopeć i M. Turowski. Podziękowanie za przemysłową weryfikację metod autora należy się także Kierownictwu wielkich fabryk transformatorów, w tym b. ELTA (Łódź, dziś ABB), GEC of India-Allahabad, Crompton Greaves (dyr. D. Koppikar i prof. S.V. Kulkarni), Mumbai-Indie, EMCO-Transformers (Thane, Indie), Chinese Transformer Works Shenyang-Trafo (Chiny, Mr Xiu), Baoding-Trafo (Chiny, dr Cheng), EFACEC-Porto

(Portugalia, dyr. Silvestri i prof. Lopez-Fernandez), North-American Trafo (Mr Ahuja) oraz fabryki w USA, UK, Australii, Iranie, Rosji i in.

Dziękuję za twórczą współpracę Kolegom z Uniwersytetów Pavia (prof. dr h.c. Politechniki Łódzkiej A. Savini, prof. Di Barba) i Palermo (Prof. M. Rizzo) we Włoszech, Okayama i Kanazawa (prof. K. Bessho i prof. T. Nakata) w Japonii, Ankara (prof. B. Ertan) w Turcji, Shenyang, Hubei i Huazhong (prof. T. Reunian i prof. Zhou Ke Ding) w Chinach, WEG w Brazylii i wielu innym.

Wreszcie mojemu, ostatnio najbardziej aktywnemu partnerowi prof. dr. inż. Xose M. Lopez-Fernandezowi z Uniwersytetu Vigo (Hiszpania) i fabryk EFACEC (Porto, Portugalia, i Savannah, USA), z którym zbudowaliśmy nowe innowacyjne programy MSR-3D, wydajemy wspólne książki i publikacje, a zwłaszcza organizujemy już piąte (wliczając łódzkie ISST'93) Międzynarodowe Warsztaty Naukowe w Hiszpanii, w tym o wysokiej renomie w nauce, a zwłaszcza w przemyśle i energetyce światowej.

Szczególne podziękowanie wyrażam mojej Żonie Marii Turowskiej (prof. dr hab. elektrochemii Uniwersytetu Łódzkego) za doradztwo w zakresie budowy atomowej pierwiastków i elektrochemii [2.30] oraz synowi Markowi Turowskiemu (dr inż. elektronik, dyr. Micro/Nano Electronics w CFDResearch Corp. Huntsville i „Robust Chip Inc." Pleasanton, „Dolina Krzemowa", USA) za doradztwo i współudział w zakresie elektroniki, programowania i mikrosystemów kosmicznych [2.35], [2.36], [4.20], [4.27], [4.28], [1.8] i in.

W dyskusji na temat nowoczesnych zastosowań przemysłowych elektrodynamiki technicznej nie można zapominać o znaczeniu nowej, interdyscyplinarnej filozofii produkcji, zwanej mechatroniką [1.20]. To zmienia tradycyjne podejście, oparte na inżynierii zbieżnej (*concurrent engineering*), przez bezpośredni wkład ekspertów wprost do budowy projektu zespołowego, z wykorzystaniem sztucznej inteligencji, szybkiego projektowania i innowacyjności. Wzmocniło to konkurencyjność produkcji. W szczególności, wobec redukcji na uczelniach wykładów z konstrukcji, tym bardziej jest konieczne wydawanie i wznawianie podobnych książek o podstawach fizycznych, a nawet tworzenie programów elektronicznych z ich treścią, na wzór amerykańskich EDA (*Electronic Design Automation*).

W tej pracy autor wykorzystał nie tylko własne doświadczenie, ale także wyniki wspólnych projektów oraz dyskusje z wieloma wspomnianymi specjalistami z Polski i zagranicy, z dyplomantami i doktorantami oraz konstruktorami z przemysłu. Wszyscy oni wpłynęli w jakiś sposób na dobór materiałów tej książki. Dlatego tą drogą pragnę złożyć wszystkim, jak również Autorom cytowanych prac oraz ich Wydawcom szczere podziękowanie za dyskusje i zgodę na cytowanie wyników Ich prac.

Na zakończenie szczególne podziękowanie składam panu dyrektorowi Centrum Badawczego ABB w Krakowie dr. hab. inż. Markowi Florkowskiemu za rozstrzygające dofinansowanie wydania tej pracy oraz Redakcji WN PWN za dobrą współpracę.

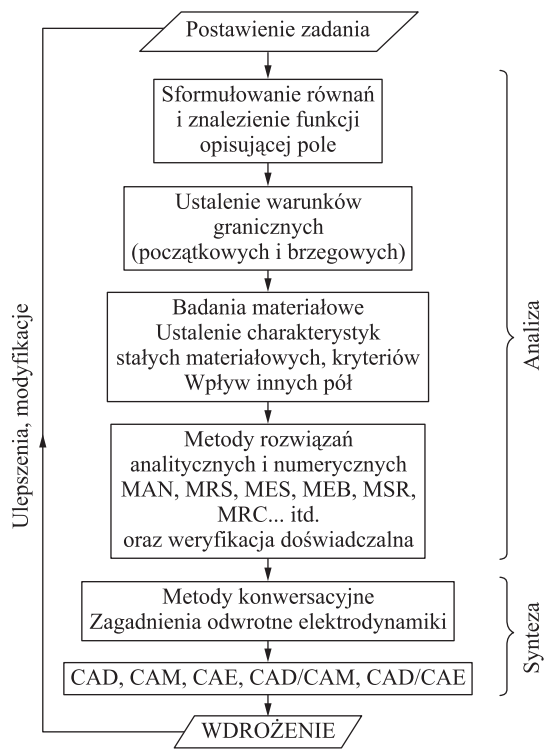
Autor

Rozdział 1

Metody badań i materiały konstrukcyjne

1.1. Metody badań

Rozwiązanie zadań inżynierskich z zastosowaniem metod elektrodynamiki można podzielić na kilka etapów (rys. 1.1):



Rys. 1.1. Podział zadań obliczeniowych i badawczych w elektrodynamice i elektromechanice technicznej

1) *Sformułowanie równań matematycznych* i znalezienie *funkcji* opisującej pole elektromagnetyczne i jego właściwości w badanym obszarze z uwzględnieniem stałych lub zmiennych właściwości środowiska (powietrze, miedź, aluminium, stal itd.) oraz ewentualnie poza tym obszarem.

2) *Ustalenie warunków granicznych*, tzn. brzegowych i początkowych, na powierzchni badanego obszaru, narzuconych przez rodzaj i konfigurację źródeł badanego pola (układ przewodów, cewek lub rdzeni magnetycznych, rodzaj prądu itp.) oraz na powierzchniach granicznych środowisk.

3) Taki *dobór stałych i parametrów* równań, aby wyznaczona funkcja spełniała przyjęte warunki brzegowe i początkowe, tzw. znalezienie ostatecznego rozwiązania matematycznego.

4) *Sprawdzenie doświadczalne* założeń, poprawności modeli obliczeniowych i uproszczeń pośrednich oraz wyników końcowych.

5) Przedstawienie otrzymanego rozwiązania w postaci *prostych wzorów*, łatwych programów, tabel i wykresów ułatwiających praktyczne wykorzystanie wyników i optymalizację badanych obiektów.

Sformułowanie adekwatnych, tzn. zgodnych z rzeczywistością, równań (etap 1), opisujących obiekt i zachodzące w nim zjawiska, podobnie jak i rozwiązanie takich równań, jest często zadaniem trudnym. Przeważnie, zwłaszcza w układach 3D* musimy ograniczyć się do uproszczonych modeli matematycznych, opartych na jednym prawie lub grupie praw fizyki, pomijając lub upraszczając inne, np. przez aproksymację analityczną (podrozdz. 7.1). Przykłady formułowania i rozwiązywania równań matematycznych, opartych na podstawowych równaniach elektrodynamiki są podane w rozdziale 2. Etapy 1–4 (rys. 1.1) należą do *analizy* problemu, w której ważną rolę odgrywają badania materiałowe i właściwości fizyczne tworzyw i środowisk, co omówiono w podrozdziale 1.2.

Celem elektrodynamiki technicznej jest jednak budowa, projekt i tworzenie nowych rozwiązań, to znaczy *synteza*. Dlatego *etap analizy trzeba ograniczyć* tylko do niezbędnego minimum, aby nie przedłużać i nie podrażać bez potrzeby okresu przygotowań do rozpoczęcia tworzenia nowego obiektu. Nieodzownym elementem pełnego rozwiązania zadania jest *weryfikacja doświadczalna* wyników obliczeń (etap 4). Jest to szczególnie ważne dzisiaj, gdy problemy polowe są rozwiązywane za pomocą uwikłanych, komercyjnych programów komputerowych, których strukturę i założenia upraszczające zna często tylko sam autor, lub nawet nie zna ich wcale, gdy korzysta z cudzych programów. Dlatego dedykowane programy uproszczone najlepiej jest tworzyć samemu. Przykładem takiego podejścia są *programy klasy MSR-3D* (ang. *RNM-3D*) szeroko stosowane w przemyśle transformatorowym.

Synteza, tzn. łączenie w nową całość elementów problemu wyodrębnionych przez analizę nowych produktów, oparta dawniej na klasycznej metodzie prób i błędów, zyskała ostatnio doskonałe narzędzia wspomagające w postaci:

---

* 3D to angielski skrót słowa: *three-dimensional* = trójwymiarowy.

– *interaktywnej* (konwersacyjnej) metody projektowania [1.20], która jest w rzeczywistości na wyższym poziomie i szybszą metodą prób i błędów;

– *programów* CAD i Auto-CAD (*Computer Aided Design*) projektowania wspomaganego komputerowo dotyczących przeważnie grafiki,

– CAM (*Computer Aided Manufacturing*), tzn. produkcji wspomaganej komputerowo,

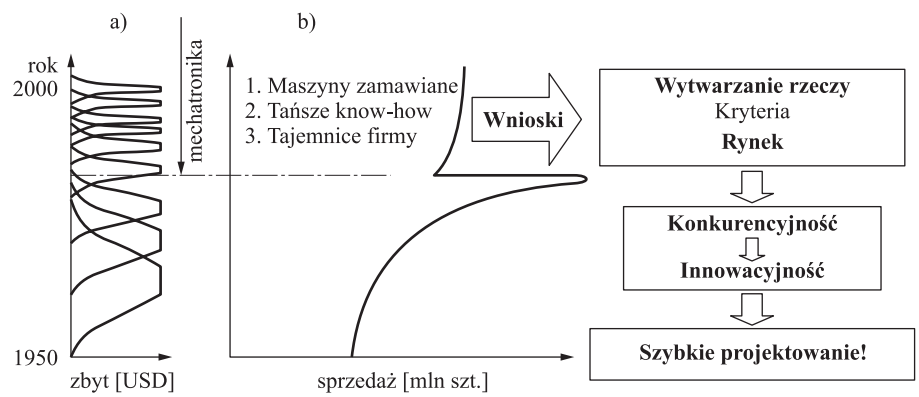
– systemów CAE (*Computer Aided Engineering*), które są najbardziej wszechstronnym narzędziem tworzenia, badania i modyfikacji urządzenia, gdzie model fizyczny (prototyp) jest zastępowany przez model komputerowy, a jego charakterystyki wyznacza się i ulepsza przez symulację komputerową, z procesem produkcji włącznie.

Automatyczne systemy CAD/CAE rewolucjonizują proces projektowania i produkcji wielu urządzeń elektromagnetycznych i maszyn, chociaż nigdy nie usuną konieczności opanowywania istoty fizycznej zjawisk i budowy adekwatnych modeli.

Niemożliwe jest zatem rozwiązywanie zagadnień elektrodynamiki technicznej bez choćby przybliżonego uwzględnienia budowy i właściwości fizycznych materiałów.

Na nowo zdefiniowana, w latach 1970–1980, dyscyplina mechatronika [1.20], jako synergiczne połączenie *inżynierii mechanicznej, automatyki, informatyki i elektrodynamiki technicznej* oraz *myślenia systemowego*, wywiera poważny wpływ na nowoczesne metody projektowania wyrobów i procesów produkcyjnych*.

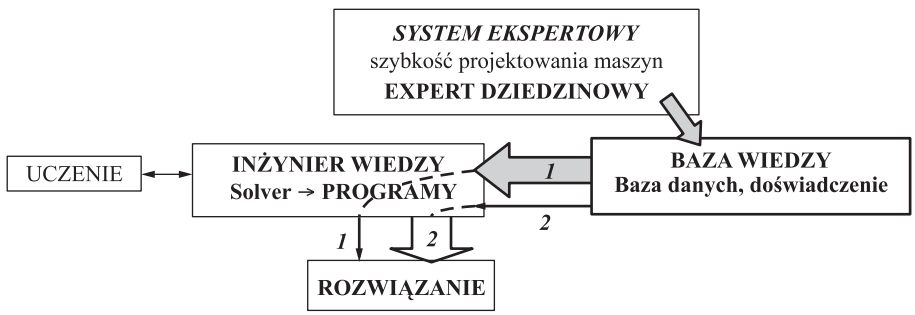
Zasady mechatroniki, według autora, to: 1) podejście systemowe, 2) szybkie projektowanie (rys. 1.2), 3) wdrożenie sztucznej inteligencji (*artificial intelligence*), 4) zastępowanie inżynierii zbieżnej (*concurrent engineering*) inżynierią mechatroniczną, 5) praca zespołowa, 6) proste metody (np. prawa obwodowe) oparte na



Rys. 1.2. Wpływ mechatroniki na: a) skrócenie czasu wprowadzenia na rynek (*time to market*), b) sprzedaż małych maszyn „katalogowych" w UK (W. Wood, 1990) [1.20]

* J. Turowski, X.M. Lopez-Fernandez, A. Soto, D. Souto: Stray Losses Control in Core- and Shell Type Transformers. Part I: Upgrading Of Energy-Saving And Reliability Of Large Transformers and Part II: Method of Three-Dimensional Reluctance Network Solution (RNM-3Dshell). *International Advanced Research Workshop on Transformers – ARWtr2007*, Baiona – Spain, 2007.

głębokich badaniach podstawowych (np. polowych), 7) dokładność dostosowana do potrzeb, 8) metody analityczne w miarę możliwości, 9) linearyzacja parametrów nieliniowych, 10) krótkie, interaktywne cykle projektowania (rys. 1.4), 11) proste maszyny o zaawansowanych systemach sterowania, 12) stosowanie ISO 9000, SWOT i zasad outsourcingu, 13) stosowanie systemów ekspertowych, różnych dla: a) budowy (rys. 1.3) i b) ruchu.

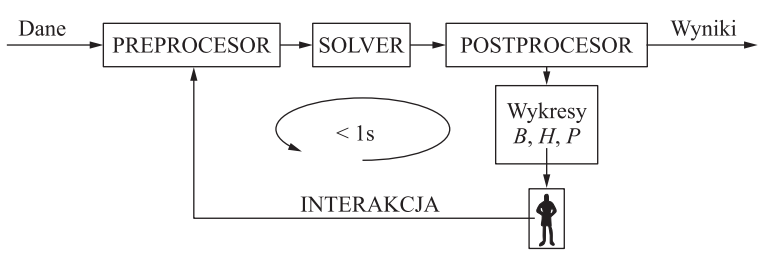


Rys. 1.3. Schemat blokowy systemu ekspertowego projektowania maszyn [1.20]; *1* – wielki wkład wiedzy i doświadczenia = proste, tanie i szybkie rozwiązanie, np. 1 s lub mniej (MSR-3D), *2* – mały wkład wiedzy i doświadczenia = trudne, drogie i pracochłonne rozwiązanie, np. 3 miesiące (MES-3D)

Im więcej wiedzy wprowadzimy do bazy wiedzy = tym szybsze i tańsze rozwiązanie!

Jednym z głównych celów tej książki jest dostarczenie projektantom i badaczom właściwej bazy wiedzy, potrzebnej do zbudowania adekwatnego modelu obliczeniowego, oraz najbardziej racjonalnych programów obliczania i konstruowania, a także zmniejszenie wciąż istniejącej luki między teorią a praktyką przemysłową oraz wykazanie, że teoria pól fizycznych jest łatwa.

Proces projektowania powinien być jak najszybszy. Na rysunku 1.4 pokazano, jak zostały zaprojektowane półinteligentne, hybrydowe programy klasy MSR-3D do szybkiej symulacji i optymalizacji strefy rozproszeniowej wielkich transformatorów, ekranowania kadzi i cześci konstrukcyjnych oraz redukcji strat rozproszeniowych w kadzi, zagrożeń cieplnych, a także niszczących sił elektrodynamicznych w uzwojeniach.



Rys. 1.4. Zasady projektowania interaktywnego (konwersacyjnego) i optymalizacji układu metodą prób i błędów; *B* – indukcja, *H* – natężenie pola magnetycznego, *P* – moc

1.2. Materiały konstrukcyjne

1.2.1. Struktura i właściwości fizyczne metali

Wśród wielu materiałów przewodzących największe znaczenie z punktu widzenia konstrukcyjnego mają ciała stałe, a wśród nich metale. Konstruktora i projektanta interesują przede wszystkim właściwości elektromagnetyczne, termiczne i mechaniczne metali.

Do najważniejszych *właściwości elektromagnetycznych* zaliczamy:

– konduktywność σ (przewodność elektryczną właściwą) lub jej odwrotność – rezystywność ρ (opór właściwy);

– temperaturowy współczynnik rezystywności i granice liniowości (np. punkt topnienia metalu, temperatury przejścia nadprzewodnictwa);

– właściwości magnetyczne, takie jak charakterystyki magnesowania, stratność, magnesowalność i granice liniowości (punkt Curie);

– inne specjalne właściwości, takie jak siła termoelektryczna w parze z innym metalem (zwykle miedzią), praca wyjścia elektronów itp.

Do najważniejszych *właściwości mechanicznych* zaliczamy:

– granicę wytrzymałości na rozciąganie i granicę płynności;

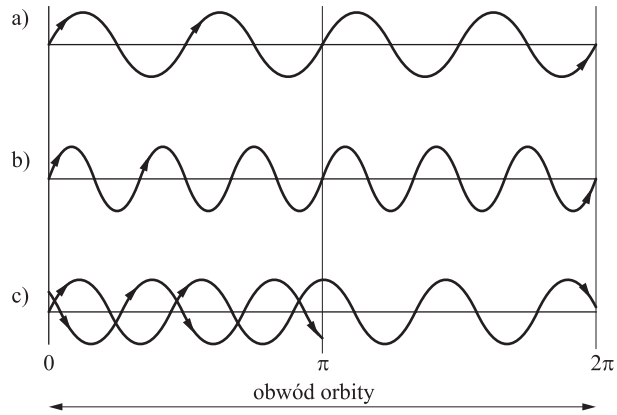
– wydłużalność względną i moduł sprężystości (Younga) przy rozciąganiu.

Największe trudności obliczeniowe stwarzają właściwości nieliniowe żelaza (magnetyczne i cieplne). W celu prawidłowego wyboru metod pokonania tych trudności konieczna jest znajomość podstaw budowy danego materiału i jego właściwości.

Budowa atomów. Metale, podobnie jak wszystkie pierwiastki, mają strukturę atomową. Wokół naładowanego dodatnio jądra krążą po różnych orbitach ujemnie naładowane elektrony*, których masa wynosi $9{,}1095 \cdot 10^{-28}$ g [1.1], tj. 0,000551 masy najmniejszego z atomów – atom wodoru.

W warunkach normalnych liczba elektronów w atomie jest równa liczbie dodatnio naładowanych protonów w jądrze, dzięki czemu atom jako całość jest cząstką obojętną. Według hipotezy de Broglie (1924) o właściwościach falowych mikrocząstek, elektron ma określoną długość fali λ zależną od jego prędkości. Cząstce o pędzie $p = m\upsilon$ odpowiada długość fali $\lambda = h/p$ (gdzie $h = 6{,}6262 \cdot 10^{-34}$ J · s – stała Plancka). W przypadku najprostszego atomu – atomu wodoru, który ma kołową orbitę elektronu, długość orbity $2\pi r$ powinna być wielokrotnością długości fali ($2\pi r = n\lambda$), gdyż w przeciwnym razie nastąpiłoby interferencyjne wygaszenie fal elektronowych (rys. 1.2c). Stąd wynika, że elektrony mogą zajmować tylko ściśle określone orbity o skokowo (dyskretnie) zmieniających się średnicach. Obszary pomiędzy dozwolonymi orbitami są strefami „zakazanymi" dla elektronów. Zjawisko to nazywane jest *kwantowaniem orbit*, natomiast liczba całkowita $n = 1, 2, 3, ... \infty$ – *główną liczbą kwantową*.

* Odkryte w 1897 r. przez J.J. Thomsona ([1.1], s. 22).



Rys. 1.5. Schemat zasady kwantowania orbit: a) cztery długości fali, b) sześć długości fali, c) interferencyjne wygaszanie fal elektronowych przy niecałkowitej liczbie długości fali na orbicie

W rzeczywistości, w atomie wieloelektronowym, elektrony i jądro podlegają złożonemu działaniu sił coulombowskich i odśrodkowych oraz oddziaływaniu zewnętrznego (np. ziemskiego) pola magnetycznego. Wskutek tego poruszają się one po bardziej złożonych orbitach, które mają postać przemieszczających się w przestrzeni elips. Same zaś elektrony znajdują się w ruchu obrotowym o momencie pędu zwanym *spinem*. Dlatego do pełnego opisu stanu elektronu na orbicie niezbędny okazał się zespół czterech liczb:

1) *Główna liczba kwantowa* $n = 1, 2, 3, ... \infty$ określająca dużą oś orbity eliptycznej, czyli *główny poziom energetyczny* albo tzw. *powłokę elektronową* (warstwę elektronową). Wykazały to badania prowadzone za pomocą promieni katodowych. Powłoki te oznacza się literami *K*, *L*, *M*, *N*, *O*, *P*, *Q* (rys. 1.6).

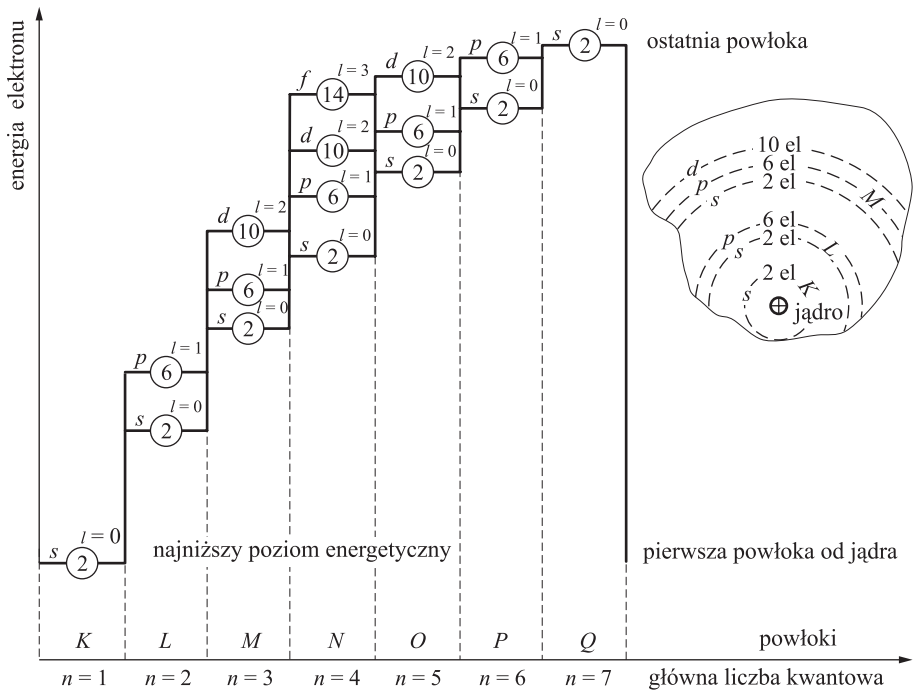
2) *Azymutalna liczba kwantowa*, zwana także poboczną $l = 0, 1, 2, ..., (n-1)$, która dzieli elektrony każdej powłoki na *n podpowłok* o nieco różniących się od siebie energiach. Liczba ta określa małą oś orbity eliptycznej. Są to *podpoziomy energetyczne*, które tworzą zespoły torów w ramach każdego z głównych poziomów energetycznych. Są one oznaczane literami *s*, *p*, *d*, *f* (rys. 1.6).

3) *Orbitalna magnetyczna liczba kwantowa* $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm l$, określająca przestrzenne kwantowanie płaskich orbit eliptycznych. Jest ona związana z istnieniem momentu magnetycznego elektronu, powodującego orientację kierunkową atomu w zewnętrznym (np. ziemskim) polu magnetycznym.

4) *Spinowa magnetyczna liczba kwantowa* $m_s = \pm \frac{1}{2}$, określająca orientację wektora (osi) *spinu* (lewo- lub prawoskrętnego).

Obie magnetyczne liczby kwantowe m_l i m_s określają liczbę elektronów w podgrupie.

Zgodnie z zasadą zwaną *zakazem W. Pauliiego* (1925) żaden z elektronów w atomie nie może mieć takiego samego kompletu wartości wymienionych czte-



Rys. 1.6. Schemat dopuszczalnych energetycznych poziomów elektronów w atomie wieloelektronowym (bez zachowania skali): l – azymutalna liczba kwantowa; s, p, d, f – podgrupy (podpowłoki); ②, ⑥ itd. – maksymalna dopuszczalna liczba elektronów w danej podgrupie

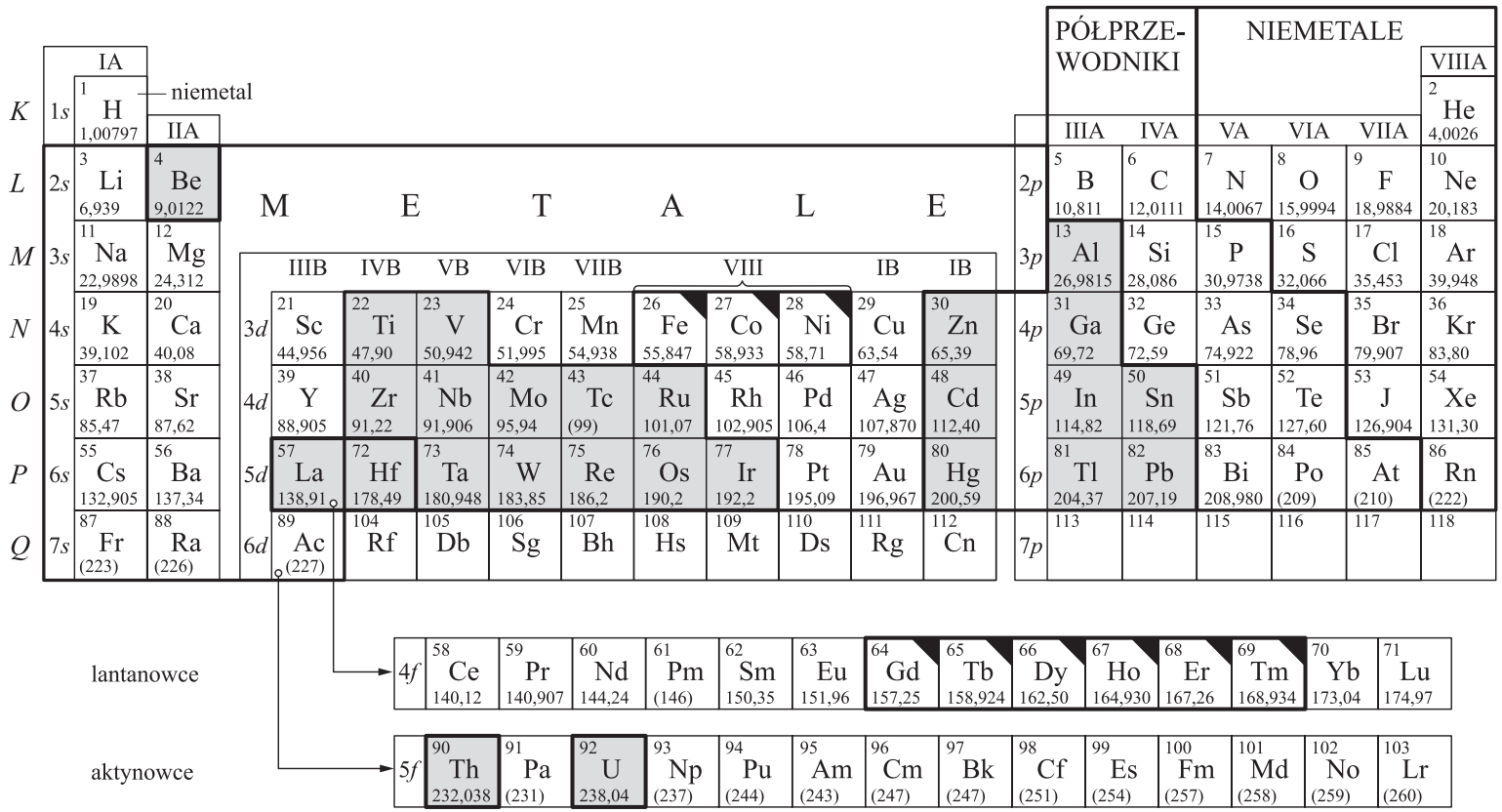
rech liczb kwantowych co inny. Ponieważ wszystkie te liczby kwantowe są ze sobą powiązane, oznacza to, że w określonej powłoce i podpowłoce może występować ściśle określona liczba elektronów „zapełniająca" dany poziom energetyczny (rys. 1.6). Na przykład dla $n = 1$ możliwe są jedynie liczby $l = 0$, $m_l = 0$, $m_s = \pm \frac{1}{2}$, czyli w pierwszej powłoce mogą występować co najmniej dwa elektrony. Jeżeli jest tam jeden elektron, to otrzymamy aktywny chemicznie atom wodoru. Jeśli zaś są oba elektrony, to mamy obojętny chemicznie hel o zapełnionej powłoce. Przy powłoce $n = 2$ możliwe są dwie podgrupy $l = 0$ i $l = 1$ o liczbach $m_l = 0$, 0 i ± 1 oraz $m_s = + \frac{1}{2}$ i $- \frac{1}{2}$, czyli razem 8 elektronów w powłoce, itd. W ten sposób wszystkie podpoziomy s mogą pomieścić co najwyżej 2 elektrony, podpoziomy p – 6 elektronów, d – 10 elektronów i f – 14 elektronów. W normalnym stanie atomu elektrony zajmują kolejno najniższe (bliżej jądra) poziomy energetyczne. Po zapełnieniu się danej powłoki rozpoczyna się budowa nowej powłoki. Nie zawsze jednak wszystkie podpoziomy przedstawione na rysunku 1.6 są całkowicie zapełnione przez elektrony. Niekiedy w wieloelektronowych atomach siły odpychające od pozostałych elektronów związanych z atomem powodują, że energetycznie korzystniejsze jest usadowienie się nowego elektronu w podpowłoce dalszej (rys. 1.6), pomimo że nie została jeszcze skompletowana podgrupa bliższa jądra (zob. grupy M i N na rys. 1.6

i 1.21). Pierwiastki o tak zbudowanych atomach nazywamy przejściowymi. Należą do nich wszystkie pierwiastki o właściwościach ferromagnetycznych, jak Fe, Co, Ni i inne (rys. 1.7).

O właściwościach chemicznych danego pierwiastka decyduje głównie liczba elektronów w skrajnej, zewnętrznej powłoce, stąd właściwości te wykazują okresowość przy przechodzeniu od liczby $Z = 1$ do 109, odpowiadającej liczbie elektronów w atomie. Elektrony znajdujące się na zewnętrznej orbicie głównej (powłoce) nazywamy *elektronami wartościowości* lub *walencyjnymi*. Właśnie te elektrony, zwane w teorii metali *elektronami przewodnictwa* lub wprost elektronami uwarunkowują *przewodność elektryczną ciała*. Zgodnie z uproszczonym *modelem P. Drudego* (1900) przewodnictwa elektrycznego i cieplnego ([1.1], s. 23) „atomy metalu łącząc się w ciało stałe pozbywają się swoich elektronów walencyjnych". Elektrony te mogą poruszać się swobodnie w obrębie metalu, tworząc tzw. *gaz elektronowy*, podczas gdy powstałe tak jony metalu pozostają niezmienne i nieruchome.

Jonizacja. W celu podniesienia elektronu na poziom wyższy niż ten, jaki zajmuje on przy normalnym stanie atomu, konieczne jest dostarczenie mu *fotonu* o ścisle określonej energii (np. świetlnej) równej 1 *kwantowi*. Mówimy wtedy, że atom został wzbudzony. Najłatwiej wzbudzają się elektrony wartościowości, ponieważ najbliższy wyższy poziom energetyczny jest dla nich zawsze wolny i odległości między zewnętrznymi poziomami energetycznymi są mniejsze niż między poziomami wewnętrznymi. Wzbudzenie elektronu może doprowadzić do pełnego jego oderwania od atomu. Powoduje to jonizację atomu. Powstaje wtedy pojedynczo naładowany *jon dodatni*. Możliwe jest tworzenie się jonów dwu- lub trzywartościowych. W przypadku gdy atom „chwyci" na swoją orbitę dodatkowy elektron, powstaje *jon ujemny*. Potencjał jonizacji i potencjał wzbudzenia (*potencjał rezonansowy*) wyrażane są przez odpowiednią energię w elektronowoltach (eV). Energia 1 eV *równa się energii, jaką nabywa* 1 *elektron przy przesunięciu między punktami o różnicy potencjałów* 1 V. Energia jonizacyjna wynosi: dla atomów wodoru 13,5 eV, helu 24,5 eV, tlenu 13,6 eV, neonu 21,5 eV, rtęci 10,4 eV, i azotu 14,5 eV. Zjonizowany gaz, całkowicie lub częściowo, nazywany jest *plazmą*. Stopień jonizacji plazmy zmienia się przy zmianie temperatury. Przewodność elektryczna plazmy w obecności pola magnetycznego jest wielkością tensorową (anizotropia).

Struktura krystaliczna metali. Metale mają strukturę krystaliczną, tzn. jony metali są rozmieszczone w przestrzeni w sposób uporządkowany. Spośród 14 możliwych kombinacji rozmieszczenia jonów w przestrzeni, w przypadku metali najważniejsze są 3 typy elementarnych sieci przedstawione na rysunku 1.8. Metale: sód, wanad, chrom, niob, wolfram krystalizują według *sieci regularnej przestrzenniecentrycznej* (rys. 1.8a); metale: miedź, srebro, złoto, nikiel, aluminium – *według regularnej płaskocentrycznej sieci* krystalicznej (rys. 1.8b). Żelazo natomiast może występować w dwóch różnych formach krystalicznych. W normalnych temperaturach ma ono sieć regularną przestrzenniecentryczną (rys. 1.8a), a w temperaturach wyższych niż 906°C przybiera strukturę regularną płaskocentryczną (rys. 1.8b).



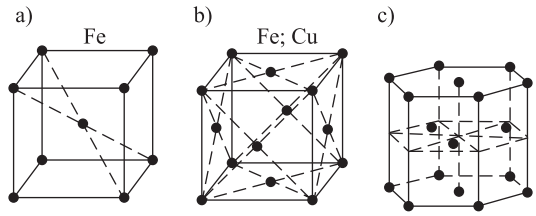
Rys. 1.7. Układ okresowy pierwiastków z podziałem na bloki elektronowe *s, p, d, f* oraz metale, półprzewodniki i niemetale; ◥ – ferromagnetyki, ▨ – nadprzewodniki

29 Cu 63,54 – liczba atomowa (liczba protonów w jądrze); masa atomowa (suma neutronów i protonów)

A, B – grupy pierwiastków *s, p* oraz *d*-elektronowych odpowiednio

I–VIII – liczba elektronów walencyjnych

K–*Q* – powłoki (warstwy) elektronowe



Rys. 1.8. Typy sieci krystalicznych najczęściej występujących w metalach: a) sieć regularna przestrzenniecentryczna, b) sieć regularna płaskocentryczna, c) sieć heksagonalna o najgęstszym upakowaniu przestrzeni

W *strukturze heksagonalnej* o najgęstszym upakowaniu (rys. 1.8c), krystalizuje około 30 pierwiastków, w tym: α-kobalt, magnez, neodym, platyna, tytan, cynk, cyrkon (Ashcroft [1.1]).

Właściwości ciał krystalicznych w istotny sposób zależą od rozmieszczenia jonów w krysztale. Rozmieszczenie jonów wzdłuż jednej osi kryształu może być inne od rozmieszczenia jonów wzdłuż innej osi. Stąd różne właściwości fizyczne ciała w różnych kierunkach, czyli *anizotropia kryształów*. Właściwości fizyczne metali w stanie stałym zależą w głównej mierze od ich układów krystalograficznych. Na przykład gęstość metalu w dowolnej temperaturze można obliczyć na podstawie znajomości jego budowy i cech elementarnej sieci przestrzennej metalu.

W rzeczywistości metale nie mają idealnej struktury krystalicznej. Ich sieć jest deformowana przez domieszki, nieobsadzone węzły, ruch cieplny jonów wokół położeń równowagi itp. Wskutek tych odchyleń „przewodnictwo elektryczne metali nie jest nieskończone" ([1.1], s. 167).

Przewodnictwo elektryczne i rezystywność metali. Zbliżenie do siebie poszczególnych atomów w ciele stałym, a zwłaszcza w krysztale, powoduje wzajemne przenikanie elektronów jednego atomu w drugi. Powstające przy tym znaczne siły oddziaływania atomów powodują rozszczepienie ustalonych poziomów energetycznych na dużą liczbę zbliżonych do siebie pośrednich poziomów energii, dozwolonych dla ruchu elektronów. Zjawisko to występuje oczywiście najsilniej w powłokach zewnętrznych. To wzajemne oddziaływanie atomów (jonów) w przypadku metali jest tak duże, że dla zewnętrznych elektronów wartościowości powstaje praktycznie ciągła strefa bezpośrednio sąsiadujących ze sobą dozwolonych poziomów energetycznych.

W metalach tylko część przylegających do siebie poziomów strefy wartościowości jest zajęta przez elektrony, pozostałe zaś wyższe poziomy energetyczne, które także tworzą strefę ciągłą, są wolne. O ile więc w pojedynczych atomach do wzbudzenia elektronu wartościowości na wyższy poziom energetyczny niezbędne było doprowadzenie określonych dyskretnych (cząstkowych) porcji energii, o tyle w metalu ciągłość dozwolonych poziomów energetycznych pozwala na podniesienie elektronu wartościowości na wyższy, wolny poziom za pomocą dowolnie małej ilości energii. Jeżeli zatem w próbce metalu wytworzymy pole elektryczne, to siła oddziaływania tego pola spowoduje przejście elektronów na wyższe, wolne poziomy

energetyczne tej strefy oraz ich ruch w kierunku wyższego potencjału przyłożonego pola. Ten ruch elektronów jest *prądem elektrycznym*, a opisane zjawisko nazywamy *przewodnictwem elektronowym*. Każdą częściowo zapełnioną ciągłą strefę dozwolonych poziomów energii nazywamy w związku z tym *strefą przewodnictwa*. Elektrony znajdujące się w całkowicie zapełnionych strefach nie mogą zatem z zasady brać udziału w przewodnictwie elektronowym ze względu na brak wystarczająco bliskiego wolnego poziomu energii, który elektron mógłby zająć po otrzymaniu od pola niewielkiej energii.

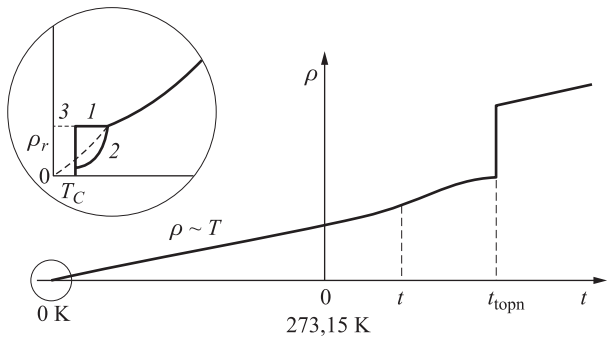
Mówimy ogólnie, że elektrony wartościowości znajdują sie w metalu w stanie „swobodnym", tworząc swoisty „*gaz elektronowy*" wypełniający przestrzeń utworzoną przez regularnie rozmieszczone jony dodatnie. Gaz ten może się poruszać w sieci jonowej pod wpływem przyłożonego pola elektrycznego. Elektrony swobodne, zderzając się z jonami sieci, odbijają się od nich w sposób sprężysty, ale nie mogą wydostać się na zewnątrz metalu, gdyż zapobiega temu różnica potencjałów na granicy metal–próżnia (lub metal–dielektryk). Wyrywanie elektronów z metalu wymaga pokonania tej różnicy potencjałów, co jest związane z wykonaniem pewnej pracy, zwanej *pracą wyjścia* ($L = eV$). Pewna część elektronów, tym większa, im wyższa jest temperatura metalu, ma dostatecznie dużą energię, aby wydostać się z metalu. Zjawisko to nazywamy *emisją termoelektronową*.

Mimo że gęstości gazu elektronowego są tysiące razy większe od gęstości gazów klasycznych, w modelu przewodnictwa elektrycznego i cieplnego metalu P. Drudego (1900) ([1.1], s. 23) do gazu elektronowego stosuje się z niewielkimi modyfikacjami normalną kinetyczną teorię gazów. Według tej teorii, poruszające się ze stałą prędkością pod wpływem przyłożonego napięcia elektrony swobodne poprzez zderzenia przekazują swą energię sieci krystalicznej, same ulegając rozpraszaniu. Rozproszenie to, ujawniające się jako *rezystywność „fononowa"* (zderzeniowa) $\rho_i(T)$, występuje na nieregularnościach sieci, spowodowanych głównie drganiami termicznymi jonów ([1.22], s. 551). Przez analogię do kwantów pola promieniowania – fotonów, kwanty pola przemieszczeń drgających jonów nazywane są *fononami* ([1.1], s. 540). Dzięki opisanym zderzeniom gaz elektronowy doprowadza ciało do stanu równowagi cieplnej z otoczeniem, gdyż im gorętszy będzie obszar ciała (większe drgania jonów), gdzie nastąpiło zderzenie, tym szybciej elektron go opuści. Powoduje to silną zależność rezystywności $\rho_i(T)$ od temperatury (rys. 1.9).

W zakresie temperatur występujących w maszynach i urządzeniach elektrycznych dominuje ta właśnie *rezystywność oddziaływania elektron–fonon*, która w tym zakresie jest aproksymowana (przybliżana) w znany sposób linią prostą

$$\rho_i(T) = \rho_t = \rho_0(1 + \alpha t). \tag{1.1}$$

Przy znacznym obniżeniu temperatury T rozpraszanie na fononach maleje – początkowo liniowo do około $\frac{1}{3}$ temperatury Debye'a (344 K dla Cu), a następnie zgodnie z 5. potęgą temperatury, aż do osiągnięcia ustalonej *wartości resztkowej* ρ_r. W ten sposób ujawniają się następne składowe rezystancji, tak że zgodnie z *prawem*



Rys. 1.9. Typowa krzywa rezystywności ρ metalu jako funkcja temperatury: ρ_r – rezystywność resztkowa, T_C – bezwzględna temperatura przejścia w stan nadprzewodnictwa, w K; t_{topn} – punkt topnienia; *1* – nadprzewodnik, *2* – metal czysty, *3* – metal normalny (Ashcroft [1.11])

Matthiessena (1864) *całkowitą rezystywność* ρ metalu można zapisać ([1.12], s. 26; [1.22], s. 555), jako

$$\rho(T) = \rho_r + \rho_i(T) + \rho_H(T) + \rho_l(T) + \rho_{wir}(T), \tag{1.2}$$

gdzie: ρ_r – *rezystywność resztkowa* w niskich temperaturach (helowych) w dużym stopniu zależna od defektów sieci, a nawet śladowych zanieczyszczeń, których wpływ w temperaturze pokojowej można zupełnie pominąć.

Wielkość $\rho_i(T)$ – składowa oddziaływania elektron–foton, która jako tzw. *rezystywność idealna* według Blocha i Grüneisena (Smoliński [1.12], s. 27) wyraża się wzorem:

– w temperaturach wysokich

$$\rho_i = \frac{A}{MT_D}\left(\frac{T}{T_D}\right)^5, \tag{1.3}$$

– w temperaturach bardzo niskich

$$\rho_i = \frac{A}{MT_D}\left(\frac{T}{T_D}\right)^5 \int_0^{T/T_D} \frac{z^5}{\left(e^z - 1\right)\left(1 - e^z\right)}\,dz \approx \begin{cases} aT & \left(T > T_D\right), \\ bT^5 & \left(T < \dfrac{T_D}{10}\right), \end{cases} \tag{1.4}$$

gdzie: A – stała zależna od prędkości elektronów na powierzchni Fermiego, T_D – temperatura Debye'a (426 K dla Al i 1160 K dla Be) [1.12], M – masa atomowa metali (26,97 Al i 9,013 Be).

Ponieważ aluminium i beryl mają dużą T_D oraz małe M i A, te właśnie metale, a nie np. Cu (344 K; masa atomowa 63,54), powinny być stosowane na przewody przeznaczone do pracy przy niskich temperaturach. Powinny to być ponadto metale bardzo czyste.

$\rho_H(T)$ – tzw. *magnetorezystancja*, związana z opisanym niżej efektem Halla; jest ona silna w kadmie, słaba w aluminium i pomijalna w wielu innych metalach [1.12].

$\rho_l(T)$ – rezystywność związana z tzw. *efektem wymiarowym*, występującym gdy wymiary drutu, folii, ziaren itp. są porównywalne ze średnią drogą elektronów (np. ok. 0,1 mm i więcej); wtedy wzrost rezystywności jest odwrotnie proporcjonalny do najmniejszego wymiaru [1.12].

$\rho_{\text{wir}}(T)$ – składowa wynikająca z *efektu naskórkowości* i prądów wirowych przy prądach zmiennych; ujmowana w technice tzw. współczynnikiem k_d dodatkowych strat mocy $\rho_{\text{wir}} = (k_d - 1)\,\rho_i$.

W konstrukcjach aparatów krioelektrycznych, w których stosuje się przewody z metali o wysokiej czystości i grubości nie większej niż 50 μm, trzeba znaleźć kompromis między efektem *wymiarowym* i *efektem naskórkowości*.

Przepływ prądu elektrycznego o gęstości **J** pod wpływem zewnętrznego pola elektrycznego **E** jest określony *prawem Ohma*

$$\mathbf{E} = \rho\mathbf{J} \quad \text{lub} \quad \mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}, \tag{1.5}$$

gdzie współczynnik proporcjonalności $\sigma = 1/\rho$ jest nazywany *konduktywnością**.

Jeżeli przez N oznaczymy liczbę wolnych elektronów o ładunku e przypadającą na jednostkę objętości przewodnika, przez υ zaś wypadkową prędkość elektronów otrzymaną w wyniku działania pola elektrycznego E i opóźniających zderzeń z drgającymi pod wpływem ciepła atomami, to prąd przez powierzchnię A wyniesie

$$i = Ne\upsilon A. \tag{1.6}$$

Wprowadzając pojęcie *ruchliwości elektronów* $\mu_e = \upsilon/E$, otrzymujemy na podstawie prawa Ohma $\mathbf{E} = \mathbf{J}\rho$ ważny wzór na *rezystywność metalu*

$$\rho = \frac{1}{Ne\mu_e} = \frac{m}{Ne^2\tau} = \frac{1}{\sigma}, \tag{1.7}$$

gdzie: $m = 9{,}1095 \cdot 10^{-31}$ kg – masa spoczynkowa elektronu, $\tau = \dfrac{m}{\rho Ne^2}$ – *czas relaksacji*, tzn. średni czas swobodnego przebiegu elektronu między kolejnymi zderzeniami lub inaczej – stała czasowa prędkości unoszenia elektronu $\upsilon_u(t) = \dfrac{|e|E}{m}\tau\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right)$ [1.8]. Wartość ta w przedziale 273–373 K zmienia się w granicach $\tau_{Cu} = (2{,}7 \div 1{,}9) \cdot 10^{-14}$ s i $\tau_{Fe} = (0{,}24 \div 0{,}14) \cdot 10^{-14}$ s. Oznacza to, że aż do częstotliwości napięcia rzędu $f = 10^8$ MHz czasy przebiegu elektronów są do pominięcia, podobnie jak ich prędkość, która „przy najsilniejszych polach występujących w metalach jest rzędu 0,01 mm/s" (Kozłowski [1.7], s. 187).

* Nowe normy wymagają stosowania dla konduktywności (przewodności właściwej) symbolu σ, zamiast dawnego γ itd.

Wpływ domieszek na rezystywność metali. Centra rozpraszania drgań o stężeniu $n_{drg} = rT$ i odpowiadającej im przewodności σ_{drg}, defekty (n_d, σ_d) i zanieczyszczenia (n_z, σ_z) skracają drogę swobodną elektronów, co powoduje wzrost rezystywności metalu według wzoru ([1.7], s. 188)

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m^* \upsilon_f}{ne^2}\left(rT\sigma_{drg} + n_d\sigma_d + n_z\sigma_z\right), \tag{1.8}$$

gdzie: m^* – masa skuteczna elektronu, υ_f – *prędkość Fermiego*, r – współczynnik proporcjonalności stężenia drgań sieci do temperatury bezwzględnej T.

Przewodność elektryczna σ materiałów stosowanych w elektrotechnice wyrażana jest zwykle w procentach przewodności *międzynarodowego wzorca* wyżarzonej miedzi (Wyatt i in. [1.22], s. 562) (ang. skrót IACS – *International Annealed Copper Standard*) o wartości $\sigma = 58{,}824 \cdot 10^6$ S/m, przy 20°C (100% IACS)*. Obecnie dostępna jest już miedź o przewodności $\sigma = 103\%$ IACS. Czyste srebro ma $\sigma = 106\%$, a czyste aluminium $\sigma = 60\%$ IACS. Rezystywność przewodników zależy w sposób istotny od domieszek i zanieczyszczeń. Na przykład rezystywność stopu Cu-Ni wynosi $\rho \approx (1{,}5 + 1{,}35\delta_{Ni\%}) \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot$ m przy zawartości niklu $\delta_{Ni\%} = 0 \div 3{,}32\%$ (Wyatt i in. [1.15], s. 556).

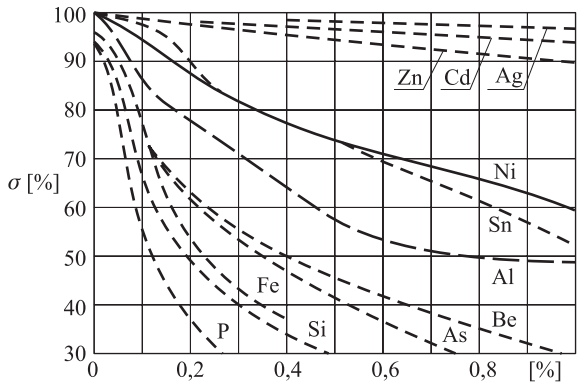
Według J. Lindego (*Ann. Phys.* 1932) przy stężeniu domieszek 1% rozpuszczonych w miedzi, srebrze lub złocie wzrost rezystywności jest proporcjonalny do $(\Delta z)^2$, gdzie Δz jest różnicą wartościowości atomów materiału rozpuszczanego i rozpuszczalnika.

Czyste metale wykazują prawidłową budowę krystaliczną i mają małą rezystywność. Deformacja plastyczna oraz obecność domieszek choćby w małych ilościach powoduje zniekształcenie sieci krystalicznej i wzrost rezystywności metalu. Przy *rekrystalizacji* drogą wyżarzania rezystywność powiększona wskutek obróbki plastycznej może być z powrotem obniżona do wartości początkowej. Na rysunkach 1.10–1.12 przedstawiono wpływ różnych domieszek na przewodność miedzi, aluminium i żelaza.

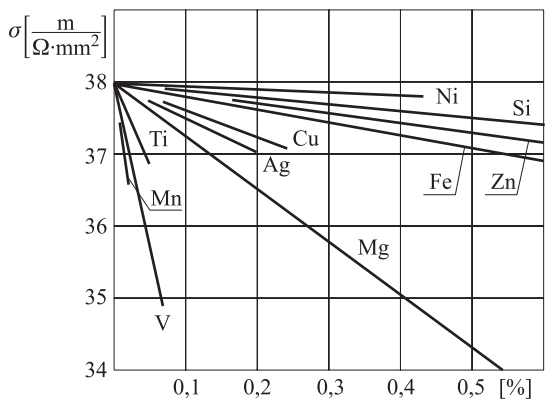
Rezystywność przy wyższych temperaturach. Przy temperaturach wyższych, od pokojowej do około 1000°C, rezystywność mosiądzu, Cu i Al zachowuje zależność liniową (rys. 1.13), podczas gdy rezystywność stali gwałtownie wzrasta. Przy przejściu ze stanu stałego w ciekły w większości metali następuje skok rezystywności (rys. 1.9). Krotność tego wzrostu wynosi w przypadku rtęci 3,2; cyny i cynku 2,1; miedzi 2,07; srebra 1,90, aluminium 1,64 i sodu 1,45 [1.13].

Termoelektryczność. Przy zetknięciu ze sobą dwóch różnych metali powstaje między nimi różnica potencjałów, której przyczyną są różne wartości *pracy wyjścia elektronów* z metalu jak również to, że liczba wolnych elektronów, a zatem i ciśnienia „gazu" elektronowego w różnych metalach mogą być niejednakowe. Ta kontaktowa różnica potencjałów różnych par metali waha się w granicach od kilku dziesiątych wolta do kilku woltów. Jeżeli temperatury styków są jednakowe, to suma różnic po-

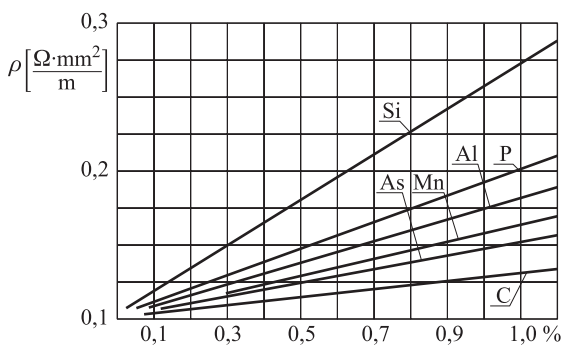
* Ściślej jest to 1 m drutu Cu o masie 1 g i oporze 0,15328 Ω przy 20°C.



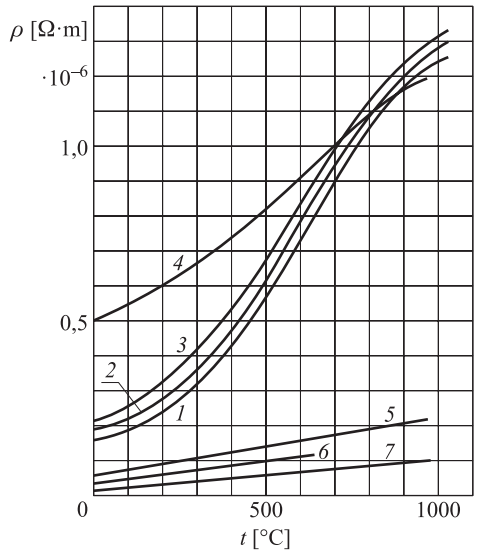
Rys. 1.10. Zależność przewodności właściwej (konduktywności) miedzi σ od wagowej zawartości różnych domieszek w stosunku do konduktywności czystej miedzi (100%) (Poradnik GEI [1.13])



Rys. 1.11. Zależność przewodności właściwej (konduktywności) wyżarzonego aluminium σ od zawartości domieszek [1.13]



Rys. 1.12. Zależność oporu właściwego (rezystywności) stali ρ od zawartości różnych domieszek [1.12]



Rys. 1.13. Rezystywność ρ metali przy wyższych temperaturach; *1* – stal węglowa 0,11% C, *2* – stal węglowa 0,5% C, *3* – stal węglowa 1% C, *4* – stale nierdzewne i kwasoodporne, *5* – mosiądz 60% Cu, *6* – aluminium, *7* – miedź (W. Liwiński, WNT, 1968)

tencjałów w obwodzie zamkniętym złożonym z dwóch różnych przewodników równa się zeru. Jeżeli natomiast jedna ze spoin w tym obwodzie będzie miała wyższą temperaturę T_2 niż druga T_1, to w obwodzie powstanie *siła termoelektryczna* wypadkowa (*efekt Seebecka*, 1821) wynosząca

$$E_u = \frac{k}{e}\left(T_1 - T_2\right) \ln \frac{n_A}{n_B} = C\left(T_1 - T_2\right), \tag{1.9}$$

gdzie: k – stała Boltzmanna, e – ładunek elektronu, n_A i n_B – liczba elektronów w jednostce objętości metali A i B.

Zjawisko to jest wykorzystywane do pomiaru temperatury za pomocą *termoelementów* (termopar), w których utrzymując jedno ze złącz w temperaturze 0°C, siłę elektromotoryczną obwodu E_u, po odpowiednim przeskalowaniu, wykorzystuje się do odczytania temperatury drugiego złącza.

Do pomiaru temperatury w różnych zakresach stosuje się różne pary metali [1.15]: od –200 do 400°C miedź–konstantan (60% Cu + 40% Ni); od 0 do 1000°C chromel (90% Ni + 10% Cr) – alumel (90% Ni + 5% Al); do 1700°C platyna–platyna + 13% rodu; w bardzo niskich temperaturach np. Au + 0,03% Fe (10^{-5} V/K) ([1.15], s. 560).

W układach pomiarowych i opornikach wzorcowych dąży się do stosowania metali o możliwie małej sile termoelektrycznej w stosunku do miedzi, aby nie wprowadzała ona dodatkowego uchybu. Takim stopem o bardzo małej sile termoelektrycznej w stosunku do miedzi (ok. 1 μV/°C) jest *manganin*, wobec np. $4{,}05 \cdot 10^4$ μV/°C dla *konstantanu* używanego na termopary.

Siły termoelektryczne E_u różnych metali w odniesieniu do platyny podano w tablicy 1.1. W celu obliczenia siły termoelektrycznej obwodu utworzonego z dwóch metali i wymienionych w tablicy należy odjąć od siebie podane wartości. Na przykład termoelement miedź–konstantan o temperaturze spoiny 100°C i końców 0°C daje SEM 0,75 – (– 3,5) = 4,25 mV, przy czym miedź tworzy biegun dodatni. Siły termoelektryczne powstają również w jednorodnych przewodnikach, jeżeli wzdłuż nich występuje spadek temperatury, to znaczy gradientowi temperatury towarzyszy gradient potencjału elektrycznego (*efekt Thomsona*, 1854).

Tablica 1.1. Średnia siła termoelektryczna metali E_u w odniesieniu do platyny w zakresie temperatur 0÷100°C

Metal	E_u [mV/100°C]	Metal	E_u [mV/100°C]
Bizmut	–6,5	Aluminium	0,4
Konstantan	–3,5	Manganin	0,6
Nikiel	–1,5	Srebro	0,7
Pallad	–0,5	Cynk	0,7
Rtęć	0,0	Złoto	0,7
Platyna	0,0	Miedź	0,75
Cyna	0,4	Mosiądz	1,1
Ołów	0,4	Żelazo	1,8

Opisane zjawiska są odwracalne, czyli przeciwieństwem efektu Seebecka jest *efekt Peltiera* (1834), który polega na tym, że przepuszczenie prądu przez złącze różnych metali powoduje wydzielanie się lub absorpcję ciepła w złączu. Efekt Peltiera, ze względu na jego małą efektywność, stosuje się jedynie do chłodzenia małych objętości przy użyciu termoelementów półprzewodnikowych, które wykazują większe siły termoelektryczne i mniejszą przewodność cieplną. Termoelektryczność półprzewodników wykorzystuje się m.in. w czujnikach temperaturowych i innych przyrządach.

Właściwości cieplne. Duża przewodność cieplna przewodników metalowych jest związana z ich przewodnictwem elektrycznym, gdyż przenoszenie ciepła odbywa się głównie za pomocą wolnych elektronów przewodnictwa, czyli gazu elektronowego. Pomiędzy prawem Ohma i równaniem przewodnictwa cieplnego Fouriera istnieje formalna analogia. Według eksperymentalnego prawa Wiedemanna–Franza (1853)* przy danej temperaturze przewodność cieplna metali λ jest proporcjonalna do przewodności elektrycznej σ, tzn.

$$\frac{\lambda}{\sigma} = aT, \tag{1.10}$$

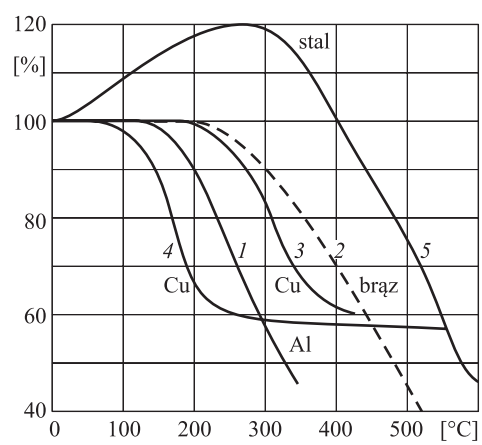
* A.V. Łykov: *Tieoria tiepłoprovodnosti.* Gos. Izdat. Tiech.-Tieorieticzeskoj Litieratury, Moskva 1952, s. 20, lub zob. [1.1].

przy czym stała a, zwana *liczbą Lorentza*, przy 373 K wynosi dla żelaza $a_{Fe} = 2{,}88 \cdot 10^{-8}$ V^2/K^2, $a_{Cu} = 2{,}29 \cdot 10^{-8}$ V^2/K^2 [1.1] i jest wielkością mniej więcej stałą dla większości metali, T – temperatura bezwzględna w K, λ – przewodność cieplna w W/(K · m), σ – przewodność elektryczna w 1/(Ω · m). Metale czyste mają większą przewodność cieplną niż ich stopy. Przewodnictwo cieplne dielektryków jest dużo mniejsze, gdyż nie ma tu elektronów przewodnictwa i energia cieplna przenoszona jest tu jedynie za pomocą drgań sprężystych jonów. W metalach występują oba rodzaje przewodnictwa cieplnego, lecz pierwsze odgrywa rolę decydującą.

Elektrony, przemieszczając się pod wpływem gradientu temperatury, wytwarzają na końcach otwartego przewodu metalowego siłę termoelektryczną (zjawisko Seebecka).

W zagadnieniach konstrukcyjnych ważną rolę odgrywa *temperaturowy współczynnik rozszerzalności liniowej*, zwłaszcza przy współpracy części wykonanych z różnych metali, np. pręty miedziane w żłobkach maszyn elektrycznych. W tablicy 1.2 zestawiono ważniejsze własności elektryczne, cieplne i chemiczne miedzi.

Właściwości mechaniczne. Właściwości mechaniczne metali w znacznym stopniu zależą od struktury krystalograficznej i temperatury (rys. 1.14). Spośród metali stosowanych w konstrukcjach elektrycznych na specjalną uwagę zasługuje miedź, której właściwości mechaniczne w znacznym stopniu zależą od obróbki termicznej i plastycznej oraz od zawartości domieszek. W przypadku miedzi wykres siły P rozciągania próbki w zależności od jej wydłużenia Δl (rys. 1.15a), w przeciwieństwie do analogicznego wykresu w odniesieniu do stali (rys. 1.15b), nie wykazuje wyraźnej granicy plastycznej P_{pl}. Do punktu P_s wydłużenie jest wyłącznie sprężyste (elastyczne), a powyżej – sprężyste i plastyczne. Punkt P_H (granica proporcjonalności) wyznacza miejsce, w którym krzywa zaczyna się odchylać od linii prostej. Siła P_r określa granicę wytrzymałości materiału na rozciąganie. *Moduł sprężystości* (*Younga*) jest to



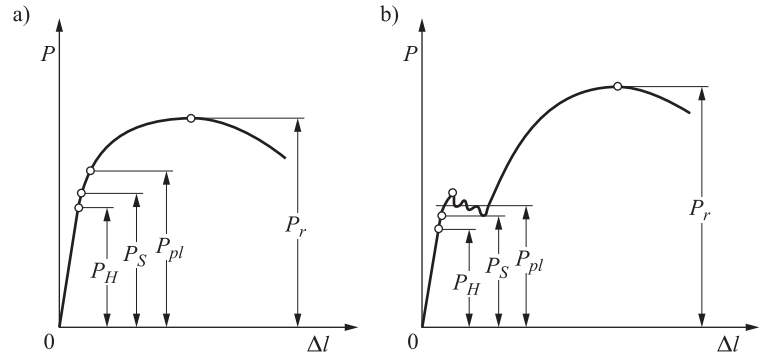
Rys. 1.14. Zależność wytrzymałości mechanicznej metali od temperatury (wg Babikowa): *1* – aluminium, *2* – brąz, *3* – miedź twarda lub przy nagrzewaniu krótkotrwałym, *4* – miedź elektrolityczna lub przy nagrzewaniu długotrwałym, *5* – stal (Kurdziel [8.1])

Tablica 1.2. Ważniejsze właściwości elektryczne, cieplne i chemiczne miedzi, wg [1.13] i [1.23]

Właściwości	Dane liczbowe	Uwagi
Przewodność elektr. najczystszej miedzi elektrolitycznej przy temp. 20°C	$59{,}77 \cdot 10^6$ S/m	wpływ domieszek, zob. rys. 1.10
Przewodność elektr. miedzi wzorcowej wyżarzonej przy temp. 20°C, wg normy międzynarodowej i PN/E-4	$58 \cdot 10^6$ S/m	przyjmowana za 100% przy ocenie przewodności innych metali
Współczynnik temperaturowy przewodności przy temp. 0÷150°C, wg normy międzynarodowej i PN/E-4	0, 00393 1/K	dla najczystszej Cu 0,0043 1/K
Praca wyjścia elektronów	4,07÷2,61 eV	
Przewodność cieplna λ przy temp. 20°C	385÷394 W/(m · K)	
Współczynnik liniowej rozszerzalności cieplnej przy temp. 20÷100°C	$16{,}5 \cdot 10^{-6}$ 1/K	miedź wzorcowa wg PN/E-4, $17 \cdot 10^{-6}$ 1/K
Ciepło właściwe przy temp. 20°C	385 J/(kg · K)	
Temperatura topnienia	1083 ± 0,1°C	
Temperatura odlewania	1150÷1200°C	
Temperatura rekrystalizacji	200÷300°C	
Temperatura wyżarzania	500÷700 °C	
W suchym i wilgotnym powietrzu, w wodzie, w kwasie solnym lub siarkowym o stężeniu poniżej 80%	nie utlenia się i praktycznie nie reaguje	
W suchym powietrzu przy temp. 100°C	powstaje ochronna warstewka tlenku	
W suchym powietrzu przy temp. ≥ 200°C	utlenia się (kolorowy nalot)	
W tlenie	utlenia się przy temp. pokojowej	
Z siarką przy nagrzewaniu	tworzy Cu_2S niezabezpieczający przed korozją	
Z azotem	tworzy związki Cu_3N, CuN_3, Cu_6N_2 otrzymane metodami pośrednimi	
W kwasie solnym i siarkowym, w amoniaku przy nagrzewaniu, w kwasie azotowym	rozpuszcza się	

stosunek naprężenia leżącego poniżej granicy sprężystości do wydłużenia względnego, czyli stromość prostoliniowej części krzywej.

Obróbka plastyczna miedzi na zimno (*zgniot*) występująca podczas przeciągania powoduje jej utwardzenie, znaczny wzrost wytrzymałości na rozerwanie (do 40÷50 daN/mm^2) oraz małą wydłużalność przy rozerwaniu (1÷2%). Drut taki przy odciągnięciu silnie sprężynuje i nie nadaje się do nawijania.



Rys. 1.15. Zależność siły rozciągania od wydłużenia bezwzględnego próbki: a) miedzi, b) stali

Wyżarzanie, polegające na podgrzaniu miedzi do temperatury kilkuset stopni Celsjusza (powyżej temperatury rekrystalizacji), a następnie na szybkim jej ochłodzeniu, powoduje znaczne zmiękczenie miedzi. Jednocześnie ze zmiękczeniem następuje znaczne zmniejszenie wytrzymałości na rozerwanie (do ok. 20 daN/mm^2) i wzrost plastyczności. Zmniejsza się także o 2÷3% jej rezystywność.

Przez *temperaturę rekrystalizacji* metalu rozumiemy taką jego temperaturę, przy której następuje zniesienie wewnętrznych naprężeń deformacji plastycznej kryształów drogą zwiększania jednych kryształów kosztem innych.

Temperatura rekrystalizacji miedzi objawiająca się gwałtownym spadkiem jej wytrzymałości na rozciąganie i twardości, a jednocześnie wzrostem wydłużenia, dla różnych gatunków miedzi i dla różnych zgniotów, waha się w zakresie od 280 do 400°C. W przypadku czystej miedzi temperatura początku rekrystalizacji wynosi około 180°C (Wesołowski [1.23]). Dla większości metali im większy jest zgniot, tym niższa jest temperatura rekrystalizacji. Wszelkie zanieczyszczenia i domieszki zawarte w miedzi podnoszą jej temperaturę rekrystalizacji.

W turbogeneratorach starszej konstrukcji uzwojenia wirników wykonywane są z miękkiej miedzi elektrolitycznej o module sprężystości 10^4 daN/mm^2, granicy sprężystości 4,2 daN/mm^2 i temperaturowym współczynniku rozszerzalności $17 \cdot 10^{-6}$ 1/K. Przy tak małej wytrzymałości miedzi każdemu szybszemu rozruchowi czy zatrzymaniu dużego turbogeneratora towarzyszyły trwałe odkształcenia przewodów w żłobkach, powodowane współdziałaniem sił wydłużenia cieplnego i tarcia przewodów o żłobek. W wyniku tego następowały uszkodzenia izolacji, uzwojenia lub jego mocowań. Zastosowanie miedzi z dodatkiem 0,07÷0,1% srebra, poddanej obróbce na zimno, zwiększyło jej granice sprężystości do 15 daN/mm^2, co zmniejszyło ryzyko tych uszkodzeń. Również na uzwojenia wielkich transformatorów używa się niekiedy miedzi z dodatkiem srebra, która w przeciwieństwie do zwykłej miedzi nie traci w czasie eksploatacji swojej zwiększonej sprężystości nabytej przy obróbce plastycznej. Z podobnego powodu na uzwojenia wirników używa się niekiedy stopów aluminium przewodowego, np. Cond-Al [1.35] o granicy sprężystości 11 daN/mm^2 i współ-

Tablica 1.3. Podstawowe właściwości mechaniczne miedzi przy temp. 20°C, wg [1.13]

Właściwość	Jednostka	Odlew	Obróbka plastyczna		Zależność od wzrostu temperatury wyżarzenia
			miękka	twarda	
Granica wytrzymałości na rozciąganie	daN/mm^2	18÷22	20÷28	25÷50	maleje
Granica proporcjonalności	daN/mm^2	–	2,2÷3	14÷20	
Granica plastyczności przy resztkowym wydłużeniu 0,2%	daN/mm^2		6÷7	23÷38	
Wydłużenie względne przed rozerwaniem	%	18	18÷50	0,5÷5	rośnie
Względne zwężenie	%	23	do 75	do 55	
Moduł sprężystości: statyczny dynamiczny	daN/mm^2 daN/mm^2	– –	11 700 7400	12200÷13200 11 200	
Twardość wg Brinella	daN/mm^2	40	35÷37,5	65÷120	maleje
Granica wytrzymałości na ściskanie	daN/mm^2	157	–	–	
Osiadanie przy ściskaniu	%	65	–	–	
Uderzeniowa lepkość właściwa	daN/mm^2	5,3	15,6	–	
Granica wytrzymałości na ścinanie	daN/mm^2	–	19	43	
Granica wytrzymałości zmęczeniowej przy skręcaniu	daN/mm^2	–	2,8	4,2	
Granica wytrzymałości zmęczeniowej przy zginaniu	daN/mm^2	–	–	11	
Masa właściwa przy temp. 20°C	g/cm^3	8÷8,9	8,87÷8,89	8,85	

czynniku wydłużalności cieplnej $13{,}1 \cdot 10^{-6}$ 1/K. W tablicy 1.3 zestawiono ważniejsze właściwości mechaniczne miedzi.

Na wycinki komutatorów maszyn elektrycznych stosuje się miedź odporną na ścieranie, dostatecznie twardą, o twardości co najmniej 75 daN/mm^2.

Jako elementy obwodu elektrycznego oraz materiał na elementy konstrukcyjne (płyty prasujące, wsporniki) wielkich maszyn elektrycznych i transformatorów, narażone na działanie silnych pół magnetycznych rozproszenia, stosuje się niekiedy różne *brązy*, zawierające oprócz miedzi cynę, beryl, chrom, magnez, cynk, kadm, krzem, fosfor i inne metale. Przy prawidłowo dobranym składzie stopy te mogą osiągać wytrzymałość na rozerwanie rzędu 80÷100 daN/mm^2, a nawet więcej. Mają one jednak większą rezystywność niż miedź. Tak na przykład brązy kadmowe o zawartości 0,9% Cd mają po przeciąganiu przewodność wynoszącą 83÷90% przewodności miedzi i wytrzymałość na rozciąganie do 73 daN/mm^2. Stosowane są do produkcji przewodów ślizgowych i odpowiednich elementów stykowych (komutatory) ze względu na

dużą ich odporność na ścieranie. Brązy berylowe (2,25% Be) osiągają wytrzymałość 110 daN/mm^2 przy przewodności 30% (Wesołowski [1.23]).

Aluminium stosowane często jako materiał zastępczy w stosunku do miedzi jest ok. 3,5-krotnie lżejsze od miedzi, a jego rezystywność jest 1,65-krotnie większa od rezystywności miedzi. Przewód aluminiowy o tej samej długości co miedziany i o tym samym oporze czynnym będzie zatem 2 razy lżejszy od miedzianego. Jednak jego średnica musi być 1,28 razy większa niż średnica przewodu miedzianego o tym samym oporze. Jest to dodatkowa trudność w przypadku zamiany przewodów miedzianych na aluminiowe przy ograniczonej przestrzeni. W tablicy 1.4 zastawiono ważniejsze dane techniczne aluminium.

Tablica 1.4. Ważniejsze właściwości elektryczne, mechaniczne, cieplne i chemiczne aluminium, wg [1.13]

Właściwość	Wartość liczbowa	Uwagi
Przewodność elektr. przy temp. 20°C najczystszego wyżarzonego aluminium (99,997% Al)	$38 \cdot 10^6$ S/m	wpływ domieszek, patrz rys. 1.11
Przewodność elektr. przy temp. 20°C aluminium przewodowego	$(33 \div 35) \cdot 10^6$ S/m	PN/E-103 i 106
Współczynnik temperaturowy rezystywności przy temp. 0÷150°C	0,004 1/K	
Masa właściwa przy temp. 20°C	2,70 g/cm^3	
Granica wytrzymałości na rozciąganie Al miękkie Al twarde	 8÷9 daN/mm^2 15÷17 daN/mm^2	
Granica proporcjonalności Al miękkie Al twarde	 2,5 daN/mm^2 7÷8 daN/mm^2	
Granica plastyczności Al miękkie Al twarde	 3,5÷4,5 daN/mm^2 10÷13 daN/mm^2	
Współczynnik przewodności cieplnej przy temp. 20°C	209 W/(m · K)	
Współczynnik temperaturowy rozszerzalności liniowej przy temp. 20÷100°C	$24 \cdot 10^{-6}$ 1/K	
Temperatura topnienia Temperatura wyżarzania	600÷657°C 350÷400°C	
Woda, para wodna, CO, CO_2, kwas azotowy	przy zwykłej temperaturze na aluminium nie działa	
W kwasie azotowym i siarkowym przy nagrzewaniu	łatwo się rozpuszcza	
W zasadach (nawet słabych)	rozpuszcza się	
Na zawilgoconym styku z miedzią	powstaje ogniwo powodujące silną korozję aluminium	

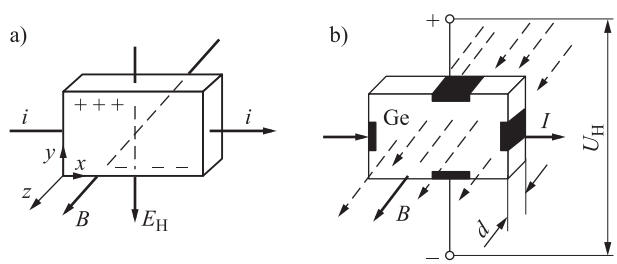
Czyste aliminium ma znacznie (2÷3-krotnie) mniejszą wytrzymałość mechaniczną niż miedź, ale jego stopy z magnezem Mg, krzemem Si, żelazem Fe itp. mają dużo lepsze właściwości mechaniczne. Na przykład stop *aldrey* (0,3÷0,5% Mg; 0,4÷0,7% Si i 0,2÷0,3% Fe) ma ciężar właściwy i przewodność prawie takie same jak aluminium, a wytrzymałość na rozciąganie (35 daN/mm^2) zbliżoną do wytrzymałości miedzi. Z materiału tego wykonuje sie przewody linii napowietrznych.

W powietrzu aluminium pokryte jest zawsze cienką warstwą tlenku (ok. 0,001 mm), która chroni metal przed dalszą korozją, ale także utrudnia łączenie ze sobą przewodów aluminiowych. Spawanie ze sobą części aluminiowych lub aluminium z miedzią wymaga specjalnej technologii. Na zawilgoconym styku Al-Cu powstaje ogniwo elektryczne o przepływie prądu od aluminium do miedzi, co powoduje znaczną korozję przewodów aluminiowych.

Zjawisko Halla i megnetorezystywność metali. W celu obliczenia rezystywności (1.7) należy znać *gęstość* wolnych elektronów wartościowości i ich *ruchliwość*. W jednej z metod wyznaczania tych wielkości wykorzystuje się zjawisko Halla (1879). Jeżeli przez próbkę metalu (rys. 1.16) umieszczoną w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji **B** skierowanej wzdłuż osi *z* przepływa prąd *i* w kierunku osi *x*, to na poruszające się w metalu elektrony działa *siła Lorentza*

$$\mathbf{F}_m = -e\,(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \tag{1.11}$$

skierowana wzdłuż osi *y* w kierunku ujemnym. Siła ta przyciska elektrony do dolnej strony przewodnika. Spowodowany tym nierównomierny rozkład ładunków elektrycznych jest przyczyną pojawienia się w metalu poprzecznego pola elektrycznego $\mathbf{E}_H$ (pole Halla) skierowanego wzdłuż ujemnej osi *y* i przeciwstawiającego się gromadzeniu się elektronów w dolnej części przewodu. Zjawisko to nazywane jest *zjawiskiem Halla*.



Rys. 1.16. Ilustracja do zjawiska Halla: a) związki wektorowe, b) skalarne

Siła elektrostatyczna $F = eU_H$ działająca na elektrony dzięki zjawisku Halla powinna w stanie równowagi kompensować siłę magnetyczną (1.11), tzn.

$$eU_H = e\upsilon B. \tag{1.12}$$

Wprowadzając zgodnie ze wzorem (1.6) gęstość prądu $J = Ne\upsilon$, otrzymujemy

$$eU_H = \frac{JB}{N}. \tag{1.13}$$

Wielkość

$$R_{\mathrm{H}} = -\frac{1}{Ne} = -\frac{U_{\mathrm{H}}}{JB} \tag{1.14}$$

charakteryzującą właściwości ciała nazywamy *stałą Halla*. Wzór (1.14) pozwala na doświadczalne określenie tej stałej, jak również gęstości swobodnych elektronów N w przewodniku. Znając stałą Halla oraz rezystywność metalu, można z kolei na podstawie wzoru (1.7) wyznaczyć *ruchliwość elektronów* μ_e. Uwzględniając wymiary płytki (rys. 1.13b), możemy wzór (1.14) wyrazić w postaci bardziej dogodnej

$$U_{\mathrm{H}} = R_{\mathrm{H}} \frac{IB}{d}. \tag{1.15}$$

Rezystywność metalu w kierunku przepływu prądu

$$\rho_{\mathrm{H}}(H) = \frac{U_x}{J} \tag{1.16}$$

nazywana jest *magnetorezystywnością*. Wielkość ta w polach o indukcjach B nie przekraczających około 10 T rośnie wraz ze wzrostem natężenia pola magnetycznego H ([1.22], s. 564) zgodnie z zależnością

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = aH^2 \quad \left(a \approx 10^{-6}\ \mathrm{m^2/A^2}\right); \tag{1.17}$$

przy polach silniejszych wzrost ten jest wprost proporcjonalny do H.

Ponieważ w większości metali gęstość wolnych elektronów N jest rzędu 10^{29} elektronów/m^3, stała Halla jest niewielka. W temperaturze pokojowej R_{H} wynosi np. dla Na $-2{,}5 \cdot 10^{-10}$ V · m^3/(A · Wb) i Cu $-0{,}55 \cdot 10^{-10}$ V · m^3/(A · Wb) ([1.24], s. 272). Mimo to zjawisko Halla w metalach jest wykorzystywane do budowy generatorów prądu stałego w postaci miedzianej tarczy wirującej między biegunami magnesu ([1.22], s. 563). Elektrony przesuwają się w nim do krawędzi wirującej tarczy, powodując powstanie napięcia między osią i brzegiem tarczy.

Układ ten jest odwracalny i może pracować także jako silnik. Zjawisko Halla jest wykorzystywane również do budowy generatorów magnetohydrodynamicznych (rys. 2.6), do pomp ciekłych metali i innych urządzeń. Zjawisko Halla jeszcze wyraźniej niż w metalach występuje w półprzewodnikach (p. 1.2.4).

1.2.2. Nadprzewodnictwo

Nadprzewodnictwem nazywamy stan, w którym ciało przy odpowiednim oziębieniu traci rezystywność i raz wzbudzony prąd elektryczny może płynąć w takim przewodniku bez strat na przykład przez kilka lat. Drogę do nadprzewodnictwa odkryły badania nad skraplaniem gazów. Pierwszego skroplenia gazu SO_2 (ok. 1780) dokonali Francuzi J. Clouet

i G. Monge*. Po raz pierwszy skroplania gazu trwałego (powietrza, tlenu, tlenku węgla i azotu w stanie statycznym oraz wodoru w stanie zamglenia) dokonali w 1883 r. Polacy K. Olszewski i Z. Wróblewski z Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie. Od tego czasu nastąpił szybki rozwój fizyki niskich temperatur, czyli tzw. *kriogeniki*.

W roku 1898 Szkot J. Dewar skroplił ponownie wodór i w roku 1908 Holender H. Kammerlingh-Onnes skroplił hel, osiągając temperaturę 4,2 K, po czym w 1911 r. odkrył *zjawisko nadprzewodnictwa* (rtęci). Polega ono na tym, że w pobliżu temperatury zera bezwzględnego (–273,16°C) rezystywność metali zaczyna gwałtownie maleć do zera, proporcjonalnie do piątej potęgi temperatury bezwzględnej ($\rho \sim T^5$) ciała (rys. 1.9). Zanik oporu następuje niemal skokowo w granicach różnic temperatur równych 0,01 K. Wiele metali przechodzi w stan nadprzewodnictwa przy temperaturach wyższych od zera bezwzględnego. Metale takie nazywamy *nadprzewodnikami*. Należy do nich około 27 czystych metali i ponad 2000 znanych związków i stopów. Są to zwykle gorsze przewodniki metalowe, których wolne elektrony przewodnictwa w wyniku oddziaływania elektron–fonon są zdolne do łączenia się w pary (*pary Coopera* – 1957) przy określonych temperaturach (*temperatura przejścia*) w ten sposób, że rezystywność spowodowana zderzeniem jednego elektronu z jonami sieci krystalicznej sprowadza sie dokładnie do zera wskutek odskoku drugiego partnera, bez strat energii. Miedź i materiały ferromagnetyczne nie są nadprzewodnikami. Nadprzewodniki tracą właściwości nadprzewodzące, gdy nastąpi rozerwanie par Coopera wskutek przekroczenia określonej temperatury T_c, zwanej *temperaturą krytyczną*, lub gdy natężenie pola magnetycznego na powierzchni nadprzewodnika przekroczy określoną dla danego metalu i danej temperatury *wartość krytyczną* H_c (lub $B_c = \mu_0 H_c$), albo gdy przekroczona zostanie *krytyczna gęstość prądu* J_c w nadprzewodniku, która jest zresztą ściśle powiązana z natężeniem pola H_c.

Zgodnie z *hipotezą Silsbee* z 1916 r. ([1.22], s. 566), dla przewodnika o promieniu r prąd krytyczny

$$I_c = \frac{r}{2} H_c . \tag{1.18}$$

Pole krytyczne [1.22] jest związane z temperaturą zależnością

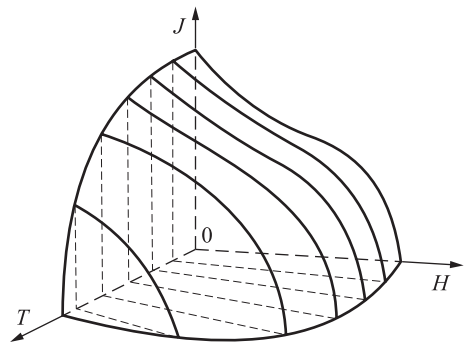
$$\frac{H}{H_c(0)} = 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 . \tag{1.19}$$

Temperatura przejścia przy $H_c = 0$ i przy $J_c = 0$ jest nazywana *temperaturą krytyczną* T_c. Powyżej parametrów krytycznych wspomniane pary elektronów rozpadają się i rezystywność metalu powraca do normalnej wartości (rys. 1.17).

Nadprzewodniki dzielimy na dwie główne klasy:

1) *nadprzewodniki I rodzaju*, *idealne* albo „miękkie” (czyste metale – rys. 1.18a) o silnych właściwościach diamagnetycznych, wywołanych tym, że prąd nadprze-

* Według Encyklopedia Powszechna, PWN, 1976.

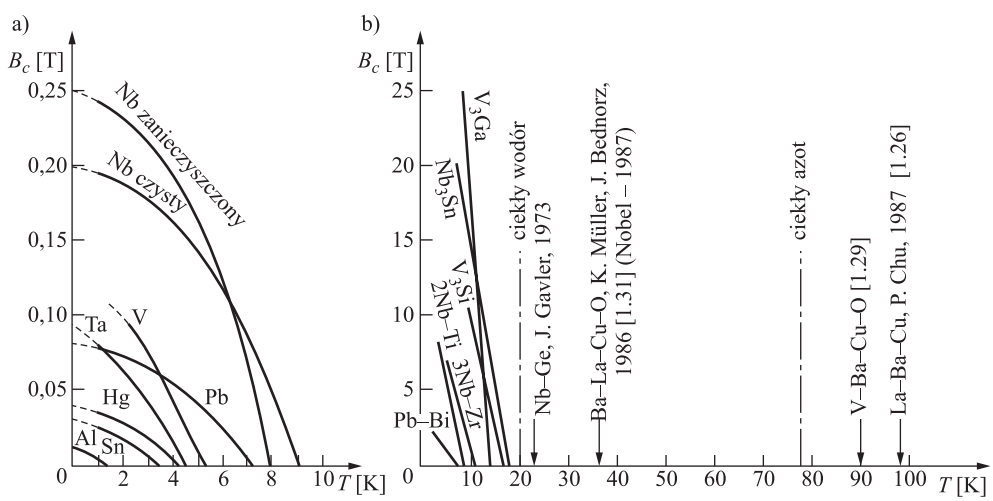


Rys. 1.17. Powierzchnia krytyczna *T-H-J* obejmująca obszar nadprzewodnictwa [1.12]

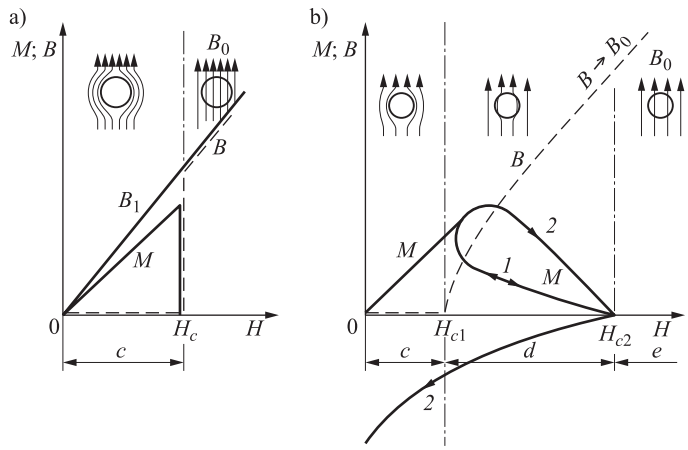
wodnictwa może przepływać w nich jedynie w bardzo cienkiej warstwie powierzchniowej;

2) *nadprzewodniki II rodzaju*, *nieidealne*, tzw. „twarde" (stopy i związki – rys. 1.18b) zawierające włókna nadprzewodzące rozmieszczone w całej masie metalu, dzięki czemu stałe pole magnetyczne i prąd mogą występować w całym ich przekroju. Te włókna mogą, podobnie jak miniaturowe pierścienie nadprzewodzące, „chwytać" pole, powodując nieodwracalne efekty *histerezy* (rys. 1.19) we właściwościach nadprzewodzących i dwa pola krytyczne (rys. 1.19b). Nadprzewodniki twarde nie mają tak jak nadprzewodniki miękkie wyraźnej *granicy przejścia* (krzywe B_c na rys. 1.18).

Nadprzewodniki I rodzaju (pierwiastki) zachowują się w stanie nadprzewodnictwa jak idealne diamagnetyki.



Rys. 1.18. Zależność indukcji krytycznej B_c od temperatury bezwzględnej wg różnych źródeł: a) nadprzewodniki idealne – „miękkie", b) nadprzewodniki nieidealne – „twarde" (Kunzler, 1962) i ceramiczne (30÷100 K)



Rys. 1.19. Namagnesowanie M i indukcja B w nadprzewodnikach: a) I rodzaju – miękkich, b) II rodzaju – twardych [1.1], [1.12], [1.22], c – wypieranie pola, *efekt Meissnera* ($B = 0$), d – stopniowe wnikanie pola, stan mieszany, e – stan normalny ($H > H_{c2}$); *1* – nadprzewodnik odwracalny, *2* – nadprzewodnik nieodwracalny [1.22], B – charakterystyka magnesowania nadprzewodnika (B) i metalu normalnego (B_1) o μ = const

Nadprzewodniki II rodzaju (stopy i związki międzymetaliczne) przy polu mniejszym od pierwszej *wartości krytycznej* ($H < H_{c1}$) zachowują się podobnie. Przy $H_{c1} < H < H_{c2}$ pole stopniowo wnika w nadprzewodnik i wtedy w jednej próbce występują *strefy nadprzewodzące* i *strefy normalne*, o różnych zbiorach wartości T, H, J (stan mieszany – rys. 1.19b). Po przekroczeniu *drugiej wartości krytycznej* $H > H_{c2}$ nadprzewodnik przechodzi w *stan normalny*. Do wyjaśnienia zjawisk zachodzących w nadprzewodnikach wykorzystywany jest tzw. model dwucieczowy przewodnictwa elektrycznego, w którym jedną „ciecz" stanowią normalne elektrony przewodnictwa, a drugą – zdwojone elektrony nadprzewodnictwa (*pary Coopera*). Dopóki istnieją elektrony nadprzewodnictwa, w metalu nie ma pola elektrycznego i elektrony normalne nie biorą udziału w przewodzeniu prądu.

Dowodem kwantowego charakteru nadprzewodnictwa jest *zjawisko Josephsona* (Nagroda Nobla w 1973 r.) występujące na złączach *SIS* lub *SNS* (*S* – nadprzewodnik, *I* – izolator, *N* – metal normalny), w których przez cienką barierę $d \approx 10^{-7}$ cm przenikają zarówno elektrony normalne, jak i pary Coopera, dając w stanie nadprzewodnictwa silną nieliniowość $i = f(u)$. Złącza te znalazły zastosowanie w miernictwie niskich napięć (np. 10^{-14} V) i mikroelektronice [1.12].

Chociaż nadprzewodniki miękkie znane są już od ok. 100 lat, nie znalazły one szerokiego zastosowania ze względu na małe wartości natężenia pola krytycznego (rys. 1.18a). Dopiero odkrycie i zbadanie w latach 1960–61 *nadprzewodników włóknistych* (twardych), o krytycznych natężeniach pola magnetycznego przekraczających $H_c = 8$ MA/m ($B_c = 10$ T) i krytycznych gęstościach prądu do 10^4 … 10^5 A/cm^2 spowodowało znaczny rozwój praktycznych zastosowań nadprzewodnictwa. Jest on omówiony w podrozdziale 2.6 „Elektrodynamika nadprzewodników".

Do niedawna najwyższe zaobserwowane temperatury i pola krytyczne osiągały związki Nb_3Sn, V_3Si, V_3Ga i NbAlGe (T_c ok. 20 K). Są one jednak kruche i drogie. Dlatego najszersze zastosowanie znalazł jak dotąd *stop niobu z cyrkonem* Nb-Zr 25% poddający się łatwo obróbce plastycznej.

Główną przeszkodę w szerokim zastosowaniu techniki nadprzewodnictwa, poza niskimi wartościami parametrów krytycznych znanych od lat 60. XX w. 80 nadprzewodników, stanowił wysoki koszt urządzeń kriogenicznych, a zwłaszcza skraplaczy helu, których koszt ich sięgał dziesiątek, a nawet setek tysięcy dolarów, oraz duża moc wejściowa niezbędna do odprowadzania 1 W mocy z obszaru o żądanej temperaturze (od 0,6 do 3 kW/W), a także wysoka cena helu.

Uzyskanie dostatecznie niskich temperatur w zakresie ciekłego helu (tabl. 1.5) było więc bardzo kosztowne i kłopotliwe technicznie (niska wartość ciepła parowania, materiały, nieszczelność spoin, uszczelki itd.). Zbliżenie się do temperatur ciekłego wodoru (rys. 1.18) w latach 70. ubiegłego wieku rokowało znaczne zmniejszenie kosztów, ale i wzrost zagrożenia wybuchowego. I oto w 1986 r. następuje długo oczekiwane odkrycie tzw. nadprzewodników wysokotemperaturowych (30÷70 K), kiedy to Polak J. Bednorz [1.32] „wychodzi na poziom 30 K" na bazie nadprzewodników ceramicznych. W kwietniu 1987 r. Bednorz, wspólnie ze szwajcarem K.A. Müllerem, zaobserwowali przejście nadprzewodzące w związku tlenkowym na bazie ziem rzadkich (Y, La) typu Ba-La-Cu-O przy 35 K. Uznano to za otwarcie nowej ery w dziedzinie nadprzewodnictwa*, przyznając obu badaczom Nagrodę Nobla za rok 1987. Pójście tą drogą spowodowało lawinowy rozwój dalszych odkryć i upowszechnienie badań (m.in. w Politechnice Łódzkiej – J. Turowski, J. Jackowski i in.). W układzie Y-Ba-Cu-O stwierdzono nadprzewodnictwo w $T_c \approx 90$ K [1.32]. W lutym 1987 r. Paul Chu (Huston, USA) wykrywa nadprzewodnictwo w kompozycie tlenku La-Ba-Cu w 98 K [1.26]. Mówi się już o 100 K. Wkrótce oczekuje się [1.32] odkrycia nadprze-

Tablica 1.5. Właściwości cieczy kriogenicznych

Właściwość	Azot	Wodór	Hel	Neon
Symbol chemiczny	N_2	H_2	He	Ne
Masa cząsteczkowa	28,2	2,02	4,00	20,19
Zapalność przy zawartości w powietrzu w %	niepalny	4÷74	niepalny	
Masa 1 l cieczy w g	815	64,8	125	
Punkt wrzenia w K przy 1 atm ≈ 0,1 MPa	77,32	20,37	4,216	27,25
Punkt zamarzania w K przy 1 atm	63,15	13,96	–	24,70
Rozszerzalność objętościowa przy 1 atm w punkcie wrzenia	697	777	682	
Utajone ciepło parowania w cal/kg	47,7	107,5	5,72	

* Jeszcze w 1978 r. pisano (Wyatt i Dew-Hughes [1.15], s. 573) „Obecnie wydaje się mało prawdopodobne podwyższenie temperatury krytycznej powyżej 25 K". Przypomina to słynne dowody teoretyczne z lat 50. XX w. o „niemożliwości oderwania sie od ziemi do przestrzeni kosmicznej...".

wodnictwa o temperaturze przejścia 240 K, a nawet wyższej [1.38], [1.12]. Ostatnio coraz częściej mówi się o odkryciu, według niektórych hipotetycznie, nadprzewodnictwa w temperaturze pokojowej i wyższej w materiale organicznym, co zbliża nas do historii o „Świętym Gralu fizyki" (*Nature* 9.07.2008. http://www.physorg.com/news134828104.html. Retrieved 2011.05.16).

Przekroczenie temperatury ciekłego azotu (77,32 K) jest istotnie prawdziwą rewolucją techniczną, gdyż jest to płyn tani, łatwo dostępny i bezpieczny. Gorzej nieco jest z prądem krytycznym, który w nadprzewodnikach tlenkowych na bazie itru Y i lantanu La jest bardzo mały w porównaniu z nadprzewodnikami NbTi lub Nb_3Sn [1.38]. Upłynie więc jeszcze parę lat, zanim nowe nadprzewodniki wysokotemperaturowe zostaną masowo wdrożone do praktyki przemysłowej, lecz pierwszy autotransformator sieciowy 240 MV · A został już zaprojektowany (J. Sykulski [1.8]).

Obecnie przy budowie eksperymentalnych generatorów synchronicznych jako nadprzewodniki stosowane są przewody wykonane z Nb-Ti.

Przypadkowe lub ruchowe zmiany temperatury, pola lub prądu mogą spowodować nagłe, niekontrolowane przejście nadprzewodnika do stanu normalnego, co może grozić wybuchem energii zgromadzonej w polu magnetycznym i zniszczeniem całego urządzenia. Dlatego podstawowym problemem projektowania urządzeń nadprzewodzących jest zapewnienie *stabilności nadprzewodników.* Według S. Smolińskiego ([1.12, s. 94]) drut nadprzewodzący jest wewnętrznie stabilny, gdy jego grubość lub średnica nie przekroczy

$$x \leqslant \frac{1}{J_c} \sqrt{\frac{\frac{3}{\mu_0} C_{sc} J_c}{-\frac{\mathrm{d}J_c}{\mathrm{d}T}}}, \tag{1.20}$$

gdzie J_c – krytyczna gęstość prądu A/m^2, C_{sc} – objętościowa pojemność cieplna nadprzewodnika w J/(K · m^2). Na przykład w Nb-Ti $x < 50$ μm.

Technicznie stabilność przewodów uzwojeń nadprzewodzących (*stabilność kriogeniczną*) zapewnia się przez zatopienie, wwalcowanie lub splot nitek nadprzewodzących w otoczenie miedziane. Zagrożenie to jest szczególnie duże przy prądach przemiennych ze względu na straty histerezowe w nadprzewodniku i wirowe w otoczce stabilizującej. W przypadku, gdyby skokowa zmiana strumienia zniszczyła na pewnym odcinku nadprzewodnictwo, przewodzenie prądu przejmuje otaczający przewodnik normalny (Cu) o dostatecznie dużym przekroju. Stabilizator Cu jest z kolei osadzony w materiale o znacznie większej rezystywności, np. Cu-Ni.

W celu ograniczenia wpływu sprzężeń magnetycznych między poszczególnymi włóknami skok skrętu przewodów musi być nie większy od wartości dopuszczalnej ([1.12], s. 96).

W wirniku kriogeneratora firmy Mitsubishi [1.44] zastosowano na przykład przewody w postaci wielożyłowego kabla (17 żył) o wymiarach przewodów 2,1 × 9,3 mm, Cu/Cu-Si/Nb-Ti = 2/0,4/1, nitki nadprzewodzące o średnicy 14 μm i o skoku skrętu

15 mm oraz żyły o średnicy 1,12 mm i o skoku skrętu 70 mm. Prąd krytyczny wyniósł 5000 A przy indukcji równej 6,5 T [1.44].

Ostatnio opracowane wielżyłowe przewody na cewki nadprzewodzące prądu przemiennego 50/60 Hz [1.40] mają średnicę 0,1 mm, skok skrętu 0,9 mm, nitki nadprzewodnika Nb-Ti o średnicy 0,5 μm, w otoczce Cu-Ni, prąd 31,8 lub 100 A, przy indukcji pola magnetycznego od 0,8 do 0,5 T.

S. Smoliński ([1.12], s. 97) dzieli techniczne przewody nadprzewodzące na dwie klasy z punktu widzenia ich struktury krystalicznej:

Klasa 1. Stopy o strukturze regularnej przestrzenniecentrycznej, jak Nb-Zr i Nb-Ti o dobrej ciągliwości i parametrach: $T_c = 10$ K, B_c ($T = 4$ K) = 10 T, J_c ($B = 0$) = $(4 \div 6) \cdot 10^9$ A/m^2.

Klasa 2. Kompozycje o specjalnej strukturze, np. NB_3Sn, V_3Ga, kruche, używane głównie do napylania taśm z Cu lub Al, o parametrach: $T_c = 18$ K, B_c ($T = 4$ K) = 22 T, J_c ($B = 0$) = $5 \cdot 10^{10}$ A/m^2.

Szerszy opis technologii i danych technicznych przewodów nadprzewodzących podano w pracy [1.12]. Należy się jednak liczyć z tym, że ostatnie odkrycia zmienią znacznie te informacje*.

Należy zaznaczyć, że obok nadprzewodników stosowane są również tzw. *przewodniki kriogeniczne*, nazywane także *hiperprzewodnikami* lub *przewodnikami kriokonduktywnymi* ([1.12], s. 168), pracujące powyżej temperatury przejścia. Na przykład kabel z czystego Al w temperaturze 20÷30 K ma rezystywność 250÷100 razy mniejszą niż rezystywność miedzi w temperaturze otoczenia. Może to być również miedź, czysty beryl w temperaturze ciekłego azotu i sód.

Obecnie nadprzewodniki mają najszersze zastosowanie w cewkach nadprzewodzących do wytwarzania silnych pól magnetycznych [10.15]. Nadal jednak konkurują z nimi wiroprądowe koncentratory pola prądu przemiennego [1.29], za pomocą których można uzyskać przy 60 Hz indukcje dochodzące nawet do 16 T.

Era nadprzewodników w przemyśle maszyn elektrycznych. Po zainicjowniu ery kriogeniki odkryciami Polaków K. Olszewskiego i Z. Wróblewskiego (1883 r.) przez skroplenie gazów trwałych i 25 lat później – helu przez H. Kammerlingh-Onnesa, zauważono nadprzewodnictwo metali. Ich temperatura (4,2 K) była jednak za niska i za kosztowna, by znalazła zastosowanie przemysłowe. Nowe drogi otwarł znowu Polak J. Bednorz wraz ze Szwajcarem K.A. Müllerem (Nagroda Nobla w 1987 r.) przez wynalazek tzw. *nadprzewodników wysokotemperaturowych* (ang. HTS). Była to już rewolucja w kriotechnologii oparta na płynnych gazach – ciekłym azocie N_2 (77,3 K) i ciekłym wodorze H_2. Oba gazy są obecnie bardzo tanie i wystarczające do rozpoczęcia budowy nowoczesnych maszyn i transformatorów nadprzewodzących.

Według S.P. Mechta i N. Aversa z Waukesha Electric System oraz M.S. Walkera z Intermagnetics General Corp. rozmiary średniego transformatora rozdzielcze-

---

* *J. Sykulski*, Superconducting Transformers. w: X.M. Lopez-Fernandez (Spain), B. Ertan (Turkey), J. Turowski (Poland). *Transformers*: *Analysis*, *Design and Measurement*. CRC Press USA, 2012.

go 30 MV · A, 138/13,8 kV maleją przy chłodzeniu: 1) konwencjonalnym (49 ton i 22800 l oleju), 2) kriogenicznym (24 tony) i 3) płynnym azotem w cyklu otwartym LN2 (16 ton).

Transformatory o uzwojeniach z wysokotemperaturowych nadprzewodników (HTS) mogą pracować w cyklu zamkniętym i otwartym. Transformatory o chłodzeniu kriogenicznym HTS działają w obiegu zamkniętym i całe chłodzenie jest samowystarczalne. Jednostka o cyklu otwartym ma wewnętrzną dostawę ciekłego chłodziwa – azotu, który jest automatycznie okresowo uzupełniany ze zdalnie ustawionych skraplaczy lub rezerwowych zbiorników. Transformatory olejowe konwencjonalne, położone w centrum miasta, które można zastąpić transformatorami nadprzewodzącymi, często otacza się spryskiwaczami i obudową przeciwolejową (*IEEE Spectrum*, lipiec 1997, s. 43).

Z kolei według R.D. Blauchera z National Renewable Energy Laboratory straty mocy w dwóch wielkich generatorach 300 MV · A wynoszą: 1) w wykonaniu konwencjonalnym ($\eta = 98{,}6\%$) ponad 5 MW, a 2) w wykonaniu nadprzewodnikowym ($\eta = 99{,}4\%$) około 2 MW.

Konwencjonalne i niskotemperaturowe generatory nadprzewodzące (LTS) o mocach 100÷600 MV · A mają podobne profile strat, lecz różną sprawność. Całkowite straty mocy w generatorze LTS 300 MV · A wynoszą ok. 2 MW – to prawie tyle samo, ile wynoszą straty rezystancyjne w wirniku konwencjonalnym. Całkowita moc chłodzenia jest zrównoważona przez zmniejszenie strat wzbudzenia. Załóżmy, że 50 W ciepła jest usuwane przez chłodnicę zawierającą ciekły hel, wymagającą 50 kW na sprężarkę (moc temperatury pokojowej): straty chłodnicy stanowią około 3 procent całkowitych strat maszyny LTS i tylko 0,02 procent jej sprawności.

W efekcie, gdy wirnik jest pozbawiony strat oporowych, jak w omawianym zastosowaniu LTS, dodane straty chłodziarek stanowią zaledwie niewielki ułamek w całkowitej sprawności maszyny – przynajmniej dla generatorów o mocach powyżej 100 MW (*IEEE Spectrum*, lipiec 1997).

1.2.3. Właściwości magnetyczne ciał (ferromagnetyzm)

Materiały ferromagnetyczne były znane od czasów prehistorycznych. Naukowe ich poznanie rozpoczyna się od prac W. Gilberta (1600) na temat magnetyzmu. Pierwsze modele teoretyczne magnesów elementarnych, molekularnych pętli prądowych (orbity i spiny) oraz dipole magnetyczne są związane z nazwiskami: Coulomba (1736–1806), Kirwana (1733–1812) i Ampère'a (1775–1836), potwierdzone później przez teorie elektronowe (Thomson, 1897) i domeny (Weiss, 1907).

Postępy w technologii materiałów ferromagnetycznych, wraz z rozwojem zastosowań teorii pola elektromagnetycznego i technik obliczeniowych, stanowią główne źródło stałego postępu w projektowaniu i budowie elektromechanicznych przetworników energii od połowy XIX wieku.

Właściwości magnetyczne ciał są związane z działaniem na te ciała pola magnetycznego **H** oraz z wewnętrznymi ruchami struktury atomowej ciała, opisywanymi

gęstością namagnesowania, zwaną także gęstością momentu magnetycznego ([2.10], s. 189) lub magnetyzacją ([1.1], s. 758)

$$M = -\frac{1}{v}\frac{\partial F(H)}{\partial H}, \tag{1.21}$$

gdzie $F(H)$ – energia swobodna układu umieszczonego w polu magnetycznym **H**.

Polaryzacja magnetyczna i namagnesowanie. Elektrony w atomach, w wyniku wirowania wokół jądra (moment orbitalny) i wokół własnej osi (moment spinowy) działają jak prądy płynące po zamkniętych okręgach, a więc wytwarzają pole magnetyczne. Takie elementarne prądy okrężne występują we wszystkich ciałach. Mogą one być zastąpione przez równoważne dipole magnetyczne o momencie magnetycznym

$$\mathbf{p}_m = \mu_0 i_0 \mathbf{s}_0 = m\mathbf{d}, \tag{1.22}$$

gdzie: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m – stała magnetyczna, przenikalność magnetyczna próżni, i_0 – prąd elementarny wirujących elektronów, $\mathbf{s}_0$ – wektor liczbowo równy powierzchni objętej tym prądem i skierowany do niej prostopadle według reguły śruby prawoskrętnej, m – strumień magnetyczny wychodzący z bieguna, nazywany czasem fikcyjną masą magnetyczną, **d** – wektor odległości pomiędzy biegunami, skierowany jak $\mathbf{s}_0$.

Właściwości magnetyczne ciał uwarunkowane są naturą tych dipoli i ich zachowaniem się w polu magnetycznym. Pod działaniem pola magnetycznego istniejące w każdym środowisku materialnym dipole zostają mniej lub więcej uporządkowane. Ciało ulega w ten sposób polaryzacji magnetycznej. W celu opisania stopnia namagnesowania ciała wprowadzono pojęcia wektorowe *polaryzacji magnetycznej* $\mathbf{J}_i$ oraz *namagnesowania* $\mathbf{H}_i$, przy czym według Polskiej Normy PN-64/E-1100 (2.6.34–2.6.35)

$$\mathbf{J}_i = \mu_0 \mathbf{H}_i. \tag{1.23}$$

Polaryzacja magnetyczna jest całkowitym momentem magnetycznym jednostki objętości ciała mającego N zgodnie skierowanych dipoli, czyli

$$\mathbf{J}_i = \frac{N\mathbf{p}_m}{V}. \tag{1.24}$$

Jest to wielkość wyrażana w teslach, podobnie jak indukcja $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$.

Wewnątrz namagnesowanego ciała indukcja od pola zewnętrznego ($\mathbf{B}_0 = \mu_0\mathbf{H}$) dodaje się do wektora $\mathbf{J}_i$ od dipoli elementarnych. Obie wielkości dodają się do siebie wektorowo, dając indukcję wypadkową

$$\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{H} + \mathbf{J}_i = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{H}_i). \tag{1.25}$$

Ferromagnetyki, paramagnetyki, diamagnetyki. W środowiskach izotropowych magnetycznie polaryzacja magnetyczna jest proporcjonalna do natężenia pola magnetycznego, tzn.

$$\mathbf{J}_i = \chi\, \mu_0\, \mathbf{H}. \tag{1.26}$$

Współczynnik $\chi = \partial H_i/\partial H$ nazywamy *podatnością magnetyczną* (*susceptabilnością*). Jest ona miarą zmian namagnesowania ciała pod wpływem pola zewnętrznego. Dzieląc obie strony równania (1.25) przez H i uwzględniając ostatnie wyrażenie, otrzymamy

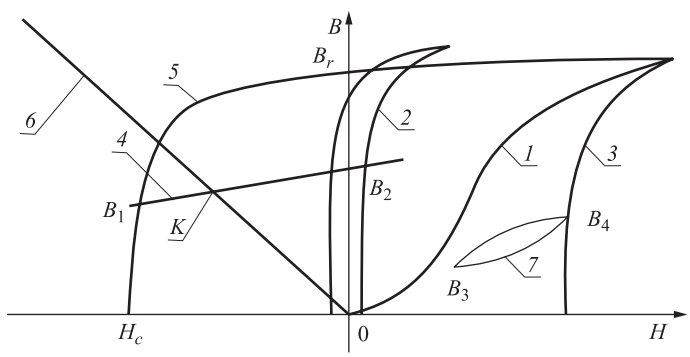
$$\mu = \frac{B}{H} = \mu_0 + \frac{J_i}{H} = \mu_0 \mu_r. \tag{1.27}$$

Współczynnik $\mu_r = 1 + \chi$ nazywamy *przenikalnością magnetyczną względną* (relatywną).

Zależnie od tego wyrażenia, wszystkie materiały mogą być podzielone na następujące grupy:

- ferromagnetyki ($\chi > 1$), jak Fe, Co, Ni, Cd i ich stopy,
- paramagnetyki ($0 < \chi < 1$), np. stal nagrzana powyżej temperatury Curie i antyferromagnetyki (np. MnSe, MnTe),
- diamagnetyki ($\chi < 0$) i *quasi*-diamagnetyki, np. Cu, Al w polu przemiennym oraz nadprzewodniki.

Z punktu widzenia zastosowań ferromagnetyki mogą być podzielone, na podstawie szerokości ich pętli histerezy (rys. 1.20), na tzw. miękkie i twarde (pętla szeroka) ferromagnetyki.



Rys. 1.20. Typowe pętle histerezy; *1* – charakterystyka początkowa, *2* – ferromagnetyk miękki, *3* – ferromagnetyk twardy, *4* – linia powrotu, *5* – krzywa odmagnesowania, *6* – linia przewodności magnetycznej (permeancji) zewnętrznego obwodu magnetycznego, *7* – pętla częściowa

Ferromagnetyki miękkie mają wąskie pętle histerezy o małej wartości natężenia pola magnetycznego powściągającego (koercji) H_c (0,6÷50 A/m) i raczej dużej pozostałości magnetycznej (indukcja remanencji) B_r (do 1,4 T). Są one stosowane do wyrobu blach elektrotechnicznych do pakietowania rdzeni maszyn elektrycznych wirujących (0,5 mm) i transformatorów (0,25÷0,3 mm) o strumieniu magnetycznym Φ przemiennym, gdzie wymagane są małe straty mocy w żelazie i wysokie wartości indukcje (ponad 1,7 T).

Materiały magnetyczne twarde, wręcz przeciwnie, mają szerokie pętle histerezy, z H_c od około 8 do 200 kA/m, a w magnesach trwałych z ziemiami rzadkimi nawet