

Roman **Leitner**

**Zarys
matematyki
wyższej
dla studentów**

część 2

Wydawnictwo WNT



**Zarys
matematyki
wyższej
dla studentów**

Roman **Leitner**

**Zarys
matematyki
wyższej
dla studentów**

część 2

Wydawnictwo WNT



Opiniodawca: *Bolesław Palczewski*

Redaktor wyd. X: *Małgorzata Rajwacka-Jachymek*

Okładkę i strony tytułowe projektował: *Przemysław Spiechowski*

Redaktor techniczny: *Grażyna Miazek*

Wydawca: *Karol Zawadzki*

Książka, którą nabyłeś, jest dziełem twórcy i wydawcy. Prosimy, abyś przestrzegał praw, jakie im przysługują. Jej zawartość możesz udostępnić nieodpłatnie osobom bliskim lub osobiście znanym. Ale nie publikuj jej w internecie. Jeśli cytujesz jej fragmenty, nie zmieniaj ich treści i koniecznie zaznacz, czyje to dzieło. A kopiując jej część, rób to jedynie na użytek osobisty.

Szanujmy cudzą własność i prawo
Więcej na www.legalnakultura.pl
Polska Izba Książki

Copyright © by Wydawnictwo WNT

Warszawa 1994, 1995, 1998, 2001, 2007

Copyright © by Wydawnictwo Naukowe PWN SA

Warszawa 2017

ISBN 978-83-01-18823-8 całość

ISBN 978-83-01-19284-6 część 2

Wydanie X – 1 dodruk (PWN)

Warszawa 2017

Wydawnictwo Naukowe PWN SA

02-460 Warszawa, ul. Gottlieba Daimlera 2

tel. 22 69 54 321, faks 22 69 54 288

infolinia 801 33 33 88

e-mail: pwn@pwn.com.pl; reklama@pwn.pl

www.pwn.pl

Druk i oprawa: OSDW Azymut Sp. z o.o.

**Zarys
matematyki
wyższej
dla studentów**

Roman **Leitner**

**Zarys
matematyki
wyższej
dla studentów**

część 2

Opiniodawca: *Bolesław Palczewski*

Redaktor wyd. X: *Małgorzata Rajwacka-Jachymek*

Okładkę i strony tytułowe projektował: *Przemysław Spiechowski*

Redaktor techniczny: *Grażyna Miazek*

Wydawca: *Karol Zawadzki*

Książka, którą nabyłeś, jest dziełem twórcy i wydawcy. Prosimy, abyś przestrzegał praw, jakie im przysługują. Jej zawartość możesz udostępnić nieodpłatnie osobom bliskim lub osobiście znanym. Ale nie publikuj jej w internecie. Jeśli cytujesz jej fragmenty, nie zmieniaj ich treści i koniecznie zaznacz, czyje to dzieło. A kopiując jej część, rób to jedynie na użytek osobisty.

Szanujmy cudzą własność i prawo
Więcej na www.legalnakultura.pl
Polska Izba Książki

Copyright © by Wydawnictwo WNT
Warszawa 1994, 1995, 1998, 2001, 2007
Copyright © by Wydawnictwo Naukowe PWN SA
Warszawa 2017

ISBN 978-83-01-18823-8 całość
ISBN 978-83-01-19284-6 część 2

Wydanie X – 1 dodruk (PWN)
Warszawa 2017

Wydawnictwo Naukowe PWN SA
02-460 Warszawa, ul. Gottlieba Daimlera 2
tel. 22 69 54 321, faks 22 69 54 288
infolinia 801 33 33 88
e-mail: pwn@pwn.com.pl; reklama@pwn.pl
www.pwn.pl

Druk i oprawa: OSDW Azymut Sp. z o.o.

Spis treści

Przedmowa	9
Rozdział 14. Całka nieoznaczona	11
§ 97. Pojęcie funkcji pierwotnej i całki nieoznaczonej	11
§ 98. Twierdzenia o całce nieoznaczonej	15
§ 99. Całkowanie funkcji wymiernej	28
§ 100. Całkowanie funkcji niewymiernych	37
§ 101. Całkowanie funkcji trygonometrycznych	41
Rozdział 15. Równania różniczkowe zwyczajne (metody elementarne)	46
§ 102. Pojęcie równania różniczkowego	46
§ 103. Istnienie i jednoznaczność rozwiązań równania $y' = f(x, y)$	51
§ 104. Równanie różniczkowe o zmiennych rozdzielonych	54
§ 105. Równania różniczkowe sprowadzalne do równania o zmiennych rozdzielonych	62
§ 106. Równania różniczkowe drugiego rzędu	68
§ 107. Równanie różniczkowe liniowe pierwszego rzędu	76
§ 108. Równanie różniczkowe liniowe drugiego rzędu	82
*§ 109. Ogólna teoria równań różniczkowych liniowych	94
*§ 110. Przykłady stosowania równań różniczkowych w fizyce	105
Rozdział 16. Całka oznaczona	114
§ 111. Definicja całki oznaczonej (według Riemanna)	114
§ 112. Własności całki oznaczonej	121
§ 113. Związek między całką oznaczoną i całką nieoznaczoną	125
*§ 114. Przybliżone obliczanie całki oznaczonej	137

Rozdział 17. Geometryczne zastosowania całki oznaczonej	140
*§ 115. Miara Jordana zbiorów liniowych, płaskich i przestrzennych	140
*§ 116. Miara Lebesgue'a zbiorów liniowych, płaskich i przestrzennych	145
§ 117. Pole figury płaskiej. Objętość i pole figur obrotowych	153
§ 118. Długość krzywej	164
 Rozdział 18. Całka niewłaściwa	 173
§ 119. Całka niewłaściwa w przedziale ograniczonym	173
§ 120. Całka niewłaściwa w przedziale nieograniczonym	177
 Rozdział 19. Całka podwójna	 187
§ 121. Całka podwójna w prostokącie	187
§ 122. Całka podwójna w zbiorze dowolnym	191
§ 123. Własności całki podwójnej	196
§ 124. Zastosowania całki podwójnej. Pole płata	198
§ 125. Całka podwójna w układzie biegunowym	205
*§ 126. Całka podwójna we współrzędnych krzywoliniowych	209
*§ 127. Całka podwójna niewłaściwa	213
 Rozdział 20. Całka potrójna	 216
§ 128. Całka potrójna w prostopadłościanie	216
§ 129. Całka potrójna w zbiorze dowolnym	219
§ 130. Własności całki potrójnej	223
§ 131. Całka potrójna w układzie cylindrycznym	225
§ 132. Całka potrójna w układzie sferycznym	229
*§ 133. Całka potrójna we współrzędnych krzywoliniowych	232
 Rozdział 21. Całki krzywoliniowe i powierzchniowe	 235
§ 134. Całka krzywoliniowa funkcji skalarnej (całka krzywoliniowa nieskierowana)	235
§ 135. Całka powierzchniowa funkcji skalarnej	239
*§ 136. Wyznaczanie środków masy i momentów bezwładności	243
§ 137. Całka krzywoliniowa funkcji wektorowej (całka krzywoliniowa skierowana)	246
§ 138. Całka powierzchniowa funkcji wektorowej (strumień wektora przez powierzchnię)	252

8 *Spis treści*

§ 165. Splot rzeczywisty. Splot zespolony. Własności asymptotyczne	462
§ 166. Zastosowanie przekształcenia Laplace'a do równań różniczkowych liniowych o współczynnikach stałych	466
Skorowidz nazwisk	473
Skorowidz rzeczowy	475

Przedmowa

Książka niniejsza jest drugą częścią zmienionego trzyczęściowego „Zarysu matematyki wyższej dla inżynierów”. Część pierwsza tego zmienionego wydania ukazała się w 1977 i 1981 r., a obecnie część druga i trzecia. Wydanie to różni się znacznie od poprzednich, zawiera wiele nowych rozdziałów, a wśród nich rachunek prawdopodobieństwa i statystykę matematyczną, które napisał magister Janusz Zacharski. Obecnie na całość „Zarysu” składają się:

- część I (logika, równania liniowe, geometria analityczna, ciągi i szeregi liczbowe, rachunek różniczkowy i geometria różniczkowa),
- część II (całka nieoznaczona, równania różniczkowe zwyczajne — metody elementarne, całka oznaczona, całki wielokrotne, krzywoliniowe i powierzchniowe, ciągi i szeregi funkcyjne, funkcje zespolone i przekształcenie Laplace’a),
- część III (równania różniczkowe zwyczajne — metody ogólne, równania fizyki matematycznej, przekształcenie Fouriera, macierze, rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna).

Materiał książki ułożono tak, aby wiadomości podstawowe były podane bez zbytniego rozbudowania treści pomocniczych. Uzupełnienia podano nieco dalej. Fragmenty, które można pominąć przy pierwszym czytaniu, oznaczono gwiazdkami. W książce znajduje się wiele przykładów.

Autor opracowuje zbiór zadań dostosowany do układu „Zarysu” tak, aby Czytelnik mógł rozwiązywać zadania z zakresu poszczególnych rozdziałów.

Autor wyraża podziękowanie docentowi doktorowi B. Palczewskiemu za wykonanie recenzji książki oraz docentowi doktorowi T. Staniszowi za wnikliwe przeczytanie maszynopisu i wiele cennych uwag.

